

A/1.PÉLDA (hasonlóság)

Egy járműmotor kenőrendszerében egy $d=5\text{mm}$ átmérőjű és $L=150\text{mm}$ hosszú egyenes csőnek tekinthető vezetékben olajáramlást vizsgálunk. A csőben a valóságban forró motorolaj áramlik $q_m=0,25\text{ kg/s}$ tömegárammal.

Olaj adatok: $t_{olaj}=100\text{ °C}$, $\rho_{olaj}=797\text{ kg/m}^3$, $\nu_{olaj}=9,71\cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$

Az áramlások hasonlóságát kihasználva a laborban ugyanezen a csövön csapvizet áramoltatva modellezzük az olaj áramlását.

Csapvíz adatok: $t_{víz}=15\text{ °C}$, $\rho_{víz}=999,1\text{ kg/m}^3$, $\mu_{víz}=1,138\cdot 10^{-3}\text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$

KÉRDÉS: Mekkora kell a víz áramlási sebességét beállítani, hogy csapvízzel az olaj áramlásához hasonló áramlást hozzunk létre?

MEGOLDÁS

Mivel a tehetetlenségi és súrlódó erők dominálnak, így a Reynolds-szám azonosság a hasonlósági feltétel a valós („V”) és a modell („M”) között. A

$$Re_V = Re_M$$

feltételből a sebesség, csőátmérő (mint az áramlásra jellemző hossz méret) és a közegek kinematikai viszkozitását beírva

$$\frac{v_{olaj} \cdot d_{olaj}}{\nu_{olaj}} = \frac{v_{víz} \cdot d_{víz}}{\nu_{víz}}$$

és tudva, hogy a $0,25\text{kg/s}$ olaj tömegáramból az olaj sebesség kiszámítható, és azonos d átmérőjű csövet használunk a valóságban és a modell mérés során, és a dinamikai és kinematikai viszkozitás között a közeg sűrűsége teremt kapcsolatot, a keresett víz sebességre kapjuk:

$$v_{víz} = v_{olaj} \frac{\nu_{víz}}{\nu_{olaj}} = \frac{q_{m,olaj}}{\rho_{olaj} \cdot \frac{d^2 \pi}{4}} \frac{\mu_{víz}}{\rho_{víz}} = 1,874\text{ m/s}$$

Fentiekkel biztosított a Reynolds-számazonosság, azaz a valós és a modell áramlás Re-szémai azonosak:

$$Re_{olaj} = (0,25 / (797 \cdot 0,005^2 \cdot \pi / 4)) \cdot 0,005 / (9,71 \cdot 10^{-6}) = 8226$$

$$Re_{víz} = (1,874 \cdot 0,005 \cdot 999,1) / (1,138 \cdot 10^{-3}) = 8226$$

amely jelen esetben a modellezéskor alkalmazott hasonlósági kritérium.

A/2.PÉLDA (hasonlóság)

Úszók kezének ellenállástényezőjét vizsgáljuk. A vizsgált kéz jellemző keresztmetszete $A_{ref}=180 \text{ cm}^2$, a vízben mozgó kéz jellemző sebessége $v=1,5 \text{ m/s}$.

Vízcsatorna helyett csak kis keresztmetszetű szélcsatornánk van, így a kéz lekicsinyített, 1:2 méretarányú kézmodelljét tesszük a szélcsatorna mérőterébe.

Víz adatok: $\rho_{v\acute{z}}=1000 \text{ kg/m}^3$, $\mu_{v\acute{z}}=10^{-3} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$ /

Levegő adatok: $\rho_{lev}=1,2 \text{ kg/m}^3$, $\nu_{lev}=15,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

KÉRDÉS: Mekkora kell a mérőtérbeli megfúvási sebességet beállítani a szélcsatornában, hogy a valós kéz körüli áramláshoz hasonló áramlást hozzunk létre?

