Áramlástan feladatgyűjtemény

Az energetikai mérnöki BSc és gépészmérnöki BSc képzések
Áramlástan című tárgyához

4. gyakorlat

Bernoulli-egyenlet

Összeállította:

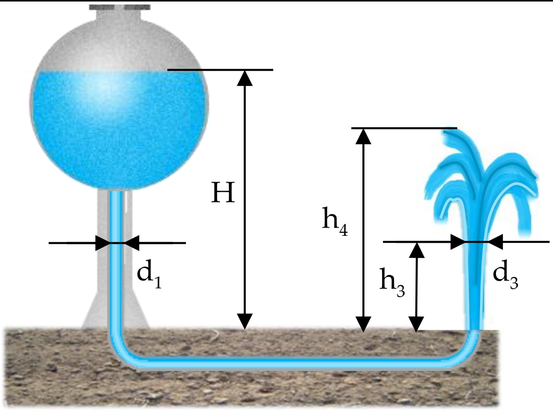
Lukács Eszter

Dr. Istók Balázs

Dr. Benedek Tamás

SZÖKŐKÚT

Az ábrán látható szökőkutat egy a légkörre nyitott víztározó táplál, melyben a vízszint talajtól mért magassága 20m. A szökőkutat a víztározóval összekötő veszteségmentes vezeték átmérője 50mm, a vége a talajszinten van.



Kérdés: a) Mekkora sebességgel lép ki a víz a vezetékből?
b) Mekkora a szökőkútból kiáramló vízsugár átmérője 16 méter magasan?
c) Milyen magasra megy fel a vízsugár?

Adatok: $H = 20m$; $h_3 = 16m$; $d_1 = 50mm$; $g = 10N/kg$

MEGOLDÁS

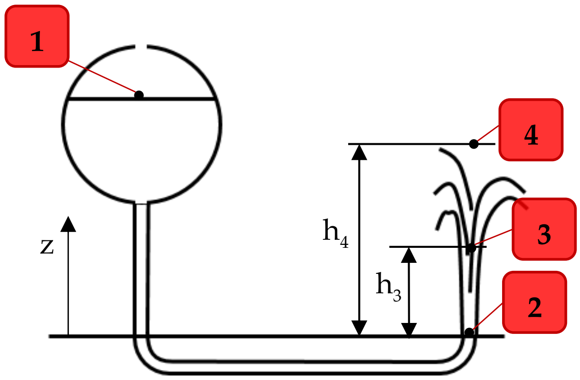
Kezdeti megfontolások: a Bernoulli egyenlet az Euler-egyenlet vonal menti integrálja. A megfelelő koordinátarendszer kiválasztásával illetve a megfelelő útvonalon való integrálással az egyenlet lényegesen leegyszerűsíthető:

- **Stacionárius a feladat, vagy azzá tehető?** A víztározó térfogata „elég” nagy, így a víztározóban a vízszint csökkenésétől eltekintünk (*H=áll.*). Valamint a szökőkút megnyitásától számítva eltelik annyi idő, hogy az áramlás elérje a maximális sebességét, így a feladat stacionáriusré válik.
- **Lehet áramvonalon integrálni?** Mivel a víztározóban feltételezzük, hogy a vízszint nem változik, azért az egész térfogatban áll a folyadék. Így bármely vonal áramvonal. A csővezeték mentén haladva szintén adott az áramvonalon való integrálás (geometriai kényszer), csakúgy, mint a szökőkút szabadsugarában függőlegesen felfele haladva is.
- **Potenciálos az erőtér?** Igen, a nehézségi erőtér potenciálos.
- **Állandó a sűrűség, vagy ha nem, akkor csak a nyomástól függ?** Igen, a víz összenyomhatatlanak tekinthető, a sűrűség állandó.

