

1.6) Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét! Az ún. természetes koordináta-rendszerben felírt Euler-egyenlet szerint, az erőter hatását elhanyagolva, a nyomásgradiens normális irányú komponensét ismerve kimondható, hogy párhuzamos egyenes áramvonalak esetén...

A) ... $\frac{\partial p}{\partial n} < 0$

B) ... $\frac{\partial p}{\partial n} > 0$

C) ... $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$

D) ... $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} > 0$

1.7) Egészítse ki az impulzustétel alábbi hiányos integrál alakját helyesre, ha egy összenyomható, súrlódásmentes folyadékrészt körülvevő „A” zárt felülettel határolt „V” térfogat teljes mértékben tartalmaz egy szilárd testet, amelyre a folyadékról erő hat. Adja meg a minden (Ön által beírt hiányzó) mennyiség nevét és mértékegységét is!

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \cdot \underline{v} \cdot dV + \int_A \underline{v} \cdot \rho \cdot (\underline{v} \cdot d\underline{A}) = \int_V \rho \cdot \underline{g} \cdot dV - \int_A p \cdot d\underline{A} - \underline{R}$$

1.8) Karikázza be a helyes válasz (ok) betűjelét! A súrlódásos közegek általános mozgásegyenletének helyes alakja(i) az alábbi(ak):

A) $\frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{g} - \frac{1}{\rho} \Phi \underline{\Delta}$

B) $\frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{g} - \frac{1}{\rho} \Phi \underline{\nabla}$

C) $\frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{g} + \frac{1}{\rho} \Phi \underline{\nabla}$

D) $\frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{g} + \frac{1}{\rho} \Phi \underline{\Delta}$

1.9) Karikázza be a jó válasz(ok) betűjelét! A Reynolds-szám helyes alakja(i) az alábbi(ak):

A) $Re = \frac{v_0^2 l_0}{\nu}$

B) $Re = \frac{v_0 l_0 \mu}{\rho}$

C) $Re = \frac{v_0 l_0}{\nu}$

D) $Re = \frac{v_0 l_0}{\mu}$

1.10) Karikázza be a jó válasz(ok) betűjelét! A hirtelen keresztmetszet növekedés (ún. Borda–Carnot idom) nyomásvesztése az alábbi helyes alak(ok)ban írható fel (áramlási irány „1” → „2”):

A) $\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2)$

B) $\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2)^2$

C) $\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2} (v_1 - v_2)^2$

D) $\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2} v_1^2 \left(\left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 - 1 \right)$

2B.FELADAT (10pont)

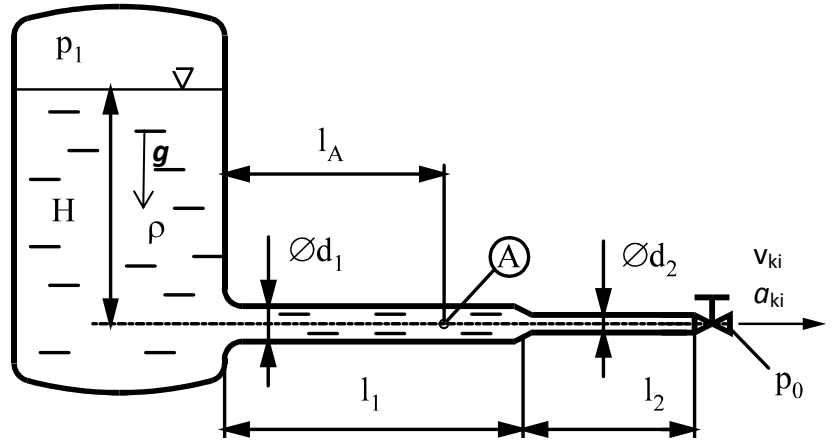
Egy $H=5\text{m}$ vízzel töltött, $p_t=4.5\text{bar}$ nyomású zárt tartályhoz alul egy vízszintes tengelyű csővezeték csatlakozik. A csővégen egy alapállapotban zárt gömbcsap van.

FELTÉTELEK: $\mu=0$, $\rho=\text{áll.}$, $A_{\text{tartály}} \gg A_{\text{cső}}$; Az átmeneti idomok és a gömbcsap hossza elhanyagolható. A gömbcsap be- és kiáramlási keresztmetszete azonos.

