

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Áramlástan Tanszék

Méréselőkészítő óra I.

Előadók:

Nagy László nagy@ara.bme.hu

Balogh Miklós baloghm@ara.bme.hu

M1 – M2

Czáder Károly czader@ara.bme.hu

M3 – M12

Horváth Csaba horvath@ara.bme.hu

M4 – M10

Berbekár Éva berbekar@ara.bme.hu

M5 – M13

Lukács Eszter lukacs@ara.bme.hu

M7

Gulyás András gulyas@ara.bme.hu

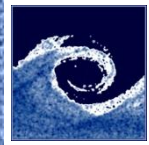
M8 – M9

Hernádi Zoltán hernadi@ara.bme.hu

M11

Nagy László nagy@ara.bme.hu

2012.



Általános ismertetés

- A tanszéki weblap:

www.ara.bme.hu

- A hallgatói információcsere:

www.ara.bme.hu/poseidon

(segédanyagok, zh pontszámok, jk. és prezentáció pontok, ...)

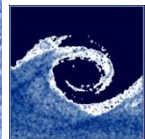
- A honlapon lehet jelentkezni mérőcsoportokba, de nem lehet időpontot váltani.

www.ara.bme.hu/hjelentk

MINDENKI jelentkezzen 2. oktatási hét végéig!

- A mérési zh a harmadik gyakorlaton lesz.

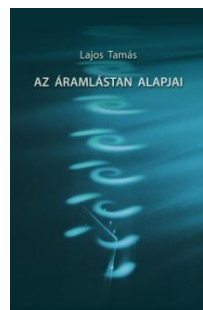
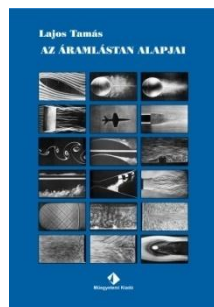
(a zárhelyi a mérések megkezdésének feltétele, pótlás a 4.héten)

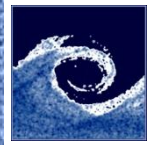


Általános ismertetés

- **Menetrend:**

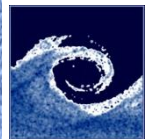
- 1.alkalom: Mérőeszközök, mérési módszerek, hibaszámítás bemutatása
- 2.alkalom: Mérőhelyek bemutatása, hibaszámítás gyakorlása
- 3.alkalom: A mérés
- 4.alkalom: B mérés
- 5.alkalom: C mérés
- 6.alkalom: A + $\frac{1}{2}$ B mérések prezentációja
- 7.alkalom: $\frac{1}{2}$ B + C mérések prezentációja





A nyomáskülönbség mérése (Δp mérés)

- Több mennyiség mérésének alapja (pl. sebesség, térfogatáram)
- Áramló közegben, két pont közötti nyomáskülönbség mérése
- Gyakran egy referenciaértékhez képest mérjük
(légköri nyomás, csatorna statikus nyomás)
- Eszközei
 - U csöves manométer
 - Betz-rendszerű manométer
 - Ferdecsöves mikromanométer
 - Görbecsőves mikromanométer
 - EMB-001 digitális kézi nyomásmérő műszer



Δp mérés / U-csöves manométer I.

- Csőáramlás
- Pillangószelep
- Körvezetéken átlagoljuk a nyomást

A manométer egyensúly egyenlete:

$$p_B = p_J$$

$$p_1 + \rho_{ny} \cdot g \cdot H = p_2 + \rho_{ny} \cdot g \cdot (H - \Delta h) + \rho_m \cdot g \cdot \Delta h$$

$$p_1 - p_2 = (\rho_m - \rho_{ny}) \cdot g \cdot \Delta h$$

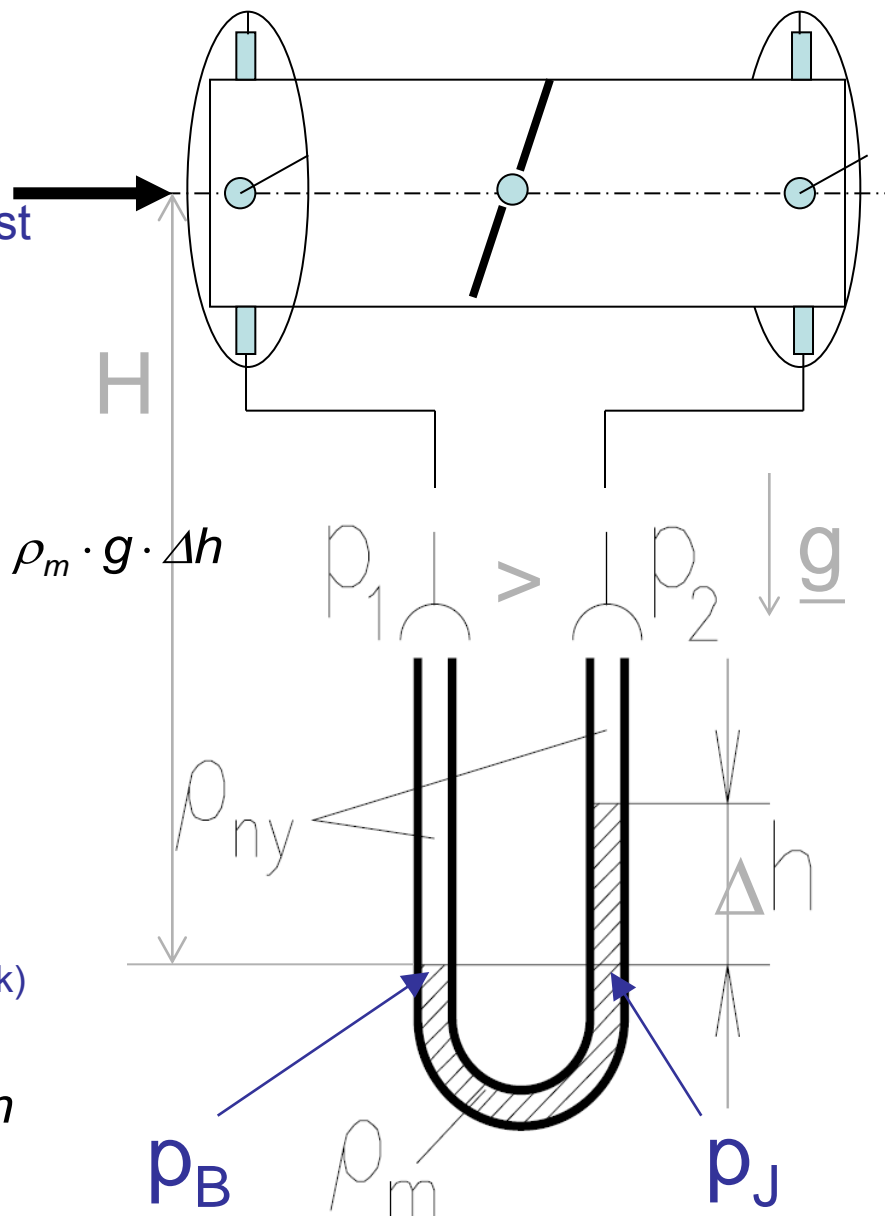
Egyszerűsíthető, ha

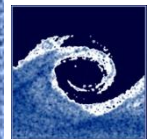
$$\rho_{ny} \ll \rho_m$$

(pl. levegő közeg – víz mérőfolyadék)

$$p_1 - p_2 = \rho_m \cdot g \cdot \Delta h$$

Vegyük észre, hogy $\Delta p \neq f(H)$





A nyomáskülönbség mérése / U-csöves manométer II.