Ezen megfontolások alapján a Bernoulli-egyenlet a következő, formában írható fel:

$$p_1 + \rho U_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_2 + \rho U_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2$$

Pontok felvétele: a pontokat célszerű úgy felvenni, hogy az egyik pontban minden változó (nyomás, potenciál, sebesség), míg a másik pontban a keresett változón kívül a másik két változó ismert legyen. Ennek alapján az 1-es pontot a víztározóban lévő víz felszínén; a 2-es pontot a vezetékből való kiáramlásnál, talajszinten; a 3-as pontot h_3 magasságban, a vízsugárban; a 4-as pontot pedig a szökőkútból kiáramló vízsugár tetején vesszük fel.



a) feladatrész: Bernoulli-egyenlet az 1-2 pontok között:

$$p_1 + \rho U_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_2 + \rho U_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2$$

- $p_1 = p_0 \leftarrow$ a vízfelszínen a nyomás légköri (p_0), mivel a víztorony a légkörre nyitott
- $v_1 \approx 0 \leftarrow A_1 \gg A_2$ (lásd kontinuitás)
- $p_2 = p_0 \leftarrow$ a vízsugár szabadsugár, a benne uralkodó statikus nyomás megegyezik a környezeti nyomással, jelen esetben a légköri nyomással, aminek 1 és 2 pontok közötti változása elhanyagolható a víz béli nyomásváltozáshoz képest (p_0)
- $U_1 - U_2 = g \cdot (z_1 - z_2) = g \cdot H$

Ebből a vízsugár kilépési sebessége számítható:

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 10} = \mathbf{20 \frac{m}{s}}$$

b) feladatrész: Bernoulli-egyenlet az 1-3 pontok között:

$$p_1 + \rho U_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_3 + \rho U_3 + \frac{\rho}{2} v_3^2$$

- az a) feladatrész megfontolási itt is érvényesek
- $U_1 - U_3 = g \cdot (z_1 - z_3) = g \cdot (H - h_3)$

Ebből a vízsugár sebessége a 3-as pontban számítható:

$$v_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h_3)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot (20 - 16)} = \mathbf{8,94 \frac{m}{s}}$$

A vízsugár 3-as pont béli átmérője a 2-3 pontok közé felírt kontinuitási egyenlet segítségével határozható meg:

$$\rho_2 v_2 A_2 = \rho_3 v_3 A_3$$

- $\rho_2 = \rho_3 \leftarrow$ a víz összenyomhatatlan
- $A_2 = \frac{d_2^2 \pi}{4}$; $A_3 = \frac{d_3^2 \pi}{4}$

Ebből a vízsugár d_3 átmérője:

$$d_3 = d_2 \sqrt{\frac{v_2}{v_3}} = 50 \cdot \sqrt{\frac{20}{8,94}} = \mathbf{74,8 mm}$$

c) feladatrész: Bernoulli-egyenlet az 1-4 pontok között:

$$p_1 + \rho U_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_4 + \rho U_4 + \frac{\rho}{2} v_4^2$$

- az a) feladatrész megfontolási itt is érvényesek
- $p_4 = p_0 \leftarrow$ szabadsugár
- $v_4 = 0 \leftarrow$ a vízsugár a felső holtpontján megáll, sebessége 0

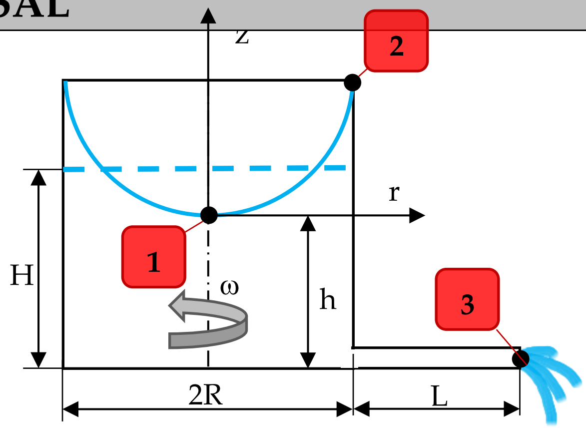
Ebből következik, hogy:

$$U_4 = U_1 \rightarrow\ h_4 = H = \boldsymbol{20m}$$

A vízsugár tehát 20m magasra megy fel. Ez várható eredmény, hiszen számításaink során az áramlási veszteségeket elhanyagoltuk.

FORGÓ EDÉNY KIFOLYÁSSAL

Egy henger alakú edény oldalához L hosszúságú, a végén elzáró csappal felszerelt vízszintes kifolyócsövet csatlakoztatunk, az ábrán látható módon. A hengert H magasságig töltjük vízzel, majd tengelye körül ω szögsebességgel forgatni kezdjük. A kifolyócső végén lévő csap megnyitását követően a víz folyni kezd a tartályból.