ADATOK: $p_0=10^5\text{Pa}$; $\rho_{\text{víz}}=10^3\text{kg/m}^3$; $L_1=40\text{m}$; $L_2=20\text{m}$; $L_A=30\text{m}$; $d_1=100\text{mm}$; $d_2=50\text{mm}$; $g=10\text{N/kg}$;

KÉRDÉSEK:

- A)** A gömbcsap hirtelen nyitása utáni megfigyelt $t_0 < t < \infty$ időpillanatban a csővégi kiáramlási sebesség éppen $v_{ki}=12\text{m/s}$. Mekkora ebben az időpillanatban a víz csővégi gyorsulása? $a_{ki}=?$
- B)** Határozza meg ebben a t időpillanatban a víz „A” pontbeli p_A (statikus) nyomását! $L_A=30\text{m}$

**MEGOLDÁS**

A) Instacioner Bernoulli egyenlet felírva a tartály vízfelszín és a szelep kilépő keresztmetszete között, majd rendezve a_{ki} -re, ha van $v_{ki}=12\text{m/s}$ is:

$$a_{ki} = \frac{p_t - p_0 + \rho \cdot g \cdot H - \frac{\rho}{2} v_{ki}^2}{\rho \cdot \left(\frac{A_2}{A_1} L_1 + L_2 \right)} = \frac{450000 - 100000 + 1000 \cdot 10 \cdot 5 - \frac{1000}{2} 12^2}{1000 \cdot (10 + 20)} = 10,933\text{m/s}^2$$

B) $v_A A_A = v_{ki} A_{ki}$ folytonosság tétel felhasználásával $v_A=3\text{m/s}$, valamint $a_1 A_1 = a_{ki} A_{ki}$ alapján $a_1=2,733\text{m/s}^2$, ezzel instacioner esetben tartály vízfelszín és „A” pont között a Bernoulli-egyenlet:

$$p_t + \rho g H = p_A + \frac{\rho}{2} \cdot v_A^2 + \rho a_1 L_A$$

Mely a keresett p_A nyomásra rendezhető. $p_A = 413500\text{ Pa}$

3B.FELADAT (10pont)

Adott egy $H_1=8\text{m}$ szintig töltött $p_t=4.5\text{bar}$ nyomású zárt tartály. A tartály aljára csatlakozik állandó keresztmetszetű, összesen $L=20\text{m}$ csővezeték, a végén egy zárt szelep van.

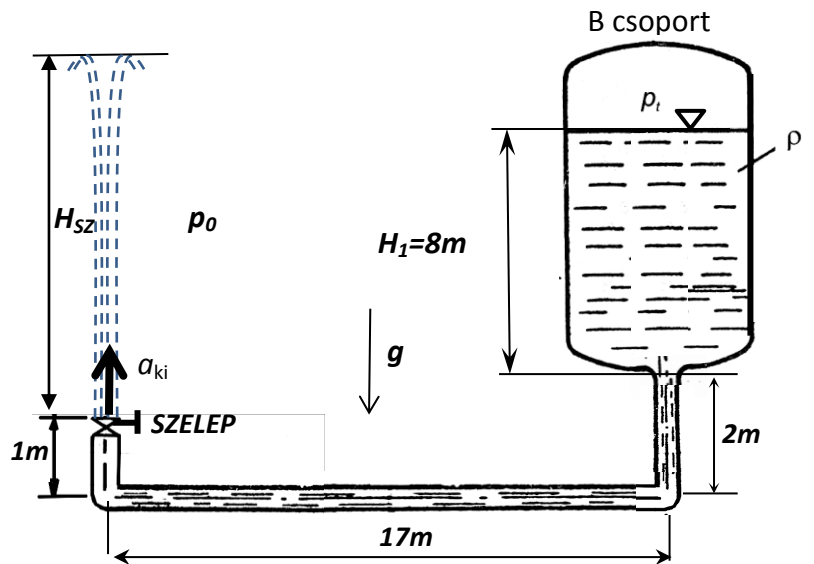
FELTÉTELEK: $\mu=0$; $\rho=\text{áll}$;

ADATOK: $p_0=10^5\text{Pa}$; $\rho_{\text{víz}}=10^3\text{kg/m}^3$,
 $g=10\text{N/kg}$; $A_{\text{tartály}} \gg A_{\text{cső}}$; $A_{\text{szelep}}=A_{\text{cső}}$; az átmeneti idom, a könyökidomok és a szelep hossza elhanyagolható.