A manométer egyensúly egyenlete

$$\Delta p = (\rho_m - \rho_{ny}) \cdot g \cdot \Delta h$$

A mérőfolyadék sűrűsége ρ_m (irányszámok)

$$\rho_{Hg} \approx 13600 \frac{kg}{m^3} \quad \rho_{víz} \approx 1000 \frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_{Alkohol} = 830 \frac{kg}{m^3}$$

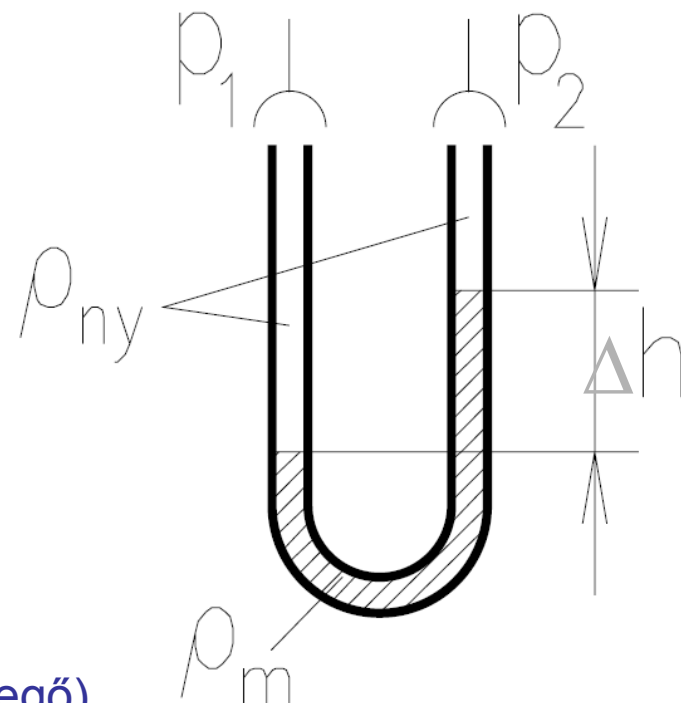
A nyomásközvetítő közeg sűrűsége: ρ_{ny} (pl. levegő)

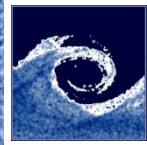
$$\rho_{levegő} = \frac{p_0}{R \cdot T} = 1,19 \frac{kg}{m^3}$$

p_0 - levegő nyomás, közel légköri nyomás [Pa] $\sim 10^5 Pa$

R - a levegő specifikus gázállandója 287 [J/kg/K]

T - légköri hőmérséklet [K] $\sim 293K = 20^\circ C$





Δp mérés / U-csöves manométer pontossága III.

Pl. a leolvasott érték: $\Delta h = 10\text{mm}$

A pontossága $\sim 1\text{mm}$: Az abszolút hibája:

$$\delta(\Delta h) = \pm 1\text{mm}$$

A helyes érték felírása az abszolút hibával(!)

$$\Delta h = 10\text{mm} \pm 1\text{mm}$$

A relatív hibája:

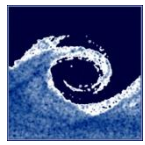
$$\frac{\delta(\Delta h)}{\Delta h} = \frac{1\text{mm}}{10\text{mm}} = 0,1 = 10\%$$

Hátrányai:

- Leolvasási hiba (kétszer olvassuk le)
- Pontossága $\sim 1\text{mm}$
- Kis nyomáskülönbségeknél nagy a relatív hiba

Előnye:

- Megbízható
- Nem igényel karbantartást

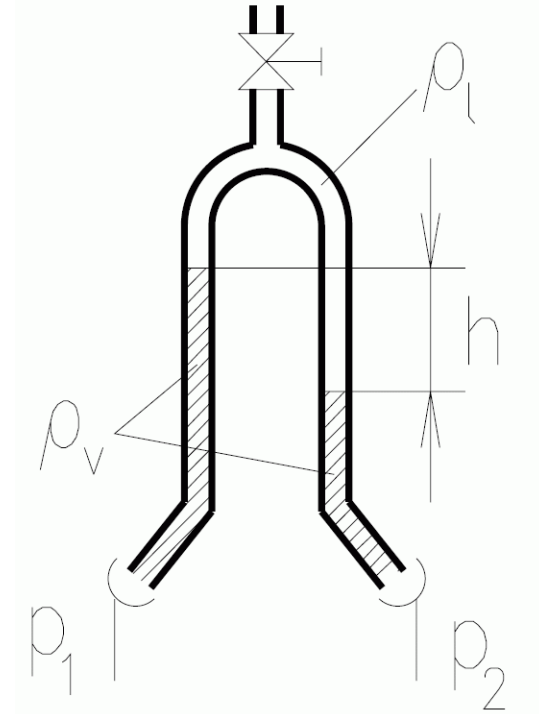


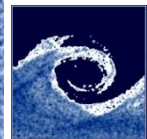
Δp mérés / fordított U-csöves manométer II.

A manométer egyensúly egyenlete

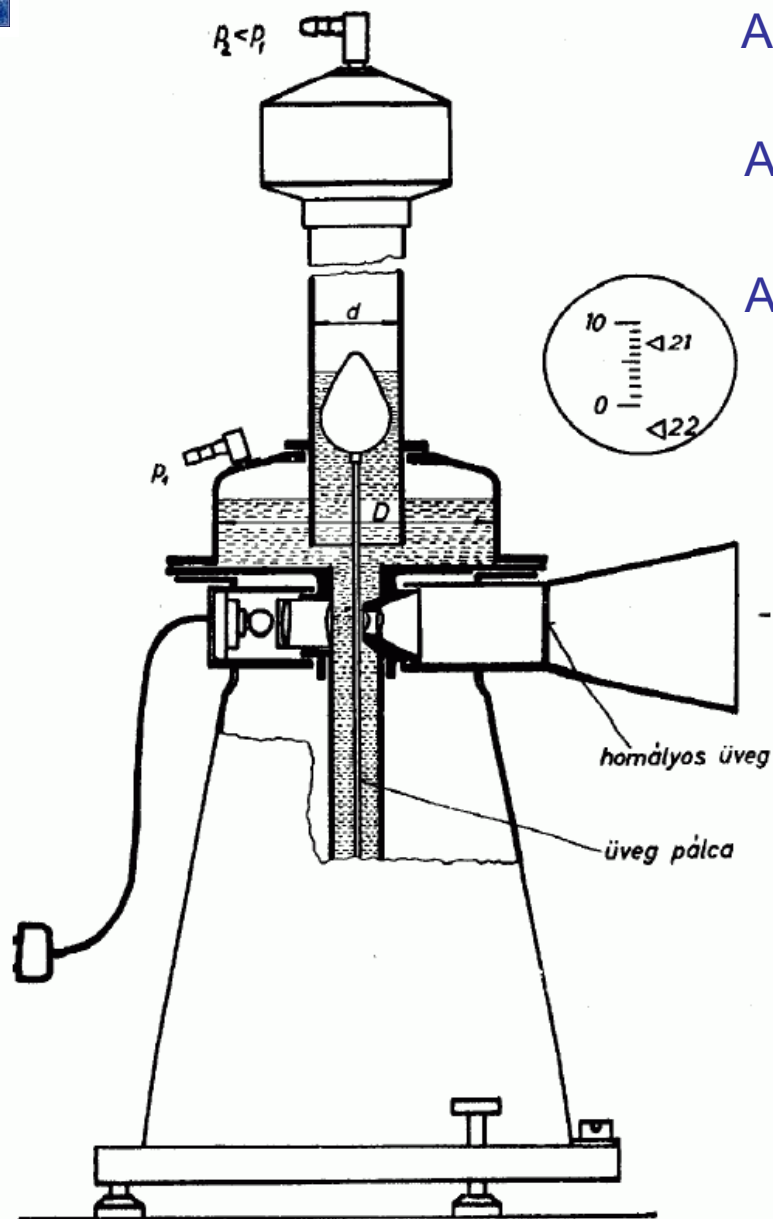
$$p_1 - p_2 = (\rho_v - \rho_l) \cdot g \cdot h$$

Mivel általában folyadékkal (pl. víz) töltött vezetékben mérjük a nyomáskülönbséget fordított U-csöves manométerrel, így ha a „mérőfolyadék” ebben az esetben pl. levegő, akkor a sűrűségviszony (1.2/1000) miatt a $-\rho_l$ elhagyható. Előnye, hogy vizes rendszerekben alkalmazva, higany alkalmazása helyett levegő a mérőfolyadék, így javul a mérés relatív hibája!