Kérdés: a) Számítással határozzuk meg, hogy mekkora lesz a felszín legnagyobb felemelkedése!

b) Határozzuk meg a kiáramlás térfogatáramát!

Adatok: ω = 20 1/s; H = 0,2m; L = 0,2m; R = 0,1m; $d_{cső}$ = 10mm; ϱ = 1000kg/m³; g = 10N/kg

MEGOLDÁS

Kezdeti megfontolások:

- a feladatot együtt forgó koordináta-rendszerben oldjuk meg
- a henger sugara kellően nagy, benne a vízszint süllyedése elhanyagolható (konti.)
- a térfogatáramot a cső nyitását követő, kezdeti tranziens folyamatok lecsengése után határozzuk meg
  → a feladat stacionáriusnak tekinthető
- a folyadék felszíne másodfokú paraboloid lesz, a nyugalmi állapothoz képest a felszín lesüllyedése és felemelkedése azonos (ld. korábbi forgó edényes feladat)
- feltételezhető, hogy a folyadék felszínén a nyomás légköri

a) feladatrész: hidrosztatika az 1-2 pontok közé, együtt forgó rendszerben

$p_1 + \rho \cdot U_1 = p_2 + \rho \cdot U_2$

- $p_1 = p_2 = p_0$
- $U_1 - U_2 = g \cdot (z_1 - z_2) + \frac{[-r_1^2 - (-r_2^2)] \cdot \omega^2}{2}$

$$U_1 - U_2 = 0 = g \cdot (z_1 - z_2) + \frac{R^2 \cdot \omega^2}{2} \rightarrow z_2 - z_1 = \frac{R^2 \cdot \omega^2}{2g} = \frac{0{,}1^2}{2 \cdot 10} \cdot 20^2 = 0{,}2m$$

Az eredeti vízszinthez képest a felemelkedés (és lesüllyedés) mértéke:

$$\frac{z_2 - z_1}{2} = 0{,}1m$$

A felszín legnagyobb lesüllyedése és felemelkedése tehát:

$$z_1 = H - \frac{z_2 - z_1}{2} = 0{,}2 - 0{,}1 = \mathbf{0{,}1}\boldsymbol{m};\ z_2 = H + \frac{z_2 - z_1}{2} = 0{,}2 + 0{,}1 = \mathbf{0{,}3}\boldsymbol{m}$$

b) feladatrész: Bernoulli egyenlet az 1-3 pontok közé, együtt forgó rendszerben (*w* – relatív sebesség)

$$p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot w_1^2 + \rho \cdot U_1 = p_3 + \frac{\rho}{2} \cdot w_3^2 + \rho \cdot U_3$$

- $w_1 \approx 0 \leftarrow A_{felszín} \gg A_{cső}$ (konti.)
- $p_3 = p_0 \leftarrow$ szabadsugár
- $U_1 - U_3 = g \cdot (z_1 - z_3) + \frac{[-r_1^2 - (-r_3^2)] \cdot \omega^2}{2}$

Ebből a kilépés relatív sebessége számolható:

$$w_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot z_1 + (R + L)^2 \cdot \omega^2} = 6.16 \frac{m}{s}$$

Melyből a térfogatáram:

$$q_v = w_3 A_{cső} = w_3 \frac{d_{cső}^2 \pi}{4} = 6{,}16 \cdot \frac{0{,}01^2 \pi}{4} = \mathbf{0{,}48 \frac{l}{s}}$$

# CSŐÍV	
Egy vízszintes síkban vezetett 100 x 100 mm oldalhosszúságú, négyzet keresztmetszetű csővezetékbe egy derékszögű csőívet építünk be. A belső és külső negyed körívek sugara 0,1 ill. 0,2 m. Az áramló közeg sűrűsége 1,2 kg/m³. A nyomáskülönbség a csőív külső és belső falán 240Pa.	
Kérdés:	Határozzuk meg az áramló közeg térfogatáramát!
Adatok:	$A = 100 \times 100$mm; $r_1 = 0{,}1$m; $r_2 = 0{,}2$ m; $p_2 - p_1 = 240$Pa; $\rho_{levegő} = 1{,}2$kg/m³

A térfogatáram kiszámítása két megoldással is lehetséges:

MEGOLDÁS 1. – EULER-EGYENLET

Kezdeti megfontolások:

- a könyök külső és belső oldalán kialakuló nyomáskülönbség jól magyarázható az Euler-egyenlet normál irányú komponens-egyenletével: görbült áramvonalak esetén (mint amilyen a csőkönyökben is kialakul) a nyomás a görbületi középponttól kifele haladva nő → tehát a csőkönyök külső oldalán mérünk nagyobb nyomást
- az Euler-egyenletet csak súrlódásmentes áramlások leírására használthatjuk → jelen esetben a súrlódástól eltekinthetünk, mivel a csőívben csak rövid szakaszon súrlódik a folyadék az álló fallal, az így keletkező veszteség csekély, elhanyagolható
- a csőkönyök vízszintes síkban fekszik, így a nehézségi térerő hatása elhanyagolható

Az Euler-egyenlet normál irányú komponense:

$$-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial n}+g_n=-\frac{v^2}{R}$$

- $\frac{\partial p}{\partial n}\cong\frac{p_2-p_1}{r_2-r_1}$
- $R=\frac{r_1+r_2}{2}=0.15\,m$ ← az áramvonalak görbületi sugarát a külső és belső ív átlagával közelítjük
- $g_n=0$ ← a csőkönyök vízszintes síkban van

Ebből a csőben kialakuló középsebesség számolható:

$$v=\sqrt{\frac{R}{\rho}\frac{\partial p}{\partial n}}=\sqrt{\frac{(r_1+r_2)}{2\rho}\frac{p_2-p_1}{r_2-r_1}}=\sqrt{\frac{(0{,}1+0{,}2)}{2\cdot 1{,}2}\frac{240}{0{,}2-0{,}1}}=17{,}32\frac{m}{s}$$

A kialakuló térfogatáram:

$$q_v=v\cdot A=17{,}32\cdot 0{,}1^2=\boldsymbol{0{,}1732\frac{m^3}{s}}$$

MEGOLDÁS 2. – BERNOULLI-EGYENLET

Kezdeti megfontolások:

- a csőkönyökben kialakuló áramkép hasonló egy szabad örvény forgatagához, melyben a folyadékrészek az örvény tengelye körül koncentrikus körökben haladnak
- a potenciálos örvény feltételezése jó közelítést jelent, mert a Thomson-tétel értelmében súrlódásmentes áramlások esetén a cirkuláció időben állandó → mivel nyugvó levegőből szívunk (aminek cirkulációja nulla), ezért a csőkönyökben áramló levegő cirkulációja is jó közelítéssel nulla lesz
- a potenciálos örvénysebessége leírható egy konstans és a sugár hányadosával: $v = \frac{K}{r}$
- a potenciálos örvényben a folyadékrészek nem forognak, így a Bernoulli-egyenlet egyszerűsíthető: $\int_1^2 \underline{v} \times rot\underline{v} \cdot d\underline{s} = 0$

Bernoulli-egyenlet a csőkönyök belső (1) és külső (2) pontja közé:

$$p_1 + \rho U_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_2 + \rho U_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2$$

- $U_1 = U_2 \leftarrow z = áll.$
- $v_1 = \frac{K}{r_1};\ v_2 = \frac{K}{r_2} \leftarrow$ potenciálos örvény

Az ismert adatokból a K konstans számítható:

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} K^2 \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right) \rightarrow K = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\rho \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 240}{1{,}2 \left(\frac{1}{0{,}1^2} - \frac{1}{0{,}2^2} \right)}} = 2{,}31 \frac{m^2}{s}$$

A csőkönyök belső és külső oldalán kialakuló sebességek:

$$v_1 = \frac{K}{r_1} = \frac{2{,}31}{0{,}1} = 23{,}1 \frac{m}{s} \qquad v_2 = \frac{K}{r_2} = \frac{2{,}31}{0{,}2} = 11{,}55 \frac{m}{s}$$

A csőkönyökben kialakuló átlagsebességet a belső és külső ívben kialakuló sebességek számtani közepével számolva

$$\overline{v} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{23{,}1 + 11{,}5}{2} = \mathbf{17{,}32 \frac{m}{s}}$$