MEGOLDÁS

Mivel a tehetetlenségi és súrlódó erők dominálnak, így a Reynolds-szám azonosság a hasonlósági feltétel a valós („V”) és a modell („M”) között. A

$$Re_V = Re_M$$

feltételből a sebesség, $l_0=\sqrt{A_{ref}}$ (mint az áramlásra jellemző hossz méret) és a közegek kinematikai viszkozitását beírva

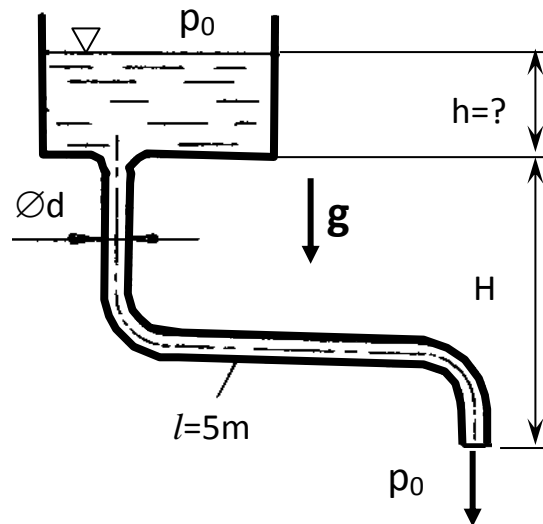
$$\frac{v_{v\acute{z}} \cdot l_{0,v\acute{z}}}{\nu_{v\acute{z}}} = \frac{v_{lev} \cdot l_{0,lev}}{\nu_{lev}}$$

és tudva, hogy a valós jellemző sebesség $v_{v\acute{z}}=1,5 \text{ m/s}$ ismert, és az 1:2 méretarány ismert a valóságban és a modell mérés során, és a dinamikai és kinematikai viszkozitás között a közeg sűrűsége teremt kapcsolatot, a keresett szélcsatornabeli sebességre kapjuk:

$$v_{lev} = v_{v\acute{z}} \frac{\nu_{lev} l_{0,v\acute{z}}}{\nu_{v\acute{z}} l_{0,lev}} = 1,5 \frac{15,5 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{10^{-6} \cdot 1} = 46,5 \text{ m/s}$$

B/1.PÉLDA (HIDRAULIKA)

Egy kenőrendszernek percenként 19cm^3 értékű, állandó mennyiségű olajat ($\rho_{\text{olaj}}=800\text{kg/m}^3$; $\nu_{\text{olaj}}=10^{-4}\text{m}^2/\text{s}$) kell szállítania. Az olajtartály szabadfelszínű, a tartályból csőbe való belépés veszteségmentes, a cső áramlási veszteség szempontjából $l=5\text{m}$ hosszú, $\varnothing d=4\text{mm}$ átmérőjű, egyenes csőnek tekinthető, a csővég nyitott ($p_0=10^5\text{Pa}$), a tartály alja és a kilépő keresztmetszet közötti magasságkülönbség $H=2\text{m}$.



KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki a csőbeli áramlási sebesség, a Reynolds-szám és a csősúrlódási tényező értékét!

B) Mekkora ebben az állapotban a tartály olajsintjének magassága? $h=?$

MEGOLDÁS

Aa) Áramlási sebesség: $v_{\text{cső}}=q_V/A_{\text{cső}}=(19\text{cm}^3/\text{perc})/(A_{\text{cső}})=0,025199532\text{ m/s}$

Ab) Reynolds-szám:

$$Re_d = \frac{v_{\text{cső}} \cdot d_{\text{cső}}}{\nu_{\text{olaj}}} = 1$$

Ac) Mivel $Re_d < Re_{\text{határ}}$, így lamináris az áramlás a csőben, tehát a csősúrlódási tényező számítható: $\lambda = \frac{64}{Re} = 64$

B) A csőszakasz $\Delta p'$ veszteségét figyelembe veszteséges Bernoulli-egyenlet a vízfelszín és kifolyás csővégi környezeti nyomásra nyitott keresztmetszete között:

$$p_0 + \frac{\rho}{2}v_t^2 + \rho \cdot g \cdot z_t = p_0 + \frac{\rho}{2}v_{ki}^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \sum_{i=1}^n \Delta p'$$

A csőszakasz $\Delta p'$ veszteségét figyelembe veszteséges Bernoulli-egyenlet vízfelszín és kifolyás keresztmetszete között:

$$p_0 + \frac{\rho}{2}v_t^2 + \rho \cdot g \cdot z_t = p_0 + \frac{\rho}{2}v_{ki}^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \sum_{i=1}^n \Delta p'$$

ahol csak az 5m hosszú csőnek van súrlódási vesztesége:

$$\sum_{i=1}^1 \Delta p' = \Delta p'_{\text{cső}} = \frac{\rho}{2}v_{\text{cső}}^2 \frac{l_{\text{cső}}}{d_{\text{cső}}} \lambda_{\text{cső}}$$

A tartály vízfelszín lesüllyedési sebessége elhanyagolható ($v_t=0$).