Δp mérés / Betz-rendszerű mikromanométer

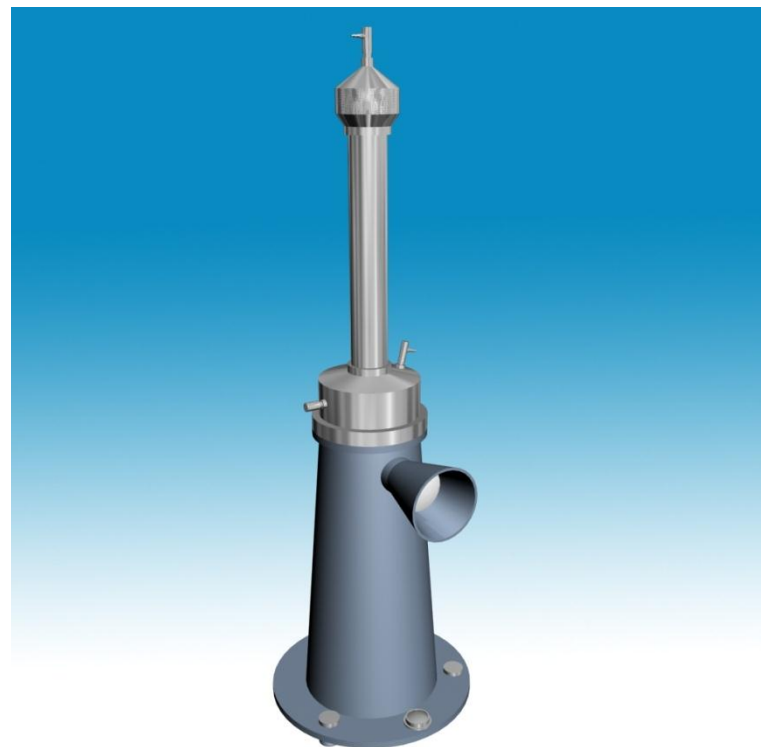


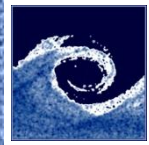
A relatív hiba csökkentése optikai eszközökkel, így a pontosság növelhető.

A pontossága $\sim 0,1\text{mm}$: Az abszolút hibája:

$$\Delta h = 10\text{mm} \pm 0,1\text{mm}$$

A relatív hibája: $\frac{\delta(\Delta h)}{\Delta h} = \frac{0,1\text{mm}}{10\text{mm}} = 0,01 = 1\%$





Δp mérés / ferdecsöves mikromanométer

A manométer egyensúly egyenlete

$$p_1 - p_2 = \rho_m \cdot g \cdot \Delta h$$

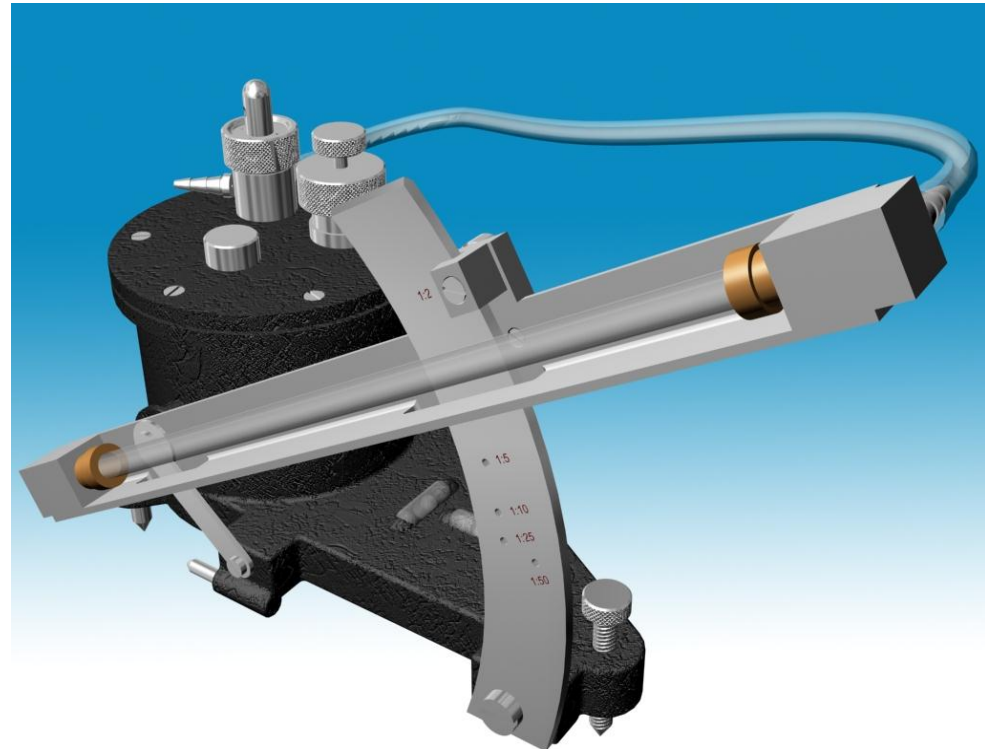
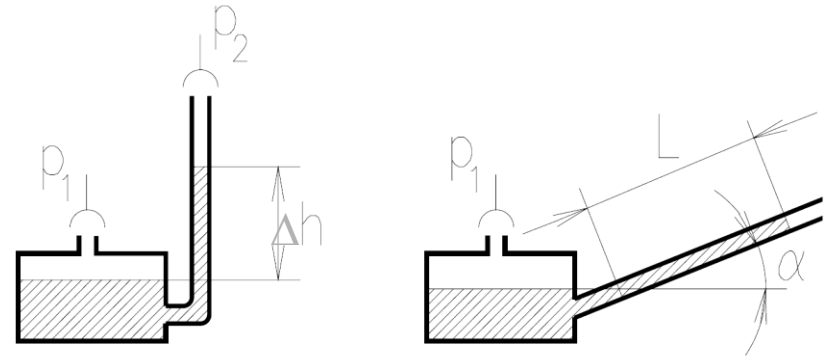
$$\Delta h = L \cdot \sin \alpha$$

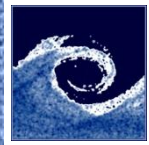
Pontosság: $\delta L \sim \pm 1 \text{ mm}$,

Relatív hiba $\alpha = 30^\circ$ esetén:

$$\frac{\delta L}{L} = \frac{\delta L}{\frac{\Delta h}{\sin \alpha}} = \frac{1 \text{ mm}}{\frac{10 \text{ mm}}{\sin 30^\circ}} = 0,05 = 5\%$$