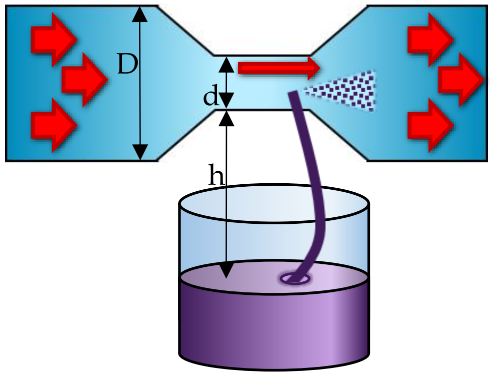
a térfogatáram:

$$q_v = \overline{v} \cdot A = 17.32 \cdot 0{,}1^2 = \mathbf{0{,}1732 \frac{m^3}{s}}$$

Látható, hogy a két különböző megoldási módszerrel számolt térfogatáramok jó egyezést mutatnak.

FESTÉKSZÓRÓ

Az ábrán látható festékszóró a következő elven működik: a Venturi-csőbe érkező levegő a szűk áramlási keresztmetszetbe érve felgyorsul, statikus nyomása ezáltal lecsökken. A lecsökkent nyomás a festékszóró alatt található, légkörre nyitott tartályból a festéket egy csövön keresztül felszívja, majd a festék a légárammal elkeveredve kiáramlik a kezelendő felületre.



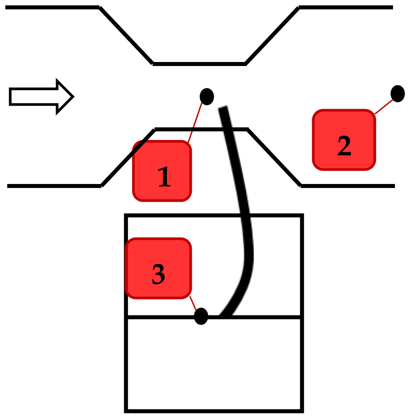
Kérdés: Milyen magasra emelhetjük a festékszórót a tartályhoz képest, hogy az még éppen képes legyen a tartályból a festéket feszívni?

Adatok: D = 32mm; d = 20mm; q_v=72 m³/h, $\varrho_{festék}$ = 1000 kg/m³; ϱ_{lev} = 1,2 kg/m³

MEGOLDÁS

Kezdeti megfontolások:

- ahogy a festékszórót egyre magasabbra emeljük, a csőszűkületben kialakult depressziónak egyre nagyobb festékoszlopot kell megtartania. A felszívott festék térfogatárama az festékszóró pozíciójának emelésével egyre csökken, mígnem elérjük azt a pontot, amikor 0 lesz. Ezt a h_{max} magasságot keressük.
- a számításhoz szükséges pontok felvétele:



Bernoulli-egyenlet az 1-2 pontok közé, a levegőben:

$$p_1 + \rho U_1 + \frac{\rho_{lev}}{2} v_1^2 = p_2 + \rho U_2 + \frac{\rho_{lev}}{2} v_2^2$$

- $U_1 = g \cdot z_1 = U_2 = g \cdot z_2 \leftarrow z_1 = z_2$
- $p_2 = p_0 \leftarrow$ szabadsugár
- $q_{v,1} = q_{v,2} = q_v \rightarrow v_1 = \frac{q_v}{A_1};\ v_2 = \frac{q_v}{A_2}$

Ebből az 1-es pontban fellépő depresszió (légköri nyomás alatti nyomás) számítható:

$$p_0 - p_1 = \frac{\rho_{lev}}{2} \cdot q_v^2 \cdot \left(\frac{1}{A_1^2} - \frac{1}{A_2^2}\right) = 8 \cdot \rho_{lev} \cdot \frac{\dot{q_v}^2}{\pi^2}\left(\frac{1}{d^4} - \frac{1}{D^4}\right)$$

$$= 8 \cdot 1{,}2 \cdot \left(\frac{72}{3600}\right)^2 \cdot \frac{1}{\pi^2} \cdot \left(\frac{1}{0{,}02^4} - \frac{1}{0{,}032^4}\right) = 2060 Pa$$

Bernoulli egyenlet a 3-1 pontok közé, a festékben:

$$p_3 + \rho_{festék} U_3 + \frac{\rho_{festék}}{2} v_3^2 = p_1 + \rho_{festék} U_1 + \frac{\rho_{festék}}{2} v_1^2$$

- $p_3 = p_0 \leftarrow$ légkörre nyitott
- $v_1 = v_2 = 0$
- $U_1 - U_3 = g \cdot h_{max}$

