2. FAK ZH

Név:................. **MEGOLDÁS**.................Aláírás:...........................

NEPTUN kód:................................. ÜLŐHELY sorszám..............

PONTSZÁM:Σ50p / p

1. FELADAT (elmélet = 10pont = 10×1pont, csak a tökéletesen jó válasz ér 1-1 pontot)

1.1)Karikázza be a jó válasz vagy válaszok(ok) betűjelét!
Az alábbi A, B, C, D feltételeket a különálló, egyenként, önmagukban önálló állításnak tekintve, mely feltétel vagy feltételek esetén igaz a **folytonosság** (kontinuitás) **tételének div(v)=0** alakja?

A) stacioner áramlás

B) összenyomhatatlan közeg

C) súrlódásmentes közeg

D) instacioner áramlás

1.2)Egészítse ki az Euler-egyenlet természetes koordinátarendszerben felírta alakját helyesre! Adja meg az egyenletbe minden Ön által beírt minden mennyiség(ek) nevét és mértékegységét is!

$$-\frac{v^2}{R} = g_n - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial n}$$

1.3) Tekintsük ideális közeg instacioner áramlását egy olyan függőleges tengelyű csővezetékben, melyben két, nem zérus nagyságú és különböző (A_1 és A_2) keresztmetszetű és különböző (L_1 és L_2) hosszúságú egyenes csőszakaszt egy elhanyagolható hosszú átmeneti idom (rövid konfúzor vagy diffúzor) köt össze. A csőszakaszok a_1 és a_2 gyorsulásaira illetve a v_1 és v_2 sebességeire felírt alábbi összefüggések közül **karikázza be a helyes(ek) betűjelét!**

A) $\rho \cdot a_1 \cdot A_1 = \rho \cdot a_2 \cdot A_2$

B) $\rho \cdot v_1 \cdot L_1 = \rho \cdot v_2 \cdot L_2$

C) $\rho \cdot a_1 \cdot L_1 = \rho \cdot a_2 \cdot L_2$

D) $\rho \cdot v_1^2 \cdot A_1 = \rho \cdot v_2^2 \cdot A_2$

1.4) Egészítse ki az impulzustétel alábbi hiányos integrál alakját helyesre, ha egy összenyomható, súrlódásmentes folyadékrészt körülvevő „A" zárt felülettel határolt „V" térfogat teljes mértékben tartalmaz egy szilárd testet. Adja meg a minden (Ön által beírt hiányzó) mennyiség nevét és mértékegységét is!

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \cdot \underline{v} \cdot dV + \int_A \underline{v} \cdot \rho \cdot (\underline{v} \cdot d\underline{A}) = \int_V \rho \cdot \underline{g} \cdot dV - \int_A p \cdot d\underline{A} - \underline{R}$$

1.5) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok(ok) betűjelét! Csak a teljesen jó megoldás ér pontot.
Amennyiben szilárd test van az ellenőrző felületen belül, az impulzustételben szereplő …

A) Az „**R**" alakú tag a folyadékról az ellenőrző felületen belül lévő szilárd testre ható erő.

B) Az „**R**" alakú tag az ellenőrző felületen belül lévő szilárd testről a folyadékra ható erő.

C) A „–**R**" alakú tag az ellenőrző felületen belül lévő szilárd testről a folyadékra ható erő.

D) A „–**R**" alakú tag a folyadékról az ellenőrző felületen belül lévő szilárd testre ható erő.

1.6) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok betűjelét! A valós közeg általános mozgásegyenlete:

A) $\frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{g} + \frac{1}{\rho}\underline{\underline{\phi}}\underline{\nabla}$

B) $\frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{g} + \frac{1}{\rho}\underline{\underline{\phi}}\underline{\Delta}$

C) $\frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{g} - \frac{1}{\rho}\underline{\underline{\phi}}\underline{\nabla}$

D) $\frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{g} - \frac{1}{\rho}\underline{\underline{\phi}}\underline{\Delta}$

1.7) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok betűjelét! A Navier-Stokes egyenlet levezetésénél használt feltétel vagy feltételek:

A) μ = állandó

B) ρ = állandó

C) div$\underline{v}$ = 0

D) μ = 0

1.8) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok betűjelét! A Navier-Stokes egyenletben a súrlódás hatását kifejező tag az alábbi:

A) $+\nu \cdot \Delta\underline{v}$

B) $+\underline{v} \cdot \Delta\underline{v}$

C) $-\nu \cdot \Delta\underline{v}$

D) $+\frac{\mu}{\rho} \cdot \Delta\underline{v}$

1.9) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok betűjelét! A Borda-Carnot idom nyomásveszteségét az alábbi kifejezés adja meg:

A) $\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2}(v_1 - v_2)^2$

B) $\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2}(v_2 - v_1)^2$

C) $\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2)$

D) $\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2)$

1.10) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok betűjelét! Egy hidraulikai elem veszteségtényezőjének általános definícióját az alábbi kifejezéssel adhatjuk meg:

A) $\zeta = \frac{\Delta p'_{veszt}}{p_{din}}$

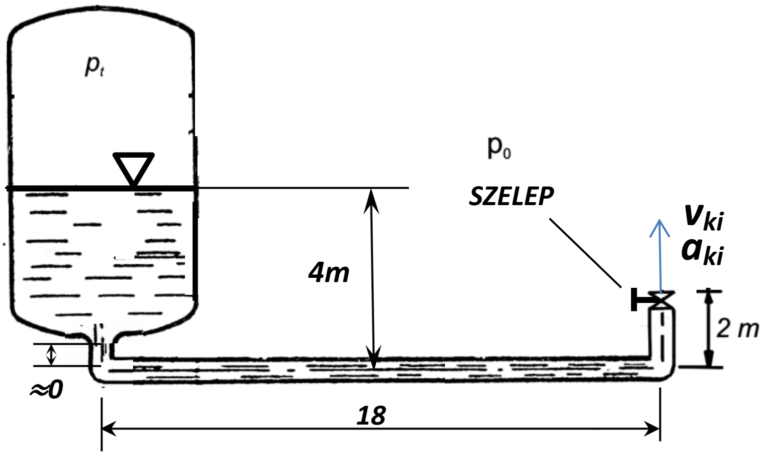
B) $\zeta = \frac{\Delta p'_{veszt}}{\Delta p_{ideális}}$

C) $\zeta = \frac{\Delta p_{valós}}{\Delta p_{ideális}}$

D) $\zeta = \frac{\Delta p'_{veszt}}{\Delta p_{valós}}$

2. FELADAT (10p) instac. Bernoulli

A mellékelt ábrán látható zárt (p_t=2,8·10^{5}Pa) tartály aljára egy elhanyagolható hosszúságú függőleges csőszakasz, majd egy állandó keresztmetszetű ($A_{cső}$=10cm^2) cső csatlakozik az ábrán látható módon. A cső vízszintes szakasza 18m, ezt egy 2m hosszú függőleges szakasz követ, majd a csővégen egy alapállapotban teljesen zárt szelep található, mely kilépő keresztmetszete a csőével azonos.



ADATOK: p_0=10^{5}Pa; $\rho_{víz}$=1000kg/m^3; g=10N/kg; μ=0; ρ=áll; $A_{tartály}$>>$A_{cső}$

KÉRDÉS: Mekkora a csővégi kiáramlási sebesség abban a nyitás utáni t_0<t időpillanatban, amikor a gyorsulás ott pontosan a_{ki}=5m/s^2?

MEGOLDÁS

Az instacioner kiáramlásra felírt Bernoulli-egyenlet a tartály vízfelszín „t" és csővégi „2" kiáramlási pont közötti áramvonalon:

$$p_t + \frac{\rho}{2}\cdot \mathrm{v}_t^2 + \rho\cdot g\cdot z_t = p_2 + \frac{\rho}{2}\cdot \mathrm{v}_2^2 + \rho\cdot g\cdot z_2 + \rho\cdot\int_t^2 \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t} d\underline{s}$$

A z=0m referencia szintet bárhova felvehetjük, most legyen z=0m a csőtengelyben.

	„t"=tartály vízfelszín	„2"="ki" =csővég, a szelep utáni kiáramlási keresztmetszet
p [Pa]	p_t=280 000Pa	p_2=p_0=100 000Pa
v [m/s]	$\mathrm{v}_t\approx 0$	v_2= v_{ki}= ?m/s (nyitás utáni t időpillanat)
z [m]	z_t =H=4m	z_2 =2m

A „t" és „2" pontok közötti folyadék gyorsításához szükséges többletnyomás, azaz a teljes „t"-„2" áramvonalon a $\rho\cdot\int_t^2 \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t} d\underline{s}$ tag kiszámítása egyszerű, hiszen egyrészt $A_{tartály}$>>$A_{cső}$, másrészt az átmeneti idomok hossza elhanyagolható, így:

$$\rho\cdot\int_t^2 \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t} d\underline{s} = \rho\cdot a_1\cdot L_1.$$

A csőhossz pedig L=18m+2m=20m ismert.