Állandó csőkeresztmetszet miatt $v_{\text{cső}}=v_{ki}$ ismert.

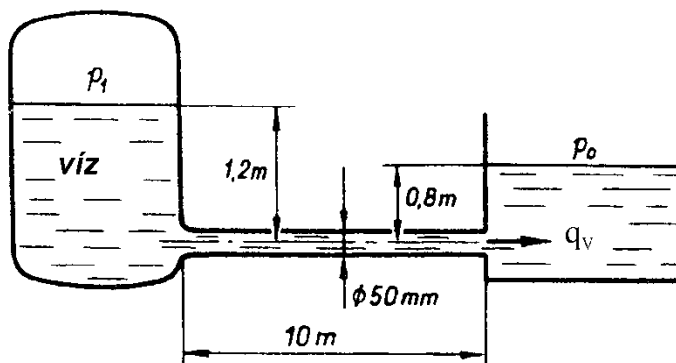
A kifolyáshoz vesszük fel a $z=0\text{m}$ referenciaszintet, akkor $z_1=h+H$ miatt csak a h marad ismeretlen az egyenletben. Rendezve:

$$\rho \cdot g \cdot (h + H) = \frac{\rho}{2}v_{ki}^2 + \frac{\rho}{2}v_{\text{cső}}^2 \frac{l_{\text{cső}}}{d_{\text{cső}}} \lambda_{\text{cső}}$$

$$h = \frac{v_{ki}^2}{2g} \left(1 + \frac{l_{\text{cső}}}{d_{\text{cső}}} \lambda_{\text{cső}} \right) - H = 2,54\text{m} - 2\text{m} = 0,54\text{m}$$

B/2.PÉLDA (HIDRAULIKA)

A baloldali zárt, a vízfelszín fölött p_1 nyomású tartályból 300 liter/perc állandó térfogatárammal áramlik át víz a jobboldali p_0 nyomásra nyitott szabadfelszínű tartályba egy vízszintes tengelyű, $\varnothing 50\text{mm}$ átmérőjű, $L=10\text{m}$ hosszú, hidraulikailag simának tekinthető csőön keresztül. A baloldali tartályból a csőbe való belépés veszteségmentes, a jobboldali tartályba való belépés nem: ott egy 180 fokos, hirtelen keresztmetszet növekedésnek tekinthető a csőcsatlakozás, a tartályba való kilépés. A tartálybeli vízfelszínnek emelkedési/süllyedési sebessége lehangolható ($A_{\text{tartály}} \gg A_{\text{cső}}$). Összenyomhatatlan közeg, stacioner áramlás.



ADATOK: $\rho_{\text{víz}}=1000 \text{ kg/m}^3$, $v_{\text{víz}}=1,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $p_0=10^5 \text{ Pa}$, $g=10 \text{ N/kg}$

KÉRDÉSEK:

- Számítsa ki a csőbeli áramlásra jellemző Reynolds-számot és a csősúrlódási tényezőt!
- Mekkora $(p_1 - p_0)$ túlnyomást szükséges biztosítani ehhez az áramlási állapothoz?
- Mekkora lenne a csősúrlódási tényező és a $(p_1 - p_0)$ túlnyomás, ha a cső belső falának átlagos érdesség magassága $0,1\text{mm}$ lenne? Kérem, jelölje a Moody-diagramba a leolvashoz használt segédvonalakat!

MEGOLDÁS

a) Áramlási sebesség: $v_{\text{cső}}=q_v/A_{\text{cső}}= (300 \text{ lit/perc}) / (A_{\text{cső}}) = 1,5707963 \text{ m/s}$

Reynolds-szám:

$$Re_d = \frac{v_{\text{cső}} \cdot d_{\text{cső}}}{\nu_{\text{olaj}}} = 53360$$

Mivel $Re_d > Re_{\text{határ}}$, így turbulens az áramlás a hidraulikailag sima csőben, tehát a csősúrlódási tényező számítható a Blasius formula alapján, mivel $2300 < Re < 200000$:

$$\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}} = 0,02079137$$

b) A csőszakasz $\Delta p'$ veszteségét figyelembe veszteséges Bernoulli-egyenlet a tartály vízfelszín és kifolyás csővégi környezeti nyomásra nyitott keresztmetszete között:

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \sum_{i=1}^n \Delta p'_i$$

A két vízfelszín közötti áramvonalon a feltételek szerint két veszteséget kell figyelembe vennünk, a csősúrlódási veszteséget (minden ismert már a részből) és a kilépési veszteséget (itt $\zeta_{ki}=1$ ismert)

$$\sum_{i=1}^2 \Delta p'_i = \Delta p'_{\text{cső}} + \Delta p'_{ki} = \frac{\rho}{2} v_{\text{cső}}^2 \frac{l_{\text{cső}}}{d_{\text{cső}}} \lambda_{\text{cső}} + \frac{\rho}{2} v_{ki}^2 \zeta_{ki}$$

A tartály vízfelszín lesüllyedési sebessége elhanyagolható ($v_1=0$).

Állandó csőkeresztmetszet miatt $v_{\text{cső}}=v_{ki}$ ismert.

A csőtengelyben vesszük fel a $z=0\text{m}$ referenciaszintet, akkor $z_1=1,2\text{m}$ és $z_2=0,8\text{m}$ ismert.

Rendezhető a keresett túlnyomásra

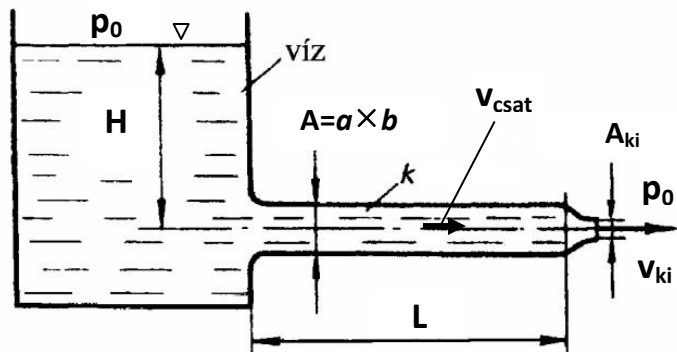
$$(p_1 - p_0) = \rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{\rho}{2} v_{\text{cső}}^2 \frac{l_{\text{cső}}}{d_{\text{cső}}} \lambda_{\text{cső}} + \frac{\rho}{2} v_{ki}^2 \zeta_{ki}$$

$$(p_1 - p_0) = -4000 + 5130 + 1234 = 2364 \text{ Pa}$$

c)Érdes cső esetén a Re-szám nem változik, de $d/k=50/0,1=500$ értékre leolvastva $\lambda \approx 0,025$, így a csősúrlódási veszteség tag változik: 5130 Pa helyett 6168 Pa -ra, így $(p_1 - p_0) = 3402 \text{ Pa}$.

B/3.PÉLDA (HIDRAULIKA)

Egy $A=a \times b$ téglalap keresztmetszetű, hidraulikailag simának tekinthető, $L=15\text{m}$ hosszú vízcsatorna csatlakozik egy ismeretlen H szintig töltött tartályhoz. A vízszintes tengelyű vízcsatorna teljes keresztmetszetét kitöltve a víz a csővégi, veszteségmentes konfúzoron ($A_{ki}=A/4$) keresztül áramlik ki A_{ki} keresztmetszeten $v_{ki}=2\text{m/s}$ átlagsebességgel a szabadba.



FELTÉTELEK: ideális közeg stacioner áramlása, $A_t \gg A$; a tartályból csőbe való belépés és a konfúzor veszteségmentes kialakítású.

ADATOK: $p_0=10^5\text{Pa}$; $a=400\text{mm}$; $b=300\text{mm}$; $\rho=1000\text{kg/m}^3$; $\mu=10^{-3}\text{kg/(m}\cdot\text{s)}$

- KÉRDÉSEK:**
- A)** Számítsa ki a vízcsatorna egyenértékű átmérőjét (d_e), a Reynolds-számot (Re) és a csősúrlódási tényező értékét (λ)!
 - B)** Számítsa ki a csősúrlódási veszteséget! ($\Delta p'_{cső}$)
 - C)** Mekkora H vízszint tartozik ehhez az áramlási állapothoz?
 - D)** Számítsa ki fenti értékeket, ha a $k=0,3\text{mm}$ érdességű a cső? (Kérem, jelölje a Moody-diagramba a leolvasáshoz használt segédvonalakat!)