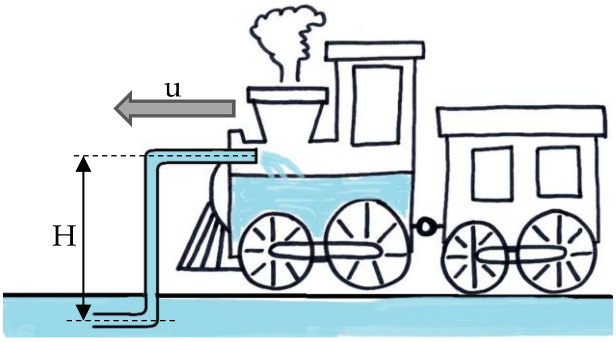
$$p_0 - p_1 = \rho_{festék} \cdot g \cdot h_{max} \rightarrow h_{max} = \frac{p_0 - p_1}{\rho_{festék} \cdot g} = \frac{2060}{1000 \cdot 10} = \mathbf{0.206m}$$

MOZDONY VÍZFELSZÍVÓ

A vadnyugaton gőzmozdonyokkal szállítottak egy időben mindent. A probléma az volt, hogy a gőzmozdonyoknak időről időre meg kellett állni vizet vételezni és ekkor sebezhetők voltak, valamint kiesést okozott a menetidejükben. A megoldást egy a mozdony víztartályából kivezetett S alakú cső és egy igen hosszú, a sínnel párhuzamos vályú jelentette, amiben a csövet végighúzták, ezáltal menet közben tudtak vizet vételezni. Legyen a vályúbeli vízszint és az S-cső szintkülönbsége *H*, a mozdony sebessége *u*, a cső átmérője *D*, a tartály térfogata *V*. A tartály felül nyitott, nem lehet benne túlnyomás.

Kérdés: Milyen hosszú vályúra van szükség a feltöltéshez?

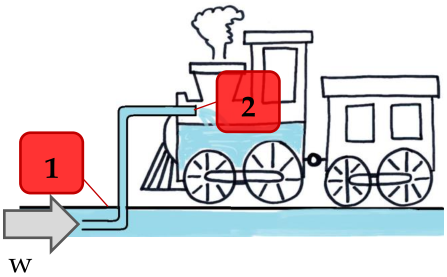
Adatok: H = 2m; u = 36km/h; D=0,05m; V=1m³



MEGOLDÁS

Kezdeti megfontolások:

- a megoldás relatív rendszerben történik, amelyet a vonathoz rögzítünk. Ebben a mozdony áll, a vályúban a víz *w=u* sebességgel jön a mozdony felé.
- a Bernoulli egyenletet a vályú béli vízfelszín és a tartálybéli kilépés között írjuk fel



Bernoulli egyenlet az 1-2 pontok közé:

$$p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot w_1^2 + \rho \cdot U_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} \cdot w_2^2 + \rho \cdot U_2$$

- $p_1 = p_0 \leftarrow$ nyílt vízfelszín
- $p_2 = p_0 \leftarrow$ szabadsugár
- $w_1 = u$
- $U_2 - U_1 = g \cdot H$

Fentiekből a csőből kilépő víz sebessége és térfogatárama számítható:

$$w_2 = \sqrt{u^2 - 2 \cdot g \cdot H} = \sqrt{\left(\frac{36}{3,6}\right)^2 - 2 \cdot 10 \cdot 2} = 7,74 \frac{m}{s}$$

$$q_v = w_2 \cdot A_{cső} = 7,74 \cdot \frac{0,05^2 \cdot \pi}{4} = 0,0152 \frac{m^3}{s}$$