A keresett sebességre rendezve:

$$\mathrm{v}_{ki} = \sqrt{\frac{2\cdot(p_t - p_0 + \rho\cdot g\cdot(z_t - z_2) - \rho\cdot a\cdot L)}{\rho}}$$

$$\mathrm{v}_{ki} = \sqrt{\frac{2\cdot(2{,}8\cdot 10^5 - 10^5 + 10^3\cdot 10\cdot(4-2) - 10^3\cdot 5\cdot 20)}{10^3}}$$

$$\mathrm{v}_{ki} = \sqrt{360+40-200} = \sqrt{200} = 14{,}14 m/s$$

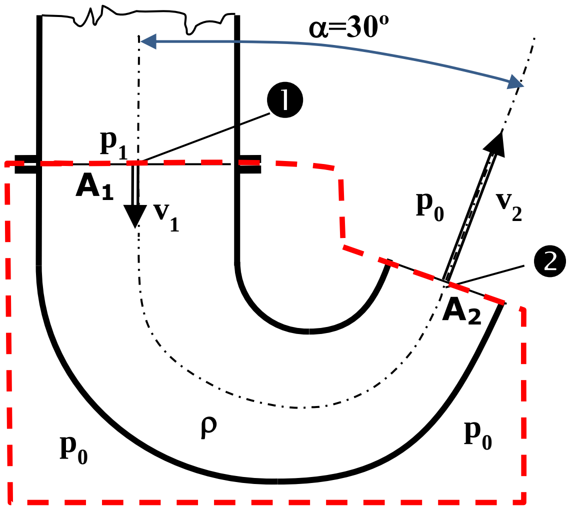
3. FELADAT (10p) impulzustétel

Egy A_1=0,03m^2 keresztmetszetű cső végén egy áramlás irányban szűkülő (A_2=0,01m^2, α=30°) könyökidom van. A csőtengely a függőleges síkban van, és víz (ρ=1000kg/m^3) áramlik ki ismert v_2=30m/s átlagsebességgel a szabadba. A külső nyomás p_0=10^{5}Pa mindenhol.

FELTÉTELEK: μ=0; ρ=áll.; stacioner áramlás, a folyadékra ható súlyerő elhanyagolható, az idom tengelye a vízszintes síkban fekszik.

KÉRDÉS: Határozza meg az idomra ható erőt!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába az Ön által felvett koordináta-rendszert és az ellenőrző felületet! Ezek nélkül a megoldása nem értelmezhető!



MEGOLDÁS

Előkészületek:

Folytonosság tétele: $v_1 A_1 = v_2 A_2$, és $A_1/A_2=3$ ismert. Ez alapján v_1=10m/s, v_2=30m/s.

A stacioner áramlásra vonatkozó Bernoulli –egyenletet felírva „1" és „2" pontok közé,

$$p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2$$

Adott feltételekre egyszerűsítve és rendezve a nyomáskülönbségre,

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2)$$

behelyettesítés után adódik: p_1-p_0=500·(900-100)= 400 000 Pa.

Ezzel mindenhol ismertek a nyomások, sebességek, keresztmetszetek.

Az $A_{e.f.}$ felvétele (lásd ábra), valamint (x→, y↑) irányítottságú koordinátarendszer felvétele az első lépés.
A nyomás az $A_{e.f.}$ –en mindenhol p_0., kivéve A_1 keresztmetszetet, ahol p_1.
A sűrűség állandó.

Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

$$\rho_2 v_2^2 A_2 sin30° = -R_x$$

Ahol a nyomáseloszlásból származó erő x komponense: $-\int_{Ax} p d\underline{A} = 0$, hiszen az A_1 felület normálisa y irányú.