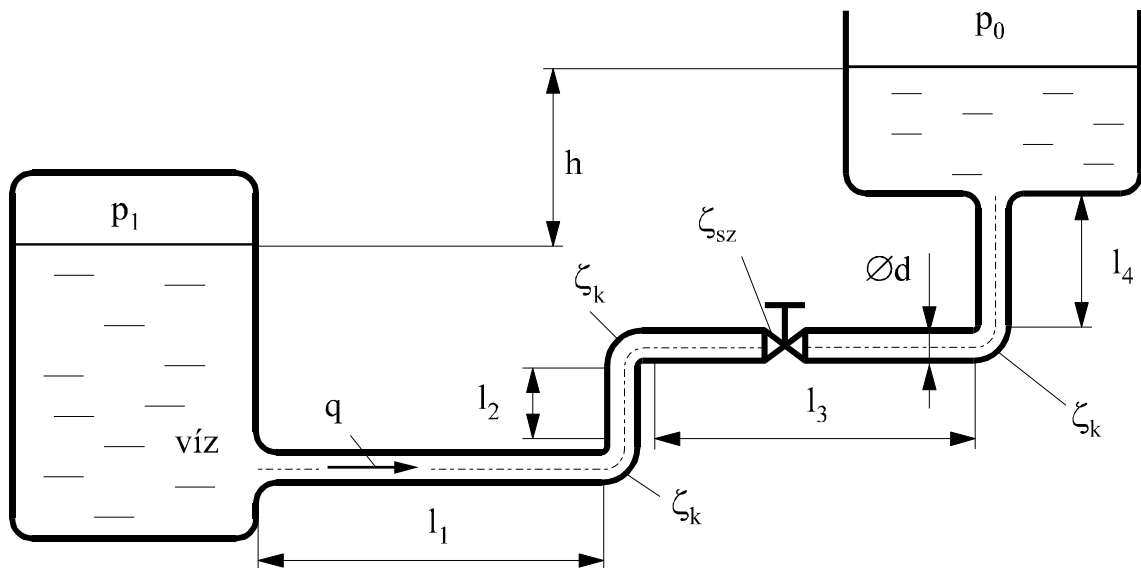
MEGOLDÁS

Egyenértékű átmérőt kell számítani.

Lásd előadásjegyzet és/vagy tankönyv és /vagy gyakorló példatár.

Utána előző példa alapján megoldható.

B/4.PÉLDA(HIDRAULIKA)



Az ábrán látható baloldali zárt, ismert p_1 nyomású tartályból víz áramlik át a jobboldali nyitott felszínű tartályba. A hidraulikailag sima csővezetékben stacionárius az áramlási állapot.

ADATOK:

$$p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad \ell_1 = 10 \text{ m}$$

$$p_0 = 10^5 \text{ Pa} \quad \ell_2 = 0,5 \text{ m}$$

$$\rho_{\text{víz}} = 1000 \text{ kg/m}^3 \quad \ell_3 = 6 \text{ m}$$

$$\nu = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad \ell_4 = 0,3 \text{ m}$$

$$\zeta_{\text{könyök}} = 1,2$$

$$\zeta_{\text{szelep}} = 3$$

$$h = 4 \text{ m}$$

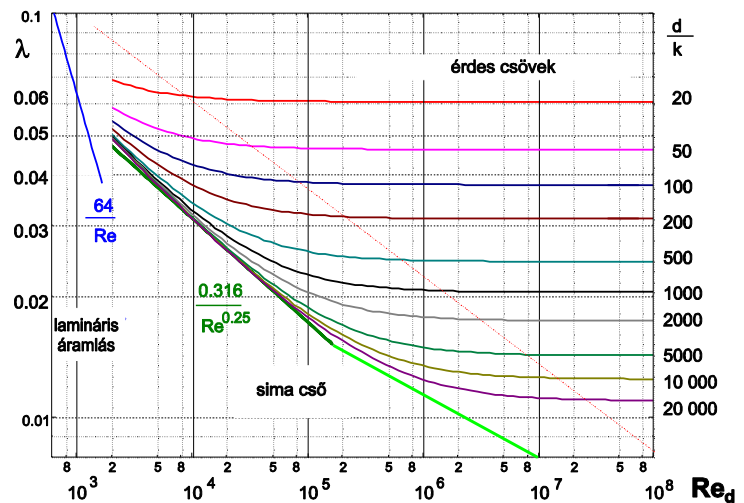
$$d = 20 \text{ mm}$$

$$g = 10 \text{ N/kg}$$

KÉRDÉS:

Határozza meg a csővezetékben áramló víz térfogatáramát!

(Kérem, jelölje a Moody-diagramba a leolvasáshoz használt segédvonalakat!)



MEGOLDÁS

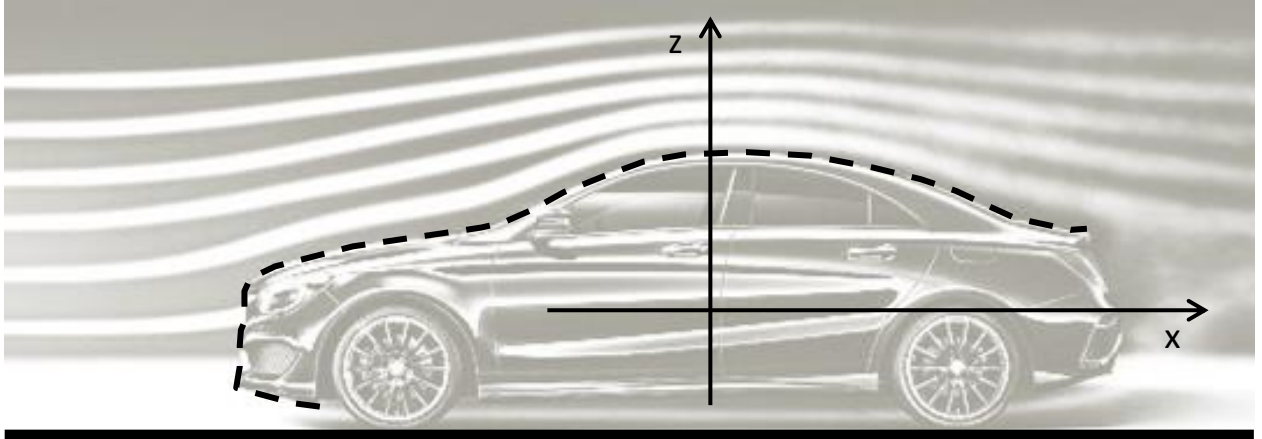
Lásd gyakorló példagyűjtemény

C/1.PÉLDA (áramlásba helyezett testekre ható erő)

Szélcsendben ($\rho_{\text{lev}}=1,2\text{kg/m}^3$), vízszintes egyenes úton előre felé állandó v sebességgel halad az autó. Tudjuk az ellenálláserőt (1425,6N), ellenállástényezőt (0,30) és felhajtóerő-tényezőt (0,25) értékeket. Az autó referencia keresztmetszete $A_{\text{ref}}=2,2\text{m}^2$.

KÉRDÉSEK:

A) Az áramvonalak ismeretében jelölje „+” ill. „-” jelekkel a karosszéria szaggatott vonallal jelölt részét végig a lokális túlnyomásos ill. depressziós helyeket! Jelölje „T”-vel a torlópontot is, és számítsa ki itt a torlóponthoz tartozó túlnyomás értékét!



B) Számítsa ki az autó v sebességét és az autóra ható felhajtóerő értékét!

C) Jelölje az ellenálláserőt és felhajtóerőt az ábrában is az adott erő irányába mutató egy-egy nyíllal!

C) Tetőcsomagtartó felszerelésével az ellenállástényező 0,38 értékűre nő, a referencia keresztmetszete $2,5\text{m}^2$ -re nő, az ellenálláserő pedig 35%-kal nő. Mekkora lesz ekkor az autó megváltozott v haladási sebessége?

MEGOLDÁS

Lásd előadásjegyzet és/vagy tankönyv és /vagy gyakorló példatár.

C/2.PÉLDA (áramlásba helyezett testekre ható erő)

Az alábbi ábrán egy Mercedes-Benz E-Class Cabriolet személyautó látható. Az autó szélcsendben ($\rho_{\text{lev}}=1,2\text{kg/m}^3$), állandó $v_{\text{max}}=180\text{km/h}$ sebességgel, egyenes úton előre felé halad. Ellenállástényezője tető nélküli kivitelben $c_e=0,35$ értékű, felhajtóerő-tényezője pedig $c_f=0,25$ értékű. Az autó áramlásra merőleges vetületi (ún. referencia) keresztmetszete $A_{\text{ref}}=2,11\text{m}^2$

KÉRDÉSEK:

A) Jelölje „+” ill. „-” jellel végig az autó felületén a lokális túlnyomás ill. depresszió helyeket



B) Számítsa ki az aerodinamikai ellenálláserőt és a felhajtóerőt tető nélküli alapesetre!

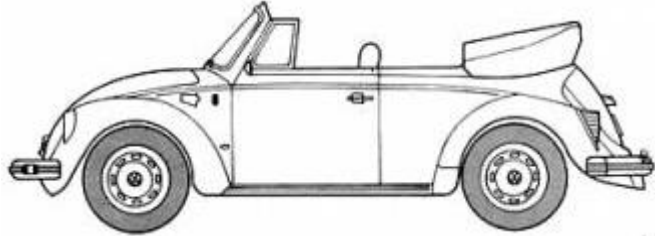
C) Ha a sofőr becsukja a vászontetőt, akkor az ellenállástényező $0,32$ értékűre csökken, ugyanakkor a referencia keresztmetszet $2,25\text{m}^2$ -re nő, az autóra ható ellenálláserő pedig 5%-kal csökken! Mekkora lesz ekkor az autó sebessége?

MEGOLDÁS

Lásd előadásjegyzet és/vagy tankönyv és /vagy gyakorló példatár.

C/3.PÉLDA (áramlásba helyezett testekre ható erő)

Az alábbi ábrán egy VW személyautó látható. Az autó $v=90\text{km/h}$ állandó sebességgel egyenes, vízszintes úton szélcsendben menetiránnyal megegyező irányban halad. A teljesen becsukott „zárt” tetős kivitelében az ellenállástényezője $0,41$ értékű, a felhajtóerő-tényezője pedig $0,6$ értékű. Az autó ún. referencia keresztmetszete „zárt” tetős kivitelben $1,7\text{m}^2$. **ADATOK:** $g=10\text{N/kg}$; $p_0=99625\text{Pa}$; $\rho_{\text{lev}}=1,2\text{kg/m}^3$



KÉRDÉSEK:

- Számítsa ki az autóra ható ellenállás- és felhajtóerőt!
- Ha a kinyitjuk a vászontetőt („nyitott” kivitel), akkor az autó referencia keresztmetszete $1,6\text{m}^2$ -re csökken, és egyben az autó ellenállástényezője $0,55$ értékre, a felhajtóerő-tényezője pedig $0,65$ értékre változik. Milyen mértékben (hány newtonnal ill. hány %-kal változik) az ellenállás-erő? (Az autó sebessége mindkét esetben azonos: $v=90\text{km/h}$)
- Határozza meg a légellenállásból adódó aerodinamikai veszteségteljesítményt „zárt” ill. „nyitott” tetős kivitelre is!

MEGOLDÁS

Lásd előadásjegyzet és/vagy tankönyv és /vagy gyakorló példatár.

C/4.PÉLDA (áramlásba helyezett testekre ható erő)

Az **An-225 Mrija** repülőgép ma a világ legnagyobb teherszállító gépe.



Főbb adatai:

- szárny referencia felülete: 900m^2 ,
- max.tolóerő: $229,5\text{kN/db}$ (6db hajtómű)
- utazósebesség: 850km/h
- utazómagasság: 9km

ADATOK:

Ebben a példában $g=9,81\text{N/kg}$ értékkel számoljon! 9km utazómagasságon: $\rho_{\text{lev}}=0,47\text{kg/m}^3$

KÉRDÉS:

- Határozza meg a repülőgépre ható ellenállás- ill. felhajtóerőt és az ellenállás- ill. felhajtóerő-tényezőt abban az esetben, ha a repülőgép szállított teherrel együttes tömege 600tonna , és a repülő szélcsendben 9km magasan repül vízszintesen, állandó 810km/h sebességgel, 200kN/db hajtóművenkénti tolóerőt kifejtve!
- Számítsa ki a repülőgép siklószámát! (A siklószám az erőtényezők hányadosa $S=c_f/c_e$)

MEGOLDÁS

Lásd előadásjegyzet és/vagy tankönyv és /vagy gyakorló példatár.