1.GYAKORLAT (2. oktatási hét)

PÉLDA

Határozza meg a levegő (R=287 $J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}$) sűrűségét az alábbi közegjellemzők esetén! (lásd tankönyv 1.2.2. lecke, 30. oldal összefüggés)

$$\boxed{pv = \frac{p}{\rho} = RT}, \qquad (1.5)$$

ahol

$$R = R_u / M. \qquad (1.6)$$

az adott gáz vagy gázkeverék **gázállandója**, ami az **univerzális gázállandó** R_u = 8314,3 J/kmol/K és a moltömeg M kg/kmol hányadosa. Levegőre M = 29 kg/kmol, tehát R = 287 J/kg/K.

nyomás	100000 Pa	1 bar	100hPa	10^5 Pa	1000 mbar	5 bar
hőmérséklet	15 °C	323 K	0 °C	273 K	373 K	60 °C
ρ_{lev}	?	?	?	?	?	?

PÉLDA

Határozza meg a levegő dinamikai ill. kinematikai viszkozitását az alábbi hőmérsékletek esetén! (lásd tankönyv 1.2.4. lecke, 34. oldal összefüggés)

T [K] hőmérsékletű **gáz dinamikai viszkozitását** a

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{T_0 + T_S}{T + T_S}\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}}$$

összefüggéssel számolhatjuk [16], ahol 1 bar nyomású levegőre T_0 = 273,16 K, $\mu_0 = 17{,}1\times10^{-6}$ kg/ms, T_S = 122 K.

hőmérséklet	-20 °C	0 °C	20 °C	50 °C	100 °C	200 °C
μ_{lev}	?	?	?	?	?	?
ν_{lev}	?	?	?	?	?	?

Ábrázolja μ=f(*t*) vagy ν=f(*t*) diagramban is a fenti adatokat!

PÉLDA

Határozza meg a víz dinamikai ill. kinematikai viszkozitását az alábbi hőmérsékletek esetén! (lásd tankönyv 1.2.4. lecke, 35. oldal összefüggés)

T [K] hőmérsékletű **cseppfolyós közeg dinamikai viszkozitásának** meghatározására a

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \exp\left(\frac{T_A}{T + T_B} - \frac{T_A}{T_0 + T_B}\right)$$

összefüggés használható, ahol vízre T_A = 506 K, T_B = –150 K, 1 bar nyomás esetén T_0 = 273,16 K, és $\mu_0 = 1{,}793\times10^{-3}$ kg/ms.

hőmérséklet	5 °C	10 °C	20 °C	30 °C	50 °C	80 °C
$\mu_{víz}$	?	?	?	?	?	?
$\nu_{víz}$	?	?	?	?	?	?

Ábrázolja μ=f(*t*) vagy ν=f(*t*) diagramban is a fenti adatokat!

PÉLDA

Egy $V=1m^3$ belső térfogatú ipari fagyasztóládát nyitva hagyunk addig, hogy a teljes levegőtérfogat kicserélődjön a szoba környezeti nyomású és hőmérsékletű (p_0=101325Pa, t_0=25°C, R=287J/(kgK)) meleg levegőre.
Majd a fagyasztóláda ($A=0,5m\times1m=0,5m^2$) felületű tetejét becsukjuk. A hermetikusan zárt fagyasztóládában t=-4C hőmérsékletre hűlt le a levegő.
Ha másnap megpróbáljuk kinyitni a fagyasztóláda tetejét, akkor mekkora erő szükséges a kinyitáshoz?
(A levegőt tekintsük ideális gáznak. A láda teteje elhanyagolható tömegű.)

MEGOLDÁS

A gáztörvény ideális gázokra, így a levegőre:
$\rho=p/(R\cdot T)$, ahol $\rho[kg/m^3]=m[kg]/V[m^3]$,
azaz adott V térfogatú levegő tömege adott p nyomáson és T hőmérsékleten:
$m = \rho\cdot V = p\cdot V/(R\cdot T)$

A ládában lévő meleg ill. hideg levegő tömege azonos, hiszen hermetikusan zárt.

$m_{MELEG} = m_{HIDEG}$

$(p_{meleg}\cdot V) / (R\cdot T_{meleg})= (p_{hideg}\cdot V) / (R\cdot T_{hideg})$

A ládában a levegő V térfogata és a R gázállandó is állandó, tehát a belső nyomás változik, ha a meleg levegő lehűl.