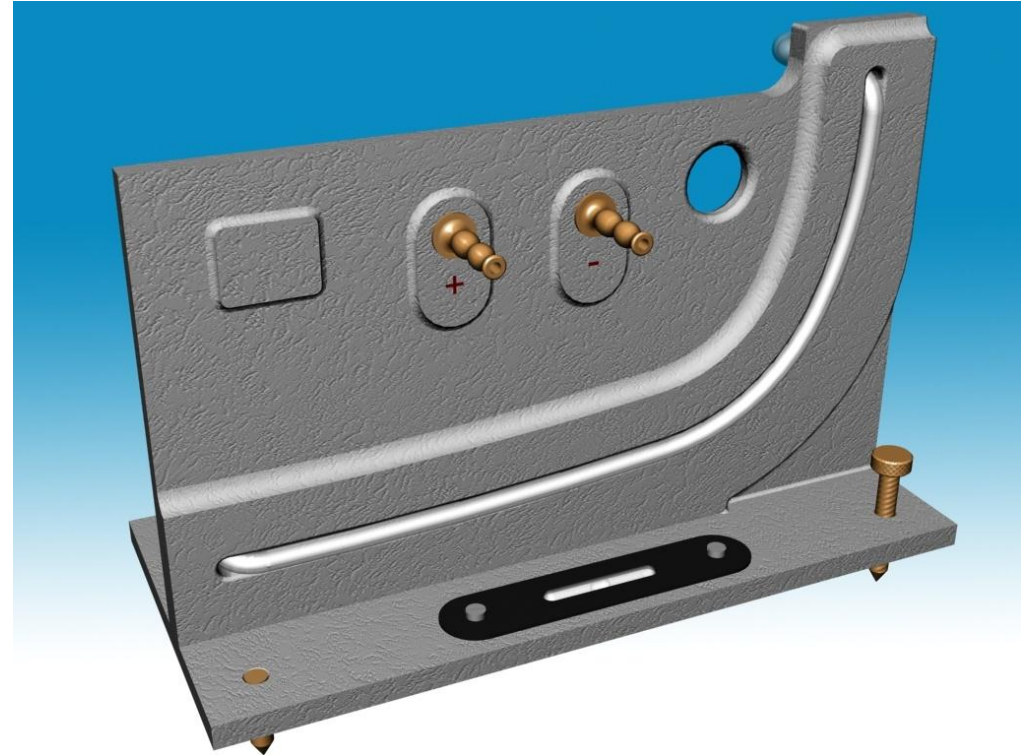
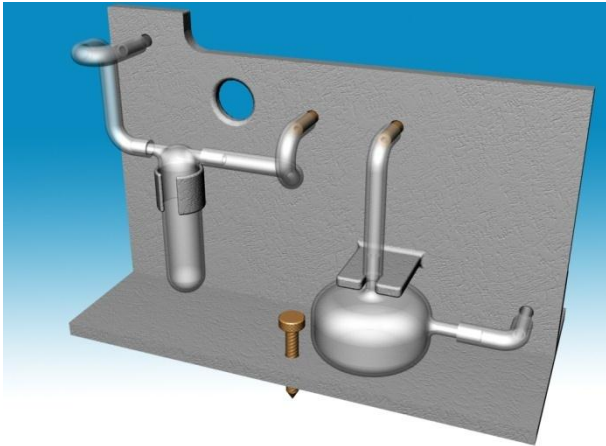
Döntési szög függő - $f(\alpha)$ -
változó relatív hiba jellemzi.

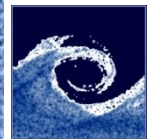




Δp mérés / görbecsöves mikromanométer

Állandó relatív hiba és nem lineáris skála jellemzi.





Δp mérés / EMB-001 digitális nyomásmérő

Mérés során használandó gombok listája

Be/kikapcsolása

Zöld gombbal

Gyári kalibráció visszaállítása

„0” majd a „STR Nr” (javasolt)

Mérési csatornák váltása

„CH I/II”

0 Pa beállítása

„0 Pa”

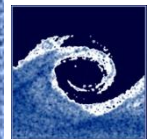
Átlagolási idő váltása (1/3/15s)

„Fast/Slow” (F/M/S)

A mérési tartomány: $\Delta p = \pm 1250 Pa$

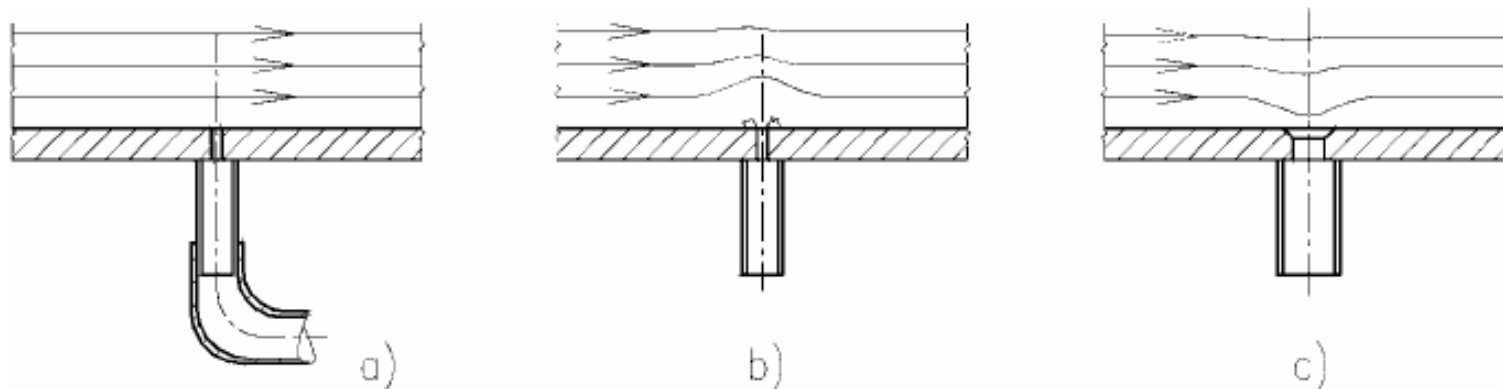
A mérési hiba: $\delta \Delta p = 2 Pa$



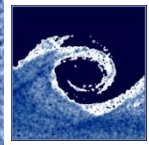


Δp mérés / Mérőfurat kialakítás

Nyomásmérés esetén párhuzamos, egyenes áramvonalakra merőlegesen nem változik a nyomás
(Euler egyenlet normál irányú komponense)

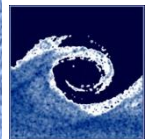


a) Helyes b) c) Hibás



Sebességmérés eszközei

- Pitot-cső
- Prandtl-cső



Sebességmérés / Pitot-cső

Pitot, Henri (1695-1771), francia mérnök.

A dinamikus nyomás meghatározása:

$$p_d = p_{\ddot{o}} - p_{st}$$

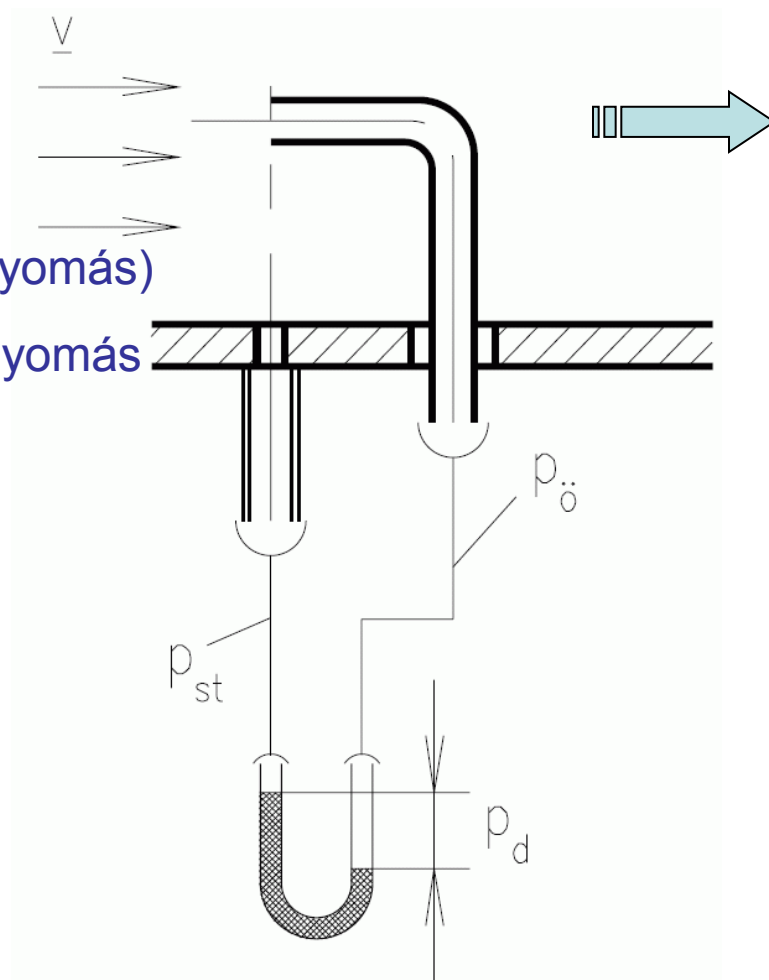
$p_{\ddot{o}}$ a megállított közeg nyomása (össznyomás)