Az impulzustétel **y irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

$$\rho_1 v_1^2 A_1 + \rho_2 v_2^2 A_2 cos30° = -\int_{Ay} p d\underline{A} - R_y$$

Ahol a nyomáseloszlásból származó erő y komponense: $-\int_{Ax} p d\underline{A} = -(p_1 A_1 - p_0 A_1) = -(p_1 - p_0) A_1$

A ható erő komponenseire fenti két komponensegyenlet rendezhető, majd $\underline{R}$ nagysága és iránya kiszámítható, felrajzolható.

$$R_x = -\rho_2 v_2^2 A_2 sin30° = -1000 \cdot 900 \cdot 0{,}01 \cdot sin30°$$
$$R_y = \rho_1 v_1^2 A_1 + \rho_2 v_2^2 A_2 cos30° + (p_1 - p_0) A_1 = 1000 \cdot 100 \cdot 0{,}03 + 1000 \cdot 900 \cdot 0{,}01 \cdot cos30°$$

4A. FELADAT (10p) áramlásba helyezett testre ható erő

KÉREM, VÁLASSZON!

Vagy ezt a 4A jelűt, vagy a következő lapon lévő 4B feladatot oldja meg! Ha mindkettőt megoldja, mindkettőt kijavítom, így + pontot érhet.

Az alábbi ábrán egy cabrio személyautó (Mercedes-Benz E-Class Cabriolet) látható. Az autó szélcsendben, állandó v_{max}=216km/h sebességgel, egyenes úton előrefelé halad. Ellenállástényezője cabrio (tető nélküli) kivitelben 0,35 értékű, felhajtóerő-tényezője pedig +0,25 értékű. Az autó áramlásra merőleges vetületi (ún. referencia) keresztmetszete A_{ref}=2,11m^2;
Adatok: ρ_{lev}=1.2kg/m^3
KÉRDÉSEK:
A)Számítsa ki az aerodinamikai ellenálláserőt és a felhajtóerőt!
B)Ha a sofőr becsukja a vászontetőt, akkor az ellenállástényező 0,32 értékűre csökken, ugyanakkor a referencia keresztmetszet 2,25m^2-re nő, az autóra ható ellenálláserő pedig 5%-kal csökken! Mekkora lesz ekkor az autó sebessége?

MEGOLDÁS

Lásd előadásjegyzetükben, tankönyvben. (11. fejezet)

4B. FELADAT (10p) áramlások hasonlósága

KÉREM, VÁLASSZON!

Vagy ezt a 4B jelűt, vagy előző lapon lévő 4A feladatot oldja meg! Ha mindkettőt megoldja, mindkettőt kijavítom, így + pontot érhet.

Egy úszó kéz 1:1 méretarányú modelljén aerodinamikai paramétereket (pl. ellenálláserő) kell meghatároznunk, viszont nincs vízcsatorna a laborunkban, csak szélcsatorna. Olyan, a kéz körüli áramláshoz hasonló áramlási körülményeket kell biztosítanunk a mérés során, mint amikor az úszó keze az úszómedencében nyugalomban lévő vízben éppen **v=1m/s** sebességgel mozog a vizsgált időpillanatban. Ez a v megfúvási sebesség vehető a v_0 jellemző sebességnek, míg a kéz körüli áramlásra jellemző hosszlépték l_0=0,1m. **KÉRDÉSEK:**

A) Mely hasonlósági szám azonosságát kell biztosítani? Indokolja válaszát!

B) Mekkora megfúvási sebességet kell beállítani a szélcsatornában, hogy a valósághoz hasonló áramlást hozzunk létre a modell kéz körül? Válaszát számítással indokolja!

ADATOK		valós	modell
Megnevezés	**mértékegység**	víz	levegő
sűrűség	kg/m^3	1000	1,184
hőmérséklet	°C	18	21
viszkozitás	kg/(m·s)	10^{-3}	$18{,}4\cdot10^{-6}$
megfúvási sebesség	m/s	1	**?**
erőtér térerősségvektora	N/kg	9,81	9,81
légköri nyomás	Pa	100 453	99 870

MEGOLDÁS

A) A kéz körüli áramlásban a tehetetlenségi és a súrlódó erők dominálnak, így a Reynolds-szám azonosság a hasonlósági feltétel a vízbeli valós („V") és a levegőbeli modell („M") áramlás között.

B)

$$\mathrm{Re}_{Valós} = \mathrm{Re}_{Modell}$$

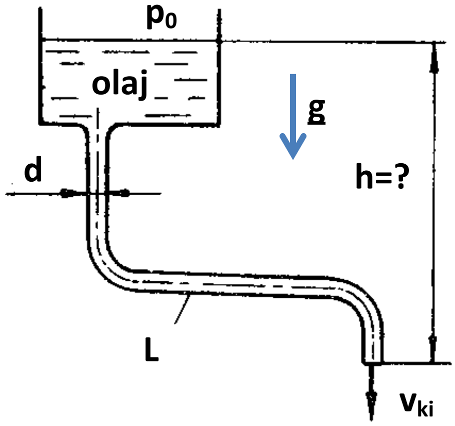
$$\frac{\mathrm{v}_{0,valós}\cdot l_{0,valós}}{\nu_{valós}} = \frac{\mathrm{v}_{0,modell}\cdot l_{0,modell}}{\nu_{modell}}$$

Az M=1:1 méretarány esetén a jellemző hosszlépték azonos, így :

$$\mathrm{v}_{0,modell} = \mathrm{v}_{0,valós}\frac{\nu_{modell}}{\nu_{valós}} = \mathrm{v}_{0,valós}\frac{\frac{\mu_{modell}}{\rho_{modell}}}{\frac{\mu_{valós}}{\rho_{valós}}} = 1\cdot\frac{\frac{18{,}4\cdot10^{-6}}{1{,}184}}{\frac{10^{-3}}{1000}} = 15{,}54\,\frac{m}{s}$$

Lásd előadásjegyzetükben, tankönyvben. (áramlások hasonlósága témakör)

5. FELADAT (7p) hidraulika



Az ábrán vázolt olajozó berendezés egy olajtartályból és egy ∅d=5mm csőből áll. Alul a nyitott csővégen v_{ki}=0,08m/s előírt állandó kiáramlási sebességet kell biztosítunk egy gép megfelelős olajkenéséhez. Az olajtartály felső szabad folyadékfelszíne és az alsó csővég is $p_0=10^5$Pa nyomásra nyitott. A cső áramlási veszteség szempontjából L=10m hosszú egyenes csőnek tekinthető, a tartályból csőbe való belépés vesztesége elhanyagolható.

FELTÉTELEK: stacioner áramlás, ρ=áll., μ=áll., A_t>>$A_{cső}$

ADATOK: $\rho_{olaj}=800kg/m^3$; $\nu_{olaj}=10^{-4}m^2/s$; g=10N/kg

KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki az előírt sebesség esetére a Reynolds-szám (Re), a csősúrlódási tényező (λ) és a cső nyomásveszteségének értékét! ($\Delta p'_{cső}$)!

B) Számítsa ki, mekkora h magasságkülönbség szükséges az előírt sebesség biztosításához! h=?

MEGOLDÁS

$$Re = \frac{v_0 \cdot l_0 \cdot \rho}{\mu} = \frac{v_{cső} \cdot d_{cső} \cdot \rho}{\mu} = \frac{v_{cső} \cdot d_{cső}}{\nu}$$

Re=4 (lamináris)

$\boldsymbol{\lambda = \frac{64}{Re}}$**=16**

$\Delta p'_{cső} = \frac{\rho}{2} v^2 \frac{l}{d} \lambda$=81920Pa

A tartály olajfelszín („1”) és a kilépő keresztmetszet („2”) áramvonal Δp’ súrlódási veszteségeit figyelembe vevő kibővített, ún. veszteséges Bernoulli-egyenlet az alábbi alakban írható:

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 \frac{l}{d} \lambda$$

Itt $p_0=p_1=p_2$, és a tartály felszínen v_1=0m/s. A keresett mennyiség $h=z_1-z_2$, minden mást ismerünk, tehát h-ra rendezhető.

$$\rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) = \frac{\rho}{2} v_2^2 (1 + \frac{l}{d} \lambda)$$

$$h = \frac{\frac{\rho}{2} v_2^2 (1 + \frac{l}{d} \lambda)}{\rho \cdot g} = \frac{v_2^2}{2g} (1 + \frac{l}{d} \lambda)$$

h_A=10,24m

Megjegyzés: A példában megadott $\nu_{olaj}=10^{-4}m^2/s$ irreális kinematikai viszkozitás a fenti irreális eredményekre vezet! EZ az érték a dinamikai viszkozitás $\mu_{olaj}=10^{-4}kg/(ms)$.

Lásd előadásjegyzetükben, tankönyvben. (hidraulika)