$p_{meleg} / T_{meleg}= p_{hideg}\cdot / T_{hideg}$

$p_{hideg}= p_{meleg} \cdot (T_{hideg} / T_{meleg}) = 1001325 \cdot(269/298)= 91464,513423$ Pa (≈91465Pa)

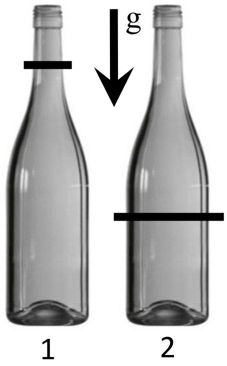
A fagyasztóládán belül tehát 91465Pa értékre csökken a nyomás. Így a külső nyomás nagyobb, mint a belső, tehát ezt a Δp nyomáskülönbséget kell legyőzni a nyitás pillanatában.

$\Delta p= p_{külső} - p_{belső} = p_{meleg} - p_{hideg} = p_{meleg} \cdot [1-(T_{hideg} / T_{meleg})]=101325Pa - 91465Pa = 9860$ Pa

A hűtőláda tető belső és külső oldala közötti nyomáskülönbségből származó erő igen nagy:

$F=\Delta p \cdot A = 9860Pa\cdot 0,5m^2 = 4930$ N (≈5kN) !!!

2.FELADAT (8pont)



Egyik csoporttársa tegnap este megunta az áramlástan zh-ra való készülést, és felbontott inkább egy üveg bort, ami a kollégiumi szobában tartva szobahőmérsékletű (22°C) volt. A 0,75 literes üvegben („1" ábra) lévő 0,7 liter bor felét megitta („2" ábra), majd miután a csavaros kupakjával tökéletesen hermetikusan lezárta, betette az üveget az 4°C hőmérsékletű hűtőszekrénybe.

ADATOK: levegőre R=287J/(kgK), $p_0=10^5$Pa, $\rho_{bor}=10^3$kg/m^3

FELTÉTELEK: Tételezze fel, hogy a bor összenyomhatatlan, nem párolgó, levegővel nem keveredő folyadék, valamint hogy a borosüveg és a kupak tökéletesen merev / alaktartó, tehát egyáltalán nem deformálódik hőmérsékletváltozás hatására és hermetikusan zár. A szoba légköri nyomása (p_0) és a szoba hőmérséklete (22°C), valamint a hűtőbeli (4°C) hőmérséklet végig állandó. A folyadékszinteket az ábrákon vonallal jelöltük.

KÉRDÉS: Amikor ma este előveszi a hűtőből az üveget („2" ábra), a kupak lecsavarása előtt mekkora a nyomáskülönbség a kupak belső és külső oldala között? (Az üveg asztalra téve függőlegesen áll.)

MEGOLDÁS

A hűtőbe rakás előtti borosüvegben lévő szobahőmérsékletű („m": „meleg") levegő
térfogata V_m=4dl = $4\cdot10^{-4}$ m^3
hőmérséklete $T_m=273+t_m=273+22=295$K
nyomása $p_m=p_0=100000$Pa

A lezárás előtti üvegben lévő „meleg" levegő m_m tömege lezárás (majd lehűlés) utáni üvegben lévő h: „hideg" levegőével) azonos, mivel hermetikusan zárt a rendszer:

$$m_m = m_h$$

$$\rho_m V_m = \rho_h V_h$$

Valamint nincs sem üveg, sem kupak, sem bor térfogat/alak deformáció, tehát a meleg és hideg levegő térfogata és tömege is azonos, így a sűrűsége is azonos: $\rho_m = \rho_h$, ami csak úgy lehet, hogy a (T_h=277K-re) lehűlt levegő a nyomása lecsökken. A gáztörvény $\rho=p/(RT)$ felhasználásával a zárt palackbeli „hideg" levegő nyomására kapjuk:

$$p_h=p_m\cdot(T_h/T_m) = 100000\cdot(277/295) = 93898 \text{ Pa}$$

A keresett nyomáskülönbség a kupak két oldala között:

$$\Delta p_a = p_{külső} - p_{belső} = p_m - p_h = 100000 - 93898 = \mathbf{6102\ Pa}$$