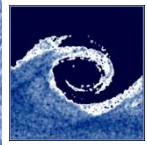
p_{st} áramlással párhuzamos falra ható nyomás (statikus nyomás)

$$p_d = \frac{\rho_{ny}}{2} \cdot v^2$$

A sebesség meghatározása:

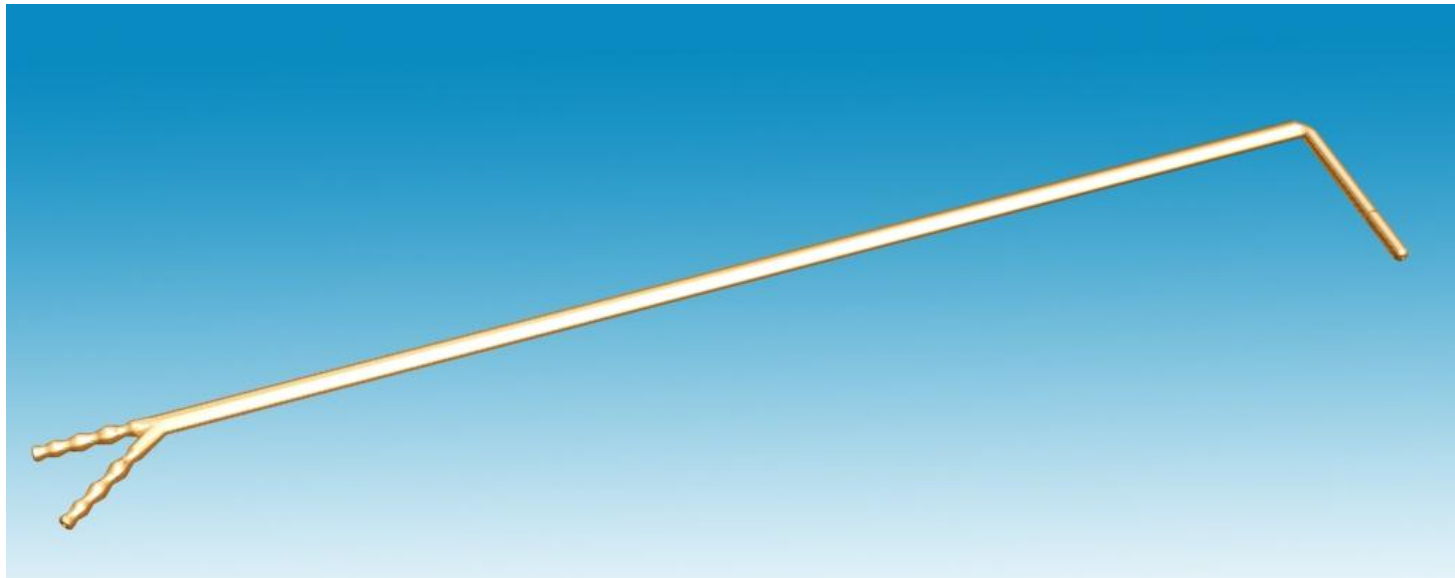
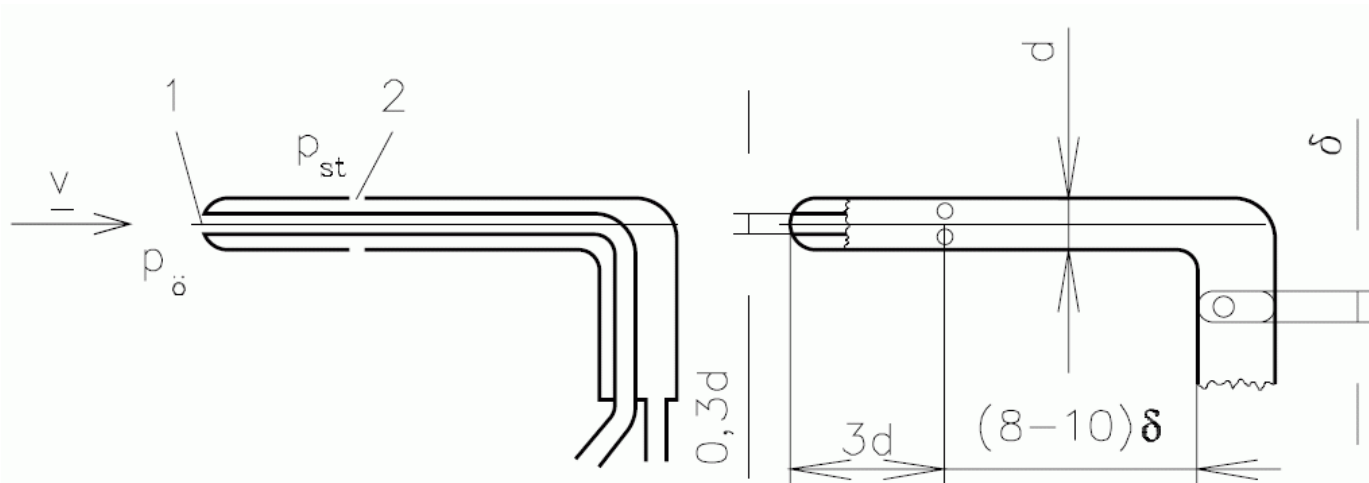
$$v = \sqrt{\frac{2}{\rho_{ny}} \cdot p_d}$$

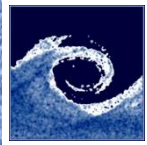




Sebességmérés / Prandtl -cső

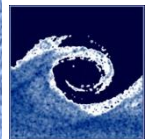
Prandtl, Ludwig von (1875-1953), német áramlástan kutató.





Térfogatáram-mérés

- Térfogatáram definíció
- Pontonkénti sebességmérésen alapuló módszer
 - Nem kör keresztmetszetű vezeték
 - Kör keresztmetszetű vezeték
 - 10-pont módszer
 - 6-pont módszer
- Szűkítőelemes módszer
 - Venturi-cső (vízszintes/ferde tengely)
 - Átfolyó mérőperem (átfolyási szám, iteráció)
 - Beszívó mérőperem
 - Beszívó tölcsér



Több mért sebességből átlagebesség számítás

Nagyon fontos, hogy: átlagok gyöke \neq gyökök átlaga (!)