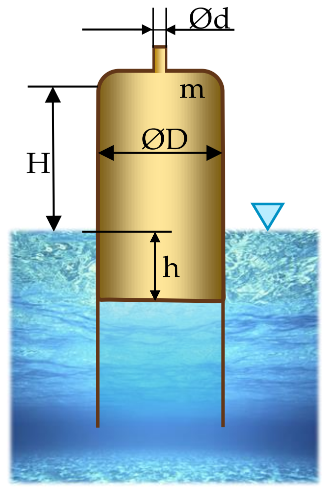
A tartály megtöltéséhez szükséges idő, és ezalatt a vonat által megtett út (vagyis a vályú szükséges hossza):

$$t = \frac{V}{q_v} = \frac{1}{0,0152} = 66\ s$$

$$L = u \cdot t = \frac{36}{3,6} \cdot 66 = \mathbf{660\ m}$$

HARSONA

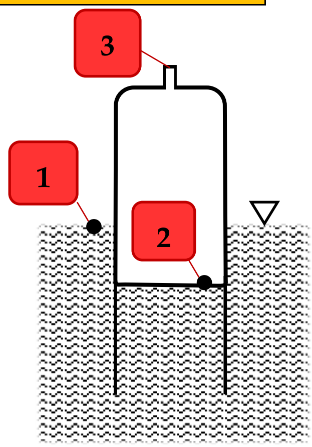
Egy ókori templomban hatalmas harsonák megszólaltatásához nagy, felül zárt, alul nyitott bronz hengereket használtak, amiket fokozatosan vízbe merítettek. A bronzhengerek súlya túlnyomást hozott létre az üreges hengerben, ami a hengerek tetején levő fúvókákon jutott ki, így szólaltatta meg a harsonákat. A bronzhenger vízbe merülése miatti súlycsökkenése, a levegőre ható súlyerő, a vízfelszín emelkedési sebessége valamint a harsonán létrejövő nyomásváltozás elhanyagolható.



Kérdés: Stacionárius állapotot feltételezve, határozza meg, hogy
a) mekkora a hengerfal két oldalán a vízszintek különbsége h!
b) mekkora a kiáramló térfogatáram q_v!
c) mennyi ideig szól a harsona, ha a henger $\Delta H = 0{,}6$m-t süllyed!

Adatok: m = 0,5t; D = 1,2m; H = 3m; $\rho_{víz}$ = 1000kg/m³; $\rho_{levegő}$ = 1,2kg/m³; d = 12mm; g = 10N/kg

MEGOLDÁS



a) feladatrész: A henger egyenesvonalú egyenletes mozgást (EVEM) végez, ezért a túlnyomásból származó erő kiegyenlíti a súlyerőt:

$$(p_2 - p_0) \cdot A_{alap} = m \cdot g$$

$$p_2 - p_0 = \frac{m \cdot g}{A_{alap}} = \frac{500 \cdot 10}{\frac{1{,}2^2 \cdot \pi}{4}} = 4421\ Pa$$

A vízszintkülönbség, mint egy U-csöves manométer mutatja a nyomáskülönbséget (hidrosztatika 1-2). A vízfelszínen a nyomás légköri: $p_1 = p_0$

$$p_2 - p_1 = \rho_{víz} \cdot g \cdot h \rightarrow h = \frac{p_2 - p_0}{\rho_{víz} \cdot g} = \frac{4421}{1000 \cdot 10} = \mathbf{0{,}442}\boldsymbol{m}$$

b) feladatrész: Bernoulli-egyenlet a kifúvás (3) és a henger belseje (2) közé levegőre:

$$p_2 + \frac{\rho_{lev}}{2} \cdot v_2^2 + \rho \cdot U_2 = p_3 + \frac{\rho_{lev}}{2} \cdot v_3^2 + \rho \cdot U_3$$

- $v_2 \approx 0 \leftarrow A_{alap} \gg A_{ki}$ (konti.)
- $p_3 = p_0 \leftarrow$ szabadsugár
- $U_2 - U_3 \approx 0 \leftarrow$ a levegőre ható súlyerőt elhanyagoltuk

$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho_{lev}} \cdot (p_2 - p_0)} = \sqrt{\frac{2}{1{,}2} \cdot 4421} = 85{,}84\,\frac{m}{s}$$

A kiáramló térfogatáram: $q_v = A_{ki} \cdot v_2 = \frac{0{,}012^2 \cdot \pi}{4} \cdot 85{,}84 = \mathbf{0{,}0087}\,\boldsymbol{\frac{m^3}{s}}$**=8,7**$\boldsymbol{\frac{liter}{s}}$**,**

ami elég komoly vitálkapacitásnak felel meg!

c) feladatrész:

$$T = \frac{\Delta V}{q_v} = \frac{A_{alap} \cdot \Delta H}{q_v} = \frac{\frac{1{,}2^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0{,}6}{0{,}0087} = \mathbf{70\ s}$$