(vagy $\Delta p_a = p_{belső} - p_{külső} = p_h - p_m = 93898 - 100000 = -6102$ Pa)

Az üvegen belül kisebb a nyomás, mint kívül
(azaz az üvegben depresszió uralkodik): $p_{belső} < p_{külső}$

PÉLDA

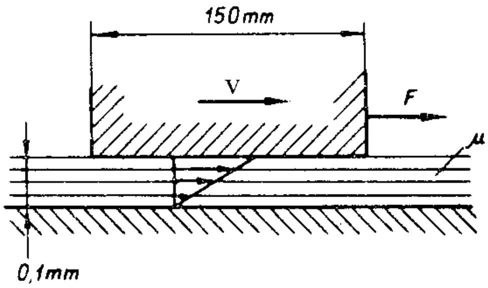
A mellékelt ábrán látható csúszótalp szélessége (a rajz síkjára merőlegesen) 100*mm*, hosszúsága 150*mm*. A csúszótalpat a vízszintes lapon levő μ viszkozitású folyadékfilmen csúsztatjuk v=0.5*m/s* állandó sebességgel.

$v = 0.5\ \mathrm{m/s}$

$\mu = 0.1\ \mathrm{kg/ms}$

$F = ?\ [\mathrm{N}]$

Kérdés: Határozza meg a csúszótalp mozgatásához szükséges *F* [*N*] erőt!



MEGOLDÁS

ld. előadásjegyzet!

Sebesség: v=0,5 m/s

Csúsztatófeszültség: $\tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} \cong \mu \frac{\partial v}{\partial y},$

ahol ∂v= v-0 = v = 0,5m/s

∂y= h= 10^{-4}m

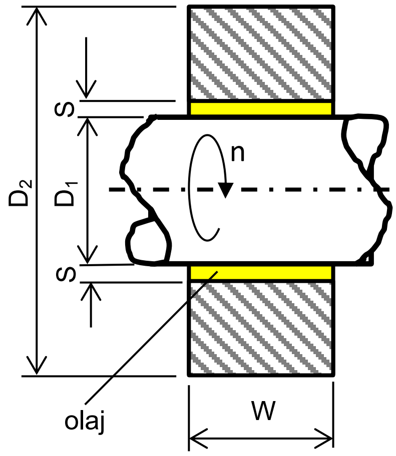
Mivel a dinamikai viszkozitás adott: μ=0,1 kg/(m·s), ezekkel a csúsztatófeszültség:

τ=500 Pa

A mozgatáshoz szükséges erő: F=τ·A=500 · (0,10 x 0,15) = 7,5 N

ahol a nyírt folyadékfelszín a résben egy, a csúszótalp felületével egyező nagyságú téglalap felület: A=100mm x 150mm =0,10m x 0,15m =0,015 m^2

1.FELADAT (8pont) A $\varnothing D_1$=40mm átmérőjű tengelyt állandó n=9550 ford/perc fordulatszámmal forgatjuk. A tengelyt egy W=40mm hosszúságú és $\varnothing D_2$=100mm külső átmérőjű álló csapágyház veszi körül (koncentrikus tengelyek). A tengely és a csapágyház között lévő S=0,01mm méretű rést állandó 800kg/m^3 sűrűségű és állandó 0,001kg/(m·s) viszkozitású kenőolaj tölti ki. **FELTÉTELEK**: stacioner állapot, vékony résben a sebességprofil lineáris, newtoni folyadék. **KÉRDÉS**:
Határozza meg a résben ébredő csúsztatófeszültséget, az ebből adódó átlagos kerületi erőt, a veszteség-nyomatékot és -teljesítményt!



MEGOLDÁS

a)

Fordulatszám: n=9550 ford/perc = 159,17 ford/s

Szögsebesség: $\omega=2\pi n$=1000 1/s (kerekítve)

Kerületi sebesség: $v_{ker}=R_1\cdot\omega$=20m/s (kerekítve),

ahol $R_1=D_1/2$=40mm/2=20mm=0,02 m

Csúsztatófeszültség: $\tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} \cong \mu \frac{\partial v_{ker}}{\partial r}$,

ahol $\partial v_{ker} = v_{ker} - 0 = v_{ker}$ = 20 m/s,

és ∂r= S= 0,01mm=10^{-5}m

mivel a dinamikai viszkozitás: μ=0,001kg/(m·s),

Ezekkel a csúsztatófeszültség: τ=2000Pa

A nyírt folyadék (rés) középátmérője $D_{közép}=D_1+S$= 40mm+0,01mm=0,04001m,

azaz a középsugár $R_{közép}=D_{közép}/2$=0,020005m

A nyírt folyadékfelszín a résben egy hengerpalást felülete:

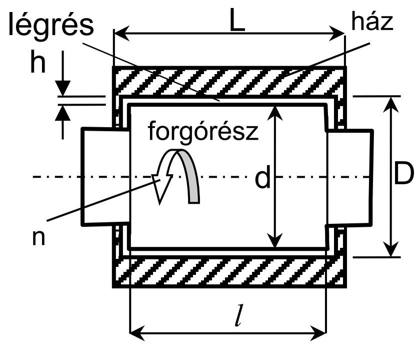
$A_{palást}=D_{közép}\cdot\pi\cdot W$=0,005028 m^2

Kerületi erő: $F_{ker}=\tau\cdot A_{palást}$=10,0564 N (≈10 N)

Veszteségnyomaték: $M_{veszt}=F_{ker}\cdot R_{közép}$= 0,2011 Nm

A csapágy veszteségteljesítménye: $P_{veszt}=M_{veszt}\cdot\omega$= 201,14 W (≈201 W)

PÉLDA



Egy fogászati fúró léghűtéses motorja 2000÷40000 percenkénti fordulatszám-tartományban működik. A motor forgórésze leegyszerűsítve (ld. felső ábra) egy hengernek (∅d=11,9mm; l=15mm) tekinthető, amely a szintén hengeres (∅D=12mm; L=17mm) álló házban koncentrikusan helyezkedik el. A h résméret sugár- és tengelyirányban is állandó. Üzemi állapotban a légrést meleg, 1,1kg/m^3 sűrűségű és 2·10^{-5}m^2/s viszkozitású, R=287J/(kgK) gázállandójú levegő tölti ki. **KÉRDÉSEK**:

a) n=36000ford/perc esetén – csak a forgórész hengerpalástja és ház közötti légrést figyelembe véve – határozza meg a légrésben ébredő csúsztatófeszültséget és veszteségnyomatékot!

b) Mekkora veszteségteljesítmény értéke? Hány %-a fordítódik a 120W motorteljesítménynek a légrésveszteség legyőzésére?

Feltételek: stacioner állapot, ρ=áll., lineáris sebességprofil a résben, a Newton-féle viszkozitási törvény használható.

MEGOLDÁS

Fordulatszám: n=36000 ford/perc= 600 ford/sec

Szögsebesség: ω=2πn=3769,91 1/s

Kerületi sebesség: v_{ker}=r·ω=22,431 m/s, ahol r=d/2=11,9mm/2=0,00595 m

Csúsztatófeszültség: $\tau = \mu\frac{d\gamma}{dt} \cong \mu\frac{dv_{ker}}{dr}$,

ahol dv_{ker}= v_{ker}-0 = v_{ker} = 22,431 m/s, és dr=D/2-d/2=R-r=h= 0,05mm =5·10^{-5}m

mivel a kinematikai viszkozitás adott, a dinamikai viszkozitás μ=ν·ρ=2·10^{-5}·1,1

μ=2,2·10^{-5} kg/(m·s), ezekkel:

τ=9,86964 Pa (≈9,9Pa)

Kerületi erő: F_{ker}=τ·$A_{palást}$=5,55789·10^{-3} N (≈5,56 mN)

ahol a nyírt folyadékfelszín a résben egy közép hengerpalást felület:

$A_{palást}$=$D_{közép}$·π·l=0,01195m·π·0,015m=5,6313·10^{-4} m^2

A nyírt folyadék (rés) középátmérője $D_{közép}$=(d+D)/2= 11,95mm, azaz

$R_{közép}$=5,975mm

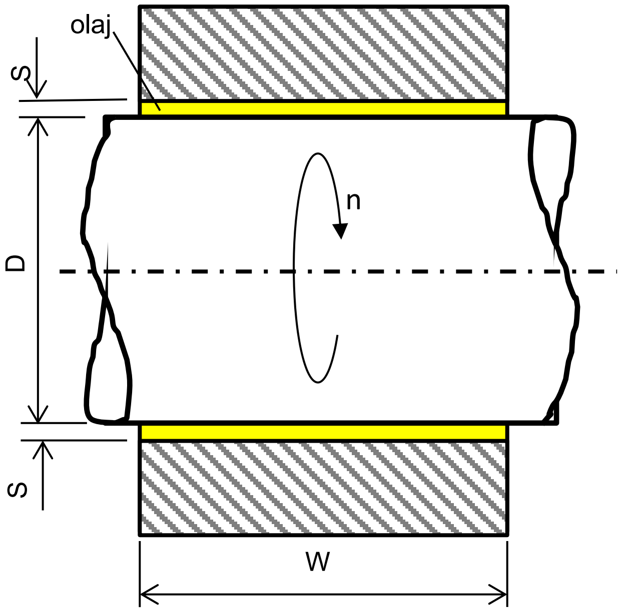
Veszteségnyomaték: M_{veszt}=F_{ker}·$R_{közép}$= 3,3208·10^{-5} Nm (≈33,2 mNmm)

Veszteségteljesítmény: P_{veszt}=M_{veszt}·ω= 0,125192699 W (≈125,2 mW)

Relatív veszteség-teljesítmény: $\eta=\frac{P_{veszt}}{P_{motor}} = \frac{0,125192699}{120} = 0,001043272 \cong 0,1\%$

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban az eredmények számértékének fenti, sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk ellenőrzése miatt használom, ez nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen „értelmesen" kerekített részeredményekkel kapott kerekített végeredménnyel is elfogadom.

PÉLDA



Egy óceánjáró hajó P=80000kW összteljesítményű motorjának ábrán látható ∅D=900mm átmérőjű főtengelyét N=28db azonos W=400mm hosszúságú álló (ábrán sraffozott) csapágyház veszi körül koncentrikusan. A tengely és a csapágyház között lévő, sugárirányban S=0,4mm vastagságú rést ismert paraméterű (800kg/m^3 sűrűségű és 1,25·10^{-5}m^2/s viszkozitású) kenőolaj tölti ki. A tengely n=100ford/perc értékű állandó fordulatszámmal forog. **FELTÉTELEK**: ρ=áll., μ=áll., newtoni közeg, stacioner állapot, a résben sugárirányban lineáris sebességprofil feltételezhető.

KÉRDÉSEK:

A) Határozza meg először 1db csapágyat figyelembe véve a csúsztatófeszültséget, a kerületi erőt, a veszteségnyomatékot, majd adja meg az összes csapágy motorteljesítményre vonatkoztatott relatív veszteségteljesítményét is!

B) Indokolja számítással, hogy melyik okoz nagyobb veszteségteljesítmény-változást: ha a résméretet csökkentjük 25%-kal S'=0,3mm-re vagy ha a fordulatszámot növeljük 25%-kal n'=125ford/perc-re!

MEGOLDÁS

A)

fordulatszám: n=100 ford/perc=$1{,}66^{\bullet}$ ford/sec

szögsebesség: ω=2πn=10,47197… 1/s

kerületi sebesség: v_{ker}=R·ω =4,71238898…m/s, ahol R=D/2=900mm/2 = 450mm = 0,450m

csúsztatófeszültség: $\tau = \mu \frac{d\gamma}{dt} \cong \mu \frac{\partial v_{ker}}{\partial r} = \nu\rho \frac{v_{ker}}{S}$, ahol ∂v_{ker}= v_{ker} - 0 = v_{ker} és ∂r=S= 0,4mm =4·10^{-4}m; illetve a dinamikai viszkozitás μ=ν·ρ=1,25·10^{-5}·800= 0,01 kg/(m·s).