Pl. Ha több pontban mérjük a dinamikus nyomást, majd abból sebességet kívánunk számolni...

$$v_i = \sqrt{\frac{2}{\rho_{ny}} \cdot \Delta p_i}$$

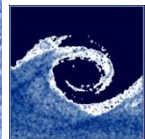
$$v_1 = \sqrt{\frac{2}{\rho_{ny}} \cdot \Delta p_1}$$

1.	2.
3.	4.

$$\bar{v} = \frac{\sqrt{\frac{2}{\rho_{ny}} \cdot \Delta p_1} + \sqrt{\frac{2}{\rho_{ny}} \cdot \Delta p_2} + \sqrt{\frac{2}{\rho_{ny}} \cdot \Delta p_3} + \sqrt{\frac{2}{\rho_{ny}} \cdot \Delta p_4}}{4} \neq \sqrt{\frac{2}{\rho_{ny}} \cdot \frac{\Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3 + \Delta p_4}{4}}$$

**HELYES
átlagolás**

**HELYTELEN
átlagolás**



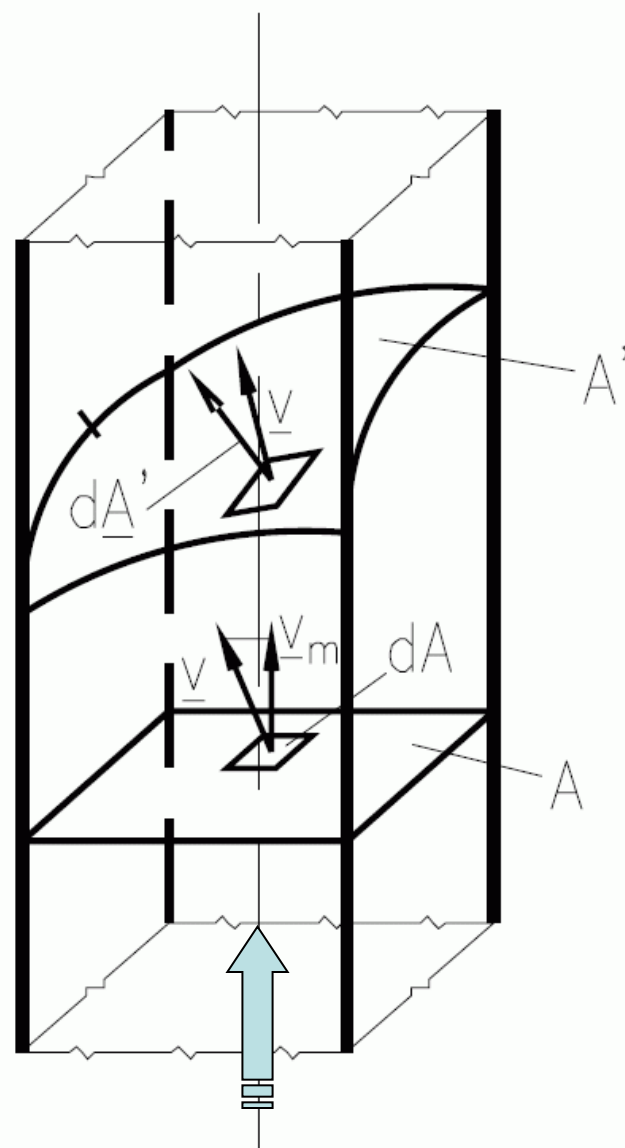
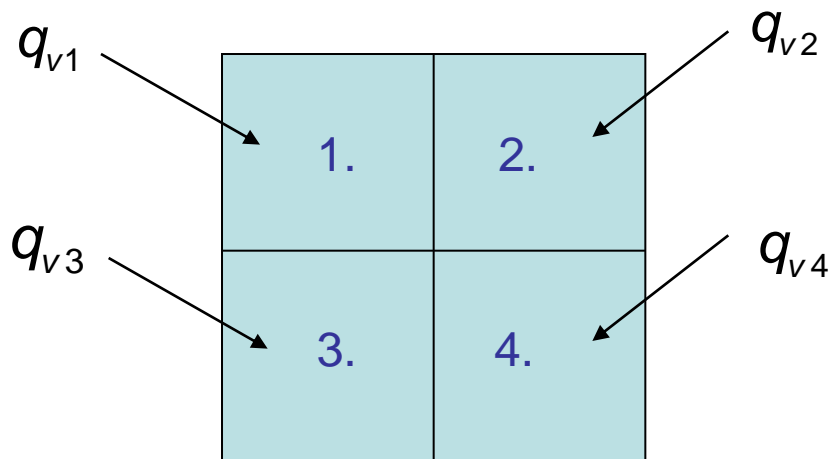
Térfogatáram-mérés / sebességmérésen alapuló Nem kör keresztmetzetű vezeték

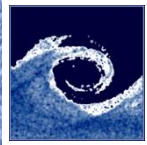
$$q_v = \int_A \underline{v} \cdot d\underline{A} \approx \sum_{i=1}^n v_{m,i} \cdot \Delta A_i$$

Feltéve, hogy:

$$\Delta A_1 = \Delta A_2 = \Delta A_i = \frac{A}{n}$$

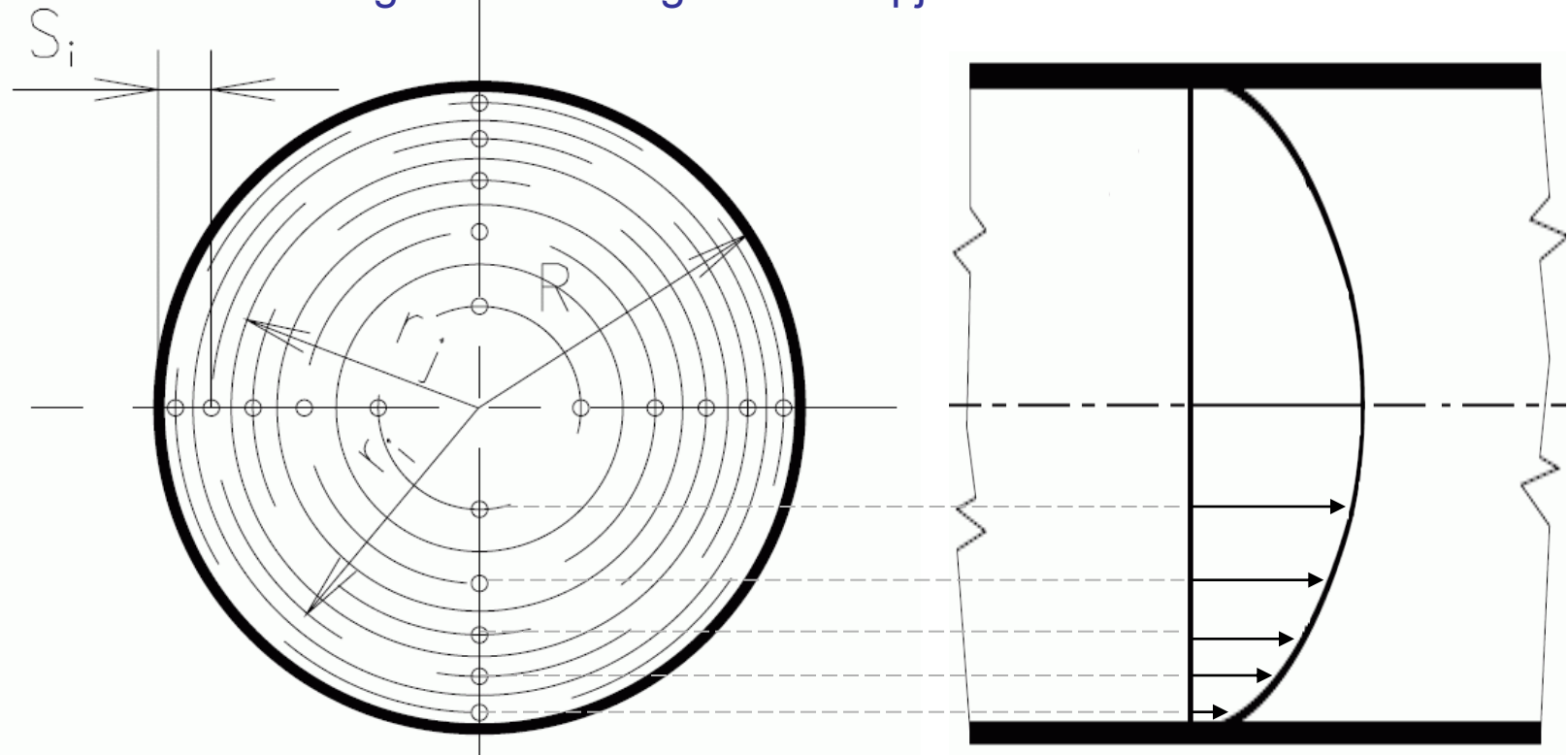
$$q_v = \Delta A_i \cdot \sum_{i=1}^n v_{m,i} = \frac{A}{n} \cdot \sum_{i=1}^n v_{m,i} = A \cdot \bar{v}$$





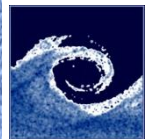
Térfogatáram-mérés / sebességmérésen alapuló I. Kör keresztmetszetű vezeték, 10pont (6pont) módszer

- A sebességprofil feltételezeten másodfokú parabola.
- Állandó üzemállapot
- Prandtl-csővel végzett sebességmérés alapján.