KÉRDÉSEK:

A) Mekkora a kiáramlási keresztmetszetbeli víz gyorsulás a szelep hirtelen nyitásának $t_0=0\text{s}$ időpillanatában? $a_{ki}=?$

B) Stacioner állapotban mekkora a szökőkút ábrán jelölt H_{SZ} magassága? $H_{SZ}=?$

**MEGOLDÁS**

A) Instacioner Bernoulli egyenletet felírva a tartály vízfelszín és a szelep kilépő keresztmetszete között, majd rendezve a_{ki} -re ($H_1=8\text{m}$, $H_2=2\text{m}$, $H_3=1\text{m}$ jelöléssel)

$$a_{ki} = \frac{p_t - p_0 + \rho \cdot g \cdot (H_1 + H_2 - H_3)}{\rho \cdot L} = \frac{450000 - 100000 + 1000 \cdot 10 \cdot (8 + 2 - 1)}{1000 \cdot (20)} = \frac{44}{2} = 22\text{m/s}^2$$

B) Stacioner állapotban Bernoulli egyenlet tartály vízfelszín és szökőkút legfelső pontja között

$$p_t + \rho g(H_1 + H_2) = p_0 + \rho g(H_3 + H_{SZ})$$

Mely a keresett H_{SZ} magasságra rendezhető. $H_{SZ} = 44\text{ m}$

4B.FELADAT (10pont)

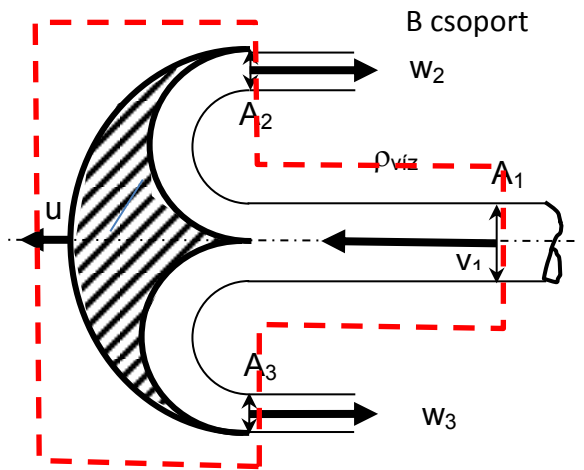
Egy $A_1=0,02\text{m}^2$ keresztmetszetű víz szabadcsugár $v_1=30\text{m/s}$ abszolút sebességgel áramlik egy vele azonos irányban $u=10\text{m/s}$ sebességgel mozgó íves szimmetrikus idomra (pl. egy Pelton-turbina lapátra). Az $A_2=A_3$ azonos keresztmetszetű idomról leáramló vízcsugarak tengelyei a rááramlással párhuzamosak. A leáramlás relatív sebessége az ábrán jelöltek.

FELTÉTELEK: stacioner állapot, síkáramlás, $\rho=\text{áll.}$, $\mu=0$, a nehézségi erőter hatása elhanyagolható.

ADATOK: $p_0=10^5\text{Pa}$, $g=10\text{N/kg}$; $\rho_{\text{víz}}=10^3\text{kg/m}^3$

KÉRDÉS: Határozza meg az idomra ható \underline{R} erőt!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába a felvett koordináta-rendszert és az ellenőrző felületet! A példa megoldása ezek nélkül nem értelmezhető!

**MEGOLDÁS**

A mozgó idomhoz rögzített $A_{e.f.}$ felvétele (lásd ábra), valamint szintén a mozgó idomhoz rögzített $(x \leftarrow, y \uparrow)$ irányítottágú koordináta-rendszer felvétele az első lépés.
A nyomás az $A_{e.f.}$ -en mindenhol p_0 .

Folytonosság relatív rendszerben $w_1 A_1 = w_2 A_2 + w_3 A_3$

Az 1-2 és 1-3 relatív áramvonalakon felírt Bernoulli-egyenletekből $w_1 = w_2 = w_3$
 $w_1 = 30 - 10 = 20\text{m/s}$, illetve $A_1 = A_2 + A_3$

A sűrűség állandó. Szimmetria miatt $A_2 = A_3$

Az impulzusáram vektoroknak csak x irányú komponense van.

Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

$$-\rho_1 w_1^2 A_1 - \rho_2 w_2^2 A_2 - \rho_3 w_3^2 A_3 = -R_x$$

Az impulzustétel **y irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

$$0 = -R_y$$

A ható erő komponenseire fenti két komponensegyenlet rendezhető, majd \underline{R} nagysága és iránya kiszámítható, felrajzolható. $R_x = 16\text{kN}$, $R_y = 0\text{N}$

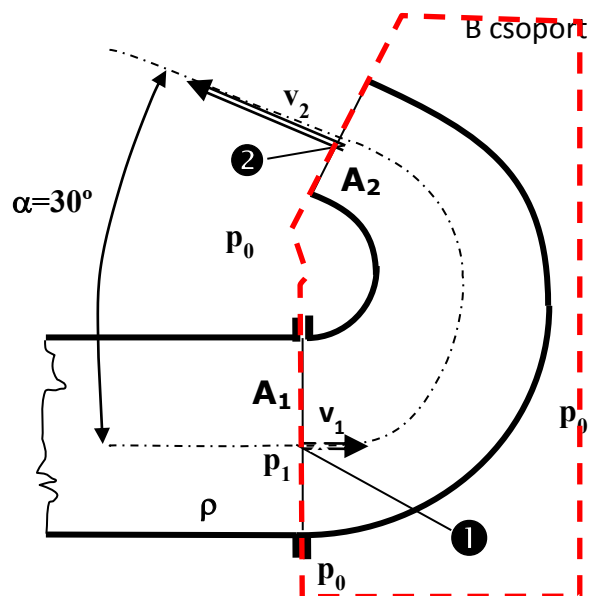
5B.FELADAT (10pont)

Egy $A_1=0,001\text{m}^2$ keresztmetszetű cső végén egy áramlás irányban szűkülő ($A_2=A_1/2$) könyökidom ($\alpha=30^\circ$) van. A könyökidom tengelye a vízszintes síkban fekszik. Az A_1 keresztmetszeten meleg ($\rho=1\text{kg/m}^3$) levegő áramlik ismert $v_1=30\text{m/s}$ átlagsebességgel. A „2” keresztmetszeten a levegő a szabadba áramlik ki.

FELTÉTELEK: $\mu=0$; $\rho=\text{áll.}$; $p_0=10^5\text{Pa}$; stacioner áramlás, a nehézségi erőter hatása elhanyagolható.

KÉRDÉS: Határozza meg az idomra ható \underline{R} erőt!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába az Ön által felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! Ezek nélkül a megoldása nem értelmezhető!

**MEGOLDÁS**

Folytonosság tétele: $v_1 A_1 = v_2 A_2$, és $A_1/A_2 = 2$

A feltételek szerinti stac. Bernoulli-egyenlet felírva „1” és „2” pontok közé a nyomáskülönbség ($p_1 - p_0 = 1350\text{ Pa}$) ismeretében folytonosság tételét kihasználva $v_1 = 30/\text{s}$, $v_2 = 60\text{m/s}$

Az $A_{e.f.}$ felvétele (lásd ábra), valamint $(\underline{x} \rightarrow, \underline{y} \uparrow)$ irányítottágú koordinátarendszer felvétele az első lépés. A nyomás az $A_{e.f.}$ -en mindenhol p_0 ., kivéve A_1 keresztmetszetet, ahol p_1 . A sűrűség állandó.

Az impulzustétel x irányban felírt komponensegyenlete:

$$-\rho_1 v_1^2 A_1 - \rho_2 v_2^2 A_2 \cos 30^\circ = - \int_{Ax} p d\underline{A} - R_x$$

Ahol a nyomáseloszlásból származó erő x komponense: $- \int_{Ax} p d\underline{A} = -(-p_1 A_1 + p_0 A_1) = (p_1 - p_0) A_1$

Az impulzustétel y irányban felírt komponensegyenlete rendszerben:

$$\rho_2 v_2^2 A_2 \sin 30^\circ = - \int_{Ay} p d\underline{A} - R_y$$

Ahol a nyomáseloszlásból származó erő y komponense zérus: $- \int_{Ay} p d\underline{A} = 0$

A ható erő komponenseire fenti két komponensegyenlet rendezhető, majd \underline{R} nagysága és iránya kiszámítható, felrajzolható. $R_x = 3,809\text{ N}$, $R_y = -0,9\text{ N}$