Ezekkel: τ=117,8097… Pa **(≈117,8Pa)**

A nyírt folyadékfelszín a résben egy közép hengerpalást felülete N=1db csapágyra egy W=400mm széles és D_k középátmérőjű hengerpalást. A nyírt folyadék (rés)

középátmérője: D_k=D+S=900,4mm = 0,9004m

középsugara: R_k= D_k/2=450,2mm=0,4502m

palástfelülete: A_p=D_k·π·L=0,9004m·π·0,4m=1,13147601 m^2 **(≈1,13m^2)**

kerületi erő: F_{ker}=τ·A_p = 133,298877… N **(≈133,3N)**

veszteségnyomaték: M_{veszt}=F_{ker}·R_k = 60,01115444… Nm **(≈60Nm)**

veszteségteljesítmény: P_{veszt}=M_{veszt}·ω = 628,4353… W **(≈628,4W)**

N=28db csapágyra: P_{veszt}=28·P_{veszt} = 17596,18951… W **(≈17,6 kW)**

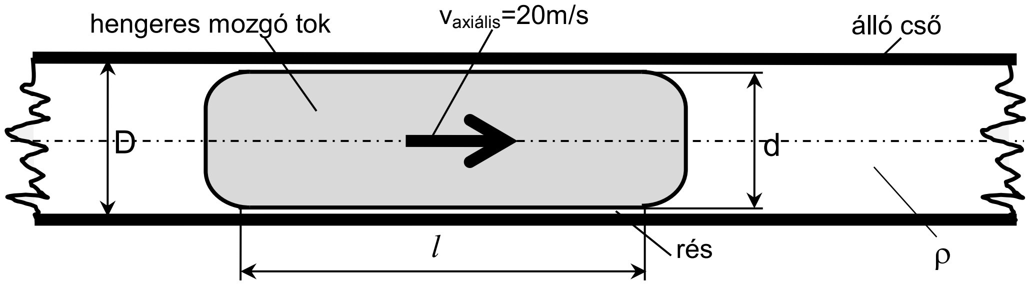
rel. veszt-teljesítmény: η=$\frac{P_{veszt}}{P_{motor}} = \frac{17{,}6\ kW}{80000\ kW} = 0{,}000219952$ **(≈0,022%)**

B)A fordulatszám növelése okoz nagyobb teljesítmény-változást a kérdéses esetben.

Indoklás: A P veszteségteljesítmény az S résméret reciprokával közel arányos (P~S^{-1}). (Azért csak kb., mivel nem csak a τ-ban, hanem a palástfelület és a kerületi erő számításánál szükséges D_k középátmérőben is szerepel az S értéke, de minimális változást okoz P értékében.) Ezzel szemben a P veszteségteljesítmény az n fordulatszám négyzetével arányos (P~n^2). Tehát megállapítható, hogy ha az S'=0,75·S, akkor a P'≈P·1,33, viszont ha az n'=1,25·n, akkor a P'=P·(1,25)^2=P·1,5625. Mivel 1,56 > 1,33, tehát a fordulatszám 25%-os növelése nagyobb (kb. +56%-os) teljesítmény-növekedést eredményez, mint amekkora (kb. +33%-os) teljesítmény-növekedést az S résméret 25%-os csökkentése okozna.

PÉLDA

Egy áruház pneumatikus csőpostájának vizsgált szakasza egy vízszintes, ØD=100mm belső átmérőjű egyenes, *L*=100m hosszú cső, melyben $v_{axiális}$=20m/s állandó sebességgel mozog a (Ød=99,5mm, *l*=200mm) henger alakú tok. A csőben lévő levegő sűrűsége 1,25kg/m^3, viszkozitása $1{,}6\cdot10^{-5}$ m^2/s, R=287J/kg/K. **Feltételek**: stacioner állapot, ρ=áll., lineáris sebességprofil az *l* hosszú résben, ahol a Newton-féle viszkozitási törvény használható.
KÉRDÉS: Mekkora P[W] teljesítmény szükséges a légrésveszteség legyőzéséhez?



MEGO

LDÁS

Sebesség: $v_{axiális}$=20 m/s

Csúsztatófeszültség: $\tau=\mu\frac{\partial\gamma}{\partial t}\cong\mu\frac{\partial v_{axiális}}{\partial r}$,
ahol $\partial v_{axiális}=v_{axiális}-0=v_{axiális}$ = 20 m/s, és ∂r=h=(D-d)/2= 0,25mm=$2{,}5\cdot10^{-4}$m
mivel a kinematikai viszkozitás adott, a dinamikai viszkozitás $\mu=\nu\cdot\rho=1{,}25\cdot1{,}6\cdot10^{-5}$ kg/(m·s), azaz $\mu=2\cdot10^{-5}$ kg/(m·s), ezekkel:
τ=1,6 Pa