Szabványos eljárás, a mérési pontokat a szabvány (**MSZ 21853/2**) megadja:

$S_i/D = 0.026, 0.082, 0.146, 0.226, 0.342, 0.658, 0.774, 0.854, 0.918, 0.974$



Térfogatáram-mérés / sebességmérésen alapuló II. Kör keresztmetszetű vezeték, 10pont (6pont) módszer

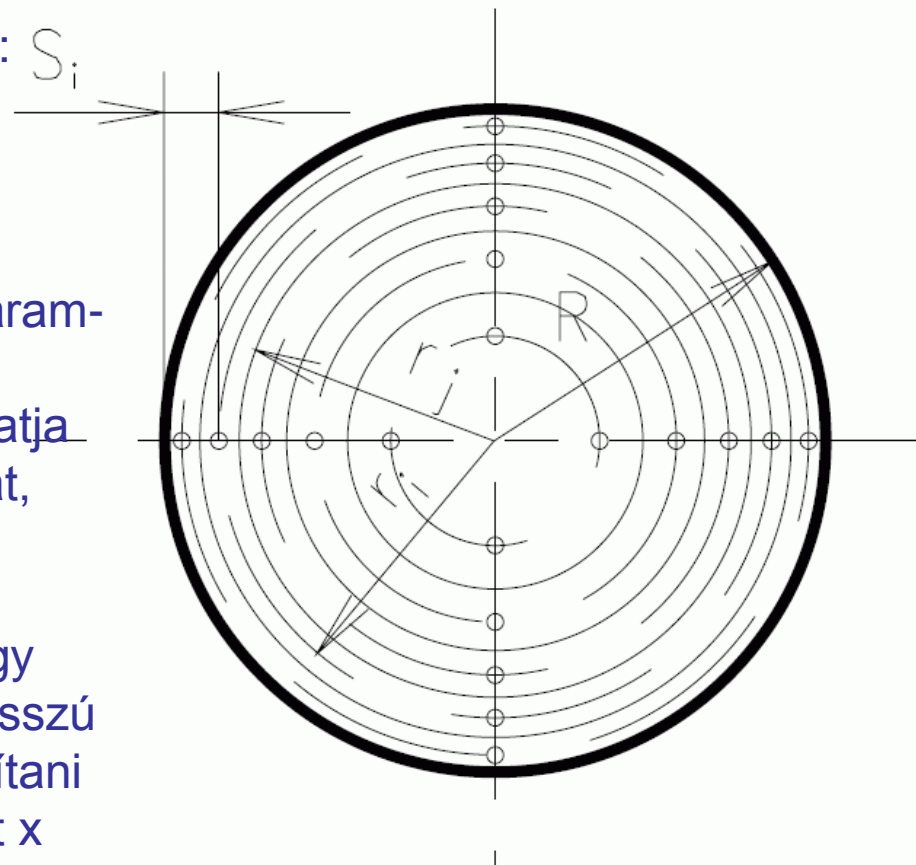
$$q_v = A \cdot \frac{V_1 + V_2 + \dots + V_{10}}{10}$$

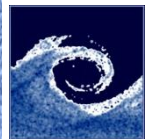
Mivel a keresztmetszetekre igaz, hogy: S_i

$$A_1 = A_2 = \dots = A_{10}$$

A sebességmérésen alapuló térfogatáram-mérés **előnye** a szűkítőelemmel való méréssel szemben, hogy nem változtatja meg a mért berendezés üzemállapotát, illetve az, hogy a mérés egyszerű.

Hátránya, hogy a hiba viszonylag nagy lehet, a szűkítőelemeshez képest. Hosszú ideig tart egy mérés és az alatt biztosítani kell az állandó üzemállapotot. (10pont x 1,5perc = 15 perc)





Térfogatáram-mérés / szűkítőelemes módszer

Venturi-cső

Ha nem jelentős az összenyomódás ($\rho = \text{áll.}$):

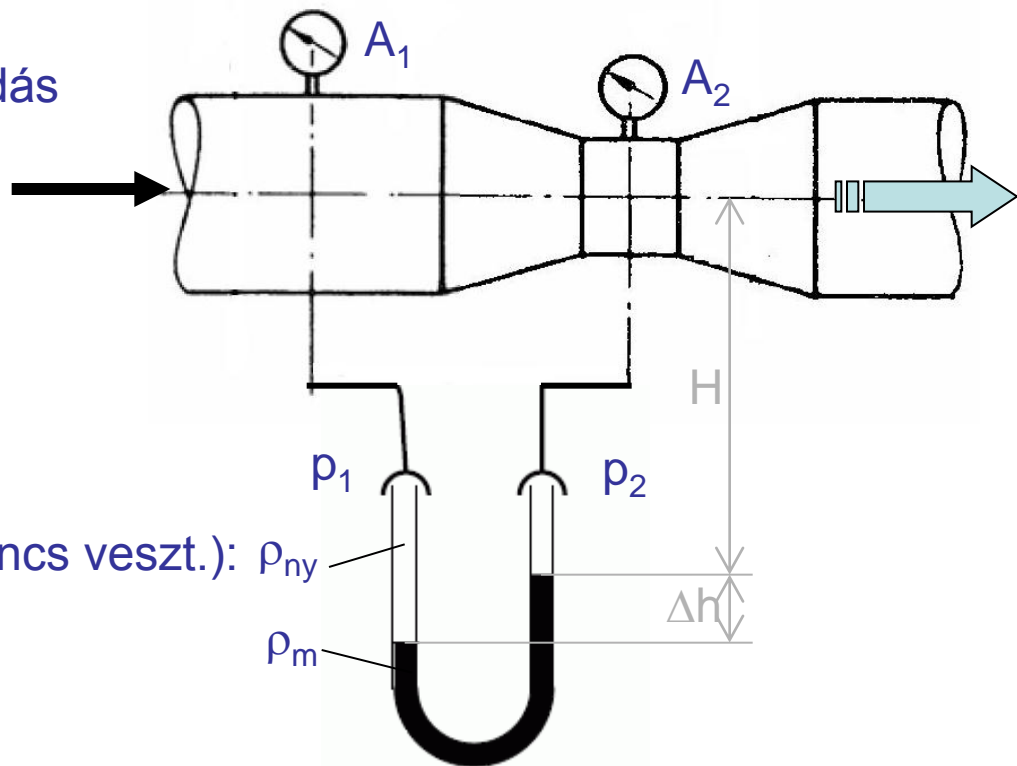
$$q_v = v \cdot A = \text{áll} \quad [q_v] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

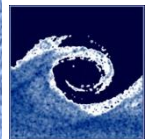
$$q_v = v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

Bernoulli-egyenlet ($\rho = \text{áll.}$, $U = \text{áll.}$, nincs veszt.):

$$p_1 + v_1^2 \cdot \frac{\rho_{ny}}{2} = p_2 + v_2^2 \cdot \frac{\rho_{ny}}{2}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{(\rho_m - \rho_{ny}) \cdot g \cdot \Delta h}{\frac{\rho_{ny}}{2} \cdot \left[\left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 - 1 \right]}} = \sqrt{\frac{\Delta p}{\frac{\rho_{ny}}{2} \cdot \left[\left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 - 1 \right]}}$$

