

## 15.2. Aerodinamikus instabilitás

A szerkezet geometriájától, dinamikai tulajdonságaitól függően a széliránytól eltérő irányú egyre növekvő rezgések alakulhatnak ki, amelyek veszélyeztetik a szerkezet stabilitását és esetleg tönkremenetelét is okozhatják.

### 15.2.1. A Kármán-féle örvényleválás okozta gerjesztés

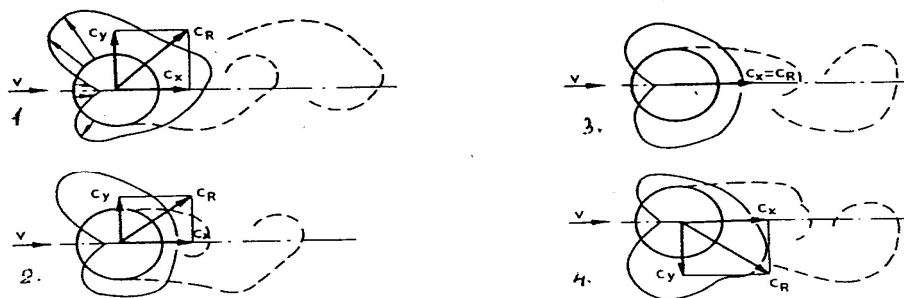
A Reynolds-szám kritikusan aluli és a transzkritikus tartományában - adott  $v$  szélességnél - a szélre merőleges  $b$  szélességű keresztmetszetű test két oldalán az örvények váltakozva

$$n_y = \frac{vSt}{b} \quad (15.36)$$

állandó frekvenciával válnak le ( $St$  az ún. Strouhal-szám). A szélirányú ellenállás és a Strouhal-szám között összefüggés van. Egy irodalmi adat [13] szerint:

$$St = 0.21c_x^{-0,75} . \quad (15.37)$$

Ez azt jelenti, hogy a szélirányú ellenállás növekedésével nő a Strouhal szám. Amint az a 15.22-es ábrán is látszik, a szélirányú ellenállás és a Reynolds-szám között is van kapcsolat, vagyis a Strouhal-szám is összefügg a Reynolds-számmal. (Ez utóbbi hatást a különböző szabályzatok, az irodalomban található utalások különböző mértékben veszik figyelembe veszik, így a Strouhal számra is különböző értékeket, formulákat adnak.) A periodikus örvényleválás következtében adott sebességnél a nyomáseloszlás adott frekvenciával periodikusan változik a köpeny mentén (15.31-es ábra [13]).

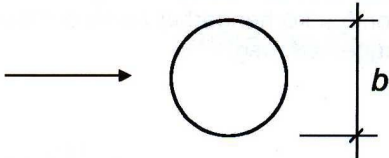
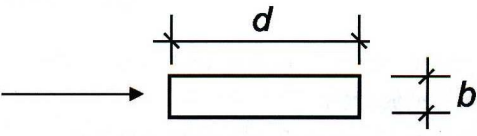
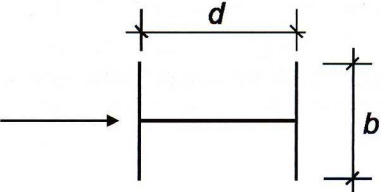
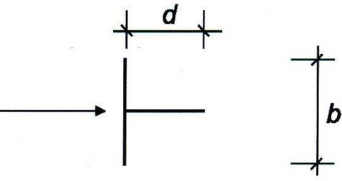
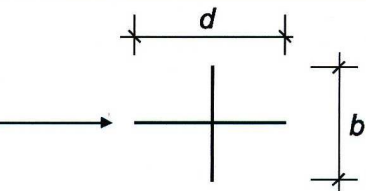
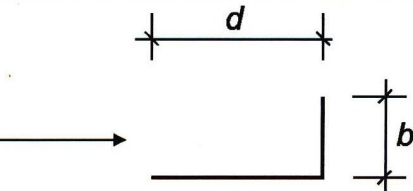


15.31. ábra. A nyomáseloszlás periodikus változása

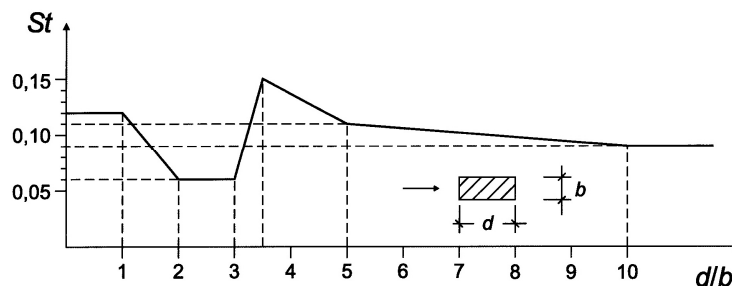
Ha az örvényleválás frekvenciája valamelyik önrezgésszámmal egybeesik, rezonancia lép fel. A feladat meg is fordítható. Meghatározzuk az építménynek a keresztirányú rezgésekhez tartozó sajátfrekvenciáit ( $n_{i,y}$ ). Ezek segítségével a (15.36)-os összefüggés alapján számíthatjuk a kritikus szélességeket, amelyknél rezonanciával kell számolni.

$$v_{\text{crit},i} = \frac{n_{i,y}b}{St} . \quad (15.38)$$

Mivel az erőtevező függ a keresztmetszet alakjától, így a Strouhal-szám is fog függni tőle. Az irodalomban számos adatot találunk a különböző keresztmetszetek esetére. A 15.1-es táblázatban láthatjuk az Eurocode-ban megadott tényezőket.

Keresztmetszet		St
 minden Reynolds-szám esetén		0,18
 $0,5 \leq d/b \leq 10$		az E1. ábra szerint
 lineáris interpoláció		$d/b = 1$ 0,11 $d/b = 1,5$ 0,10 $d/b = 2$ 0,14
 lineáris interpoláció		$d/b = 1$ 0,13 $d/b = 2$ 0,08
 lineáris interpoláció		$d/b = 1$ 0,16 $d/b = 2$ 0,12
 lineáris interpoláció		$d/b = 1,3$ 0,11 $d/b = 2,0$ 0,07
MEGJEGYZÉS: A Strouhal-számokat nem szabad a $d/b$ függvényében extrapolálni.		