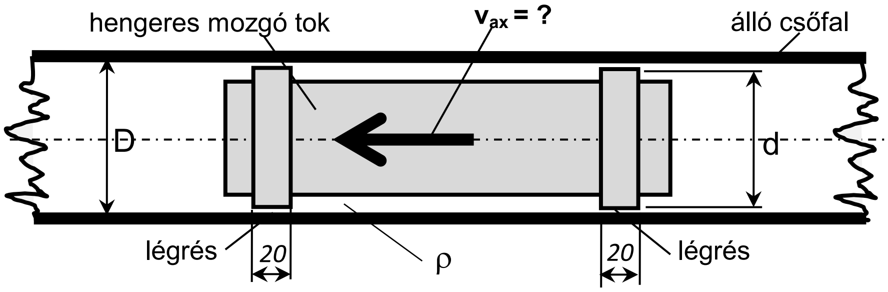
Axiális erő: $F_{axiális}=\tau\cdot A_{palást}$= 0,100279637 N (≈0,1003 N)
ahol a nyírt folyadékfelszín a résben egy közép hengerpalást felület:
$A_{palást}=d_{közép}\cdot\pi\cdot l=0{,}09975\text{m}\cdot\pi\cdot0{,}2\text{m}=6{,}2674773\cdot10^{-2}$ m^2
A nyírt folyadék (rés) középátmérője $d_{közép}$=d+h= 99,5mm+0,25mm=99,75mm

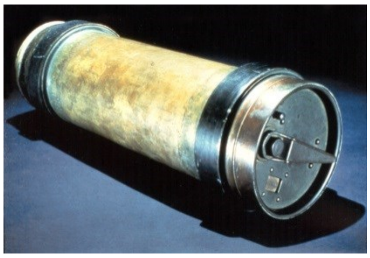
A résben nyírt folyadékra a veszteségteljesítmény: $P_{veszt}=F_{axiális}\cdot v_{axiális}$= 2,00559275 W (≈2 W)

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.

PÉLDA

Egy régi pneumatikus csőposta vizsgált szakasza egy vízszintes, ØD=65mm belső átmérőjű egyenesnek tekinthető, *L*=100m hosszú cső, melyben ismeretlen v_{ax} állandó tengelyirányú sebességgel mozog a tok. A tok két végén van egy-egy 20 mm szélességű és d=64mm átmérőjű szakasz. A többi szakaszon a sokkal nagyobb résméretek miatt elhanyagolható a súrlódás hatása. A csövet kitöltő levegő sűrűsége 1,2kg/m^3, viszkozitása 18·10^{-6} kg/(ms). **FELTÉTELEK**: stacioner állapot, ρ=áll., sugárirányban lineáris sebességprofil a két 20mm-es szélességű résben: itt a Newton-féle viszkozitási törvény használható.





KÉRDÉS: Mekkora v_{ax} axiális sebességgel mozog a tok a csőben, ha P=66mW teljesítmény szükséges a légrésveszteség legyőzéséhez? Adja meg a résben ébredő csúsztatófeszültség értékét is!

MEGOLDÁS

Csúsztatófeszültség: $\tau = \mu\frac{\partial\gamma}{\partial t} \cong \mu\frac{\partial v_{ax}}{\partial r} = \mu\frac{v_{ax}}{S}$

dinamikai viszkozitás adott: μ=18·10^{-6} kg/(m·s)

résméret adott: ∂r=S=(D-d)/2=0,5mm=5·10^{-4}m

A nyírt folyadék (rés) középátmérője és középsugara:

d_k=d+S= 64mm+0,5mm=0,0645m

A nyírt folyadék palástfelülete ismert: összesen 2db, egyenként L=20mm széles és d_k középátmérőjű hengerpalást:

$A=2\cdot(d_k\cdot\pi\cdot L)$

A veszteségteljesítmény: $P=F_{ax}\cdot v_{ax}=\tau\cdot A\cdot v_{ax}=\frac{\mu\cdot A}{S}\cdot v_{ax}^2$

A keresett sebesség: $v_{ax}=\sqrt{\frac{P\cdot S}{\mu\cdot 2\cdot d_k\cdot\pi\cdot L}}$ **=15,03958m/s (≈15m/s)**

A csúsztatófeszültség: $\tau = \mu\frac{v_{ax}}{S}$ **=0,541425Pa (≈0,54Pa)**