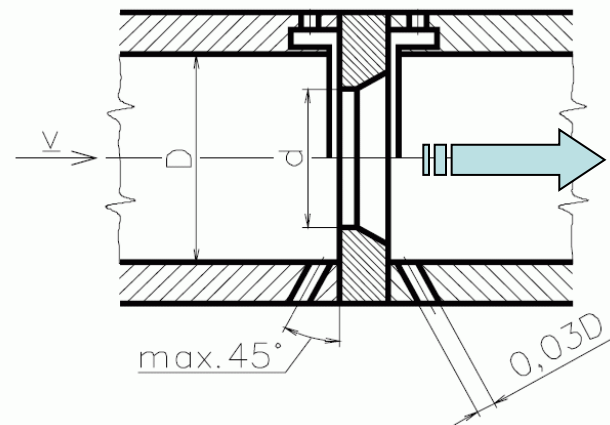
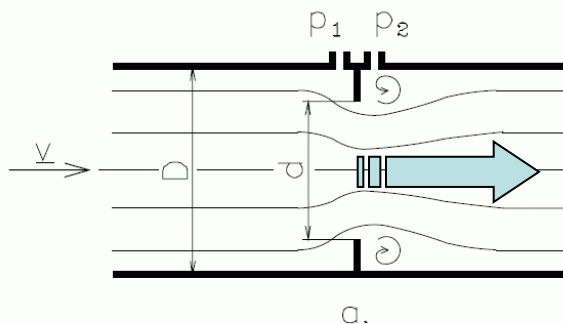




Térfogatáram-mérés / szűkítőelemes módszer

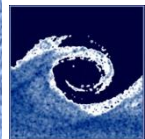
Átfolyó mérőperem

Szabványos szűkítés - nyomáskülönbség



$$q_v = \alpha \cdot \varepsilon \cdot \frac{d_{mp}^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \Delta p_{mp}}{\rho}}$$

- $\beta = d/D$ átmérőviszony,
 D_{mp} [m] legszűkebb keresztmetszet átmérője
 D [m] a szűkítést megelőző cső átmérője
 $Re_D = vD/\nu$ a **Reynolds-szám** (alapképlet)
 v [m/s] átlagsebesség a D átmérőjű csőben
 ν [m²/s] kinematikai viszkozitás
 p_1 [Pa] szűkítőelem előtt mért nyomás
 p_2 [Pa] szűkítőelem utána mért nyomás
 ε kompresszibilitási tényező ($\varepsilon = \varepsilon(\beta, \tau, \kappa) \sim 1$ a levegő esetén, a nyomásváltozás csekély)
 α átfolyási szám, $\alpha = (\beta, Re_D)$ (szabványos kialakítás!)
 $\kappa = c_p/c_v$ izentrópus kitévő
 $\tau = p_2/p_1$ nyomásviszony

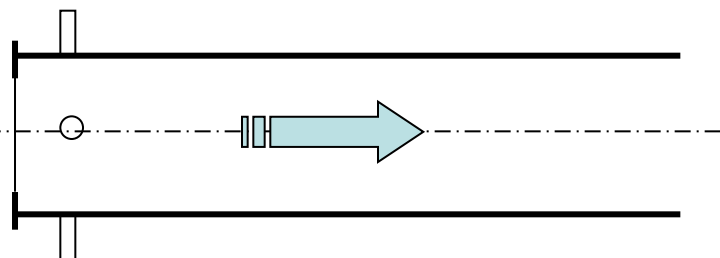


Térfogatáram-mérés / szűkítőelemes módszer **Beszívó mérőperem (nem szabványos)**

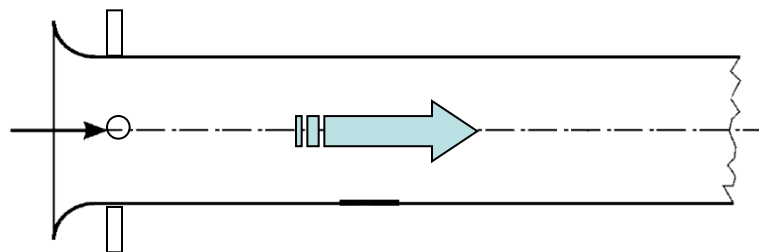
Nem szabványos szűkítés - nyomáskülönbség

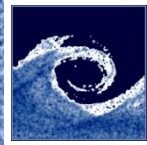
$$q_v = \alpha \cdot \varepsilon \cdot \frac{d_{mp}^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \Delta p_{mp}}{\rho}}$$

$$\alpha = 0,6$$



$$q_v = k \cdot \frac{d_{besz}^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \Delta p_{besz}}{\rho}}$$





A mérési bizonytalanság meghatározása (hibaszámítás) I. **Sebességmérés bizonytalansága**

Prandtl-csővel mért dinamikusnyomás:

$$p_d = 486,2 \text{ Pa}$$

A labor kondíciója:

$$p = 1010 \text{ hPa} \quad ; \quad T = 22^\circ \text{C} \quad (293 \text{ K});$$

Levegő gázállandója

$$R = 287 \text{ J/kg/K}$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{\rho_{lev}} \cdot \Delta p_d}$$

$$\rho_{lev} = \frac{p_0}{R \cdot T}$$

$$v = 28,45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\rho_{lev} = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

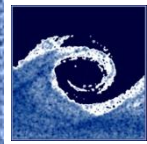
$$v = f(T, p_0, \Delta p_d, \text{állandók})$$

Hibával terhelt mennyiségek (X_i):

A légköri nyomás mérési hibája a leolvasási hibája $\delta p_0 = 100 \text{ Pa}$

A labor hőmérsékletének mérési hibája, $\delta T = 1 \text{ K}$

A Prandtl-csöves nyomásmérés hibája (EMB-001) $\delta(\Delta p_i) = 2 \text{ Pa}$



A mérési bizonytalanság meghatározása (hibaszámítás) II.

Pl. a sebességmérés bizonytalansága

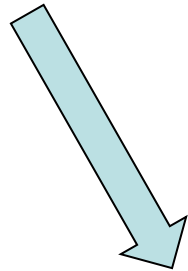
Általánosan abszolút hiba

$$\delta R = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\delta X_i \cdot \frac{\partial R}{\partial X_i} \right)^2}$$

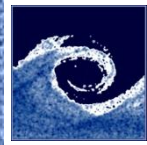
$$R = v$$

$$X_1 = T; X_2 = p_0; X_3 = \Delta p_d$$

(δp , δT , $\delta(\Delta p_d)$)



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial v}{\partial T} = \sqrt{2R} \cdot \frac{1}{2} \cdot T^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{p_0}} \cdot \sqrt{\Delta p_d} = 0,00366 \frac{m}{s \cdot K} \\ \frac{\partial v}{\partial p_0} = \sqrt{2R} \cdot \sqrt{T} \cdot \frac{-1}{2} \cdot p_0^{-\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\Delta p_d} = 1,4 \cdot 10^{-4} \frac{m}{s \cdot Pa} \\ \frac{\partial v}{\partial \Delta p_d} = \sqrt{2R} \cdot \sqrt{T} \cdot \frac{1}{\sqrt{p_0}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta p_d^{-\frac{1}{2}} = 0,029 \frac{m}{s \cdot Pa} \end{array} \right.$$



A mérési bizonytalanság meghatározása (hibaszámítás) III. Pl. a térfogatáram bizonytalansága

A sebességmérés abszolút hibája:

$$\delta v = \sqrt{\left(\delta T \cdot \sqrt{\frac{2R}{\rho_0}} \Delta p_d \cdot \frac{1}{2} \cdot T^{-\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(\delta p_0 \cdot \sqrt{2 \cdot R \cdot T} \cdot \Delta p_d \cdot \frac{-1}{2} \cdot p_0^{-\frac{3}{2}} \right)^2 + \left(\delta(\Delta p_d) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot T}{\rho_0}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta p_d^{-\frac{1}{2}} \right)^2}$$

$$\delta v = 0,05977 \frac{m}{s}$$

A sebességmérés relatív hibája:

$$\frac{\delta v}{v} = 0,0021 \cong 0,21\%$$

A sebességmérés számeredménye: $v = 28,45 \pm 0,05977 \frac{m}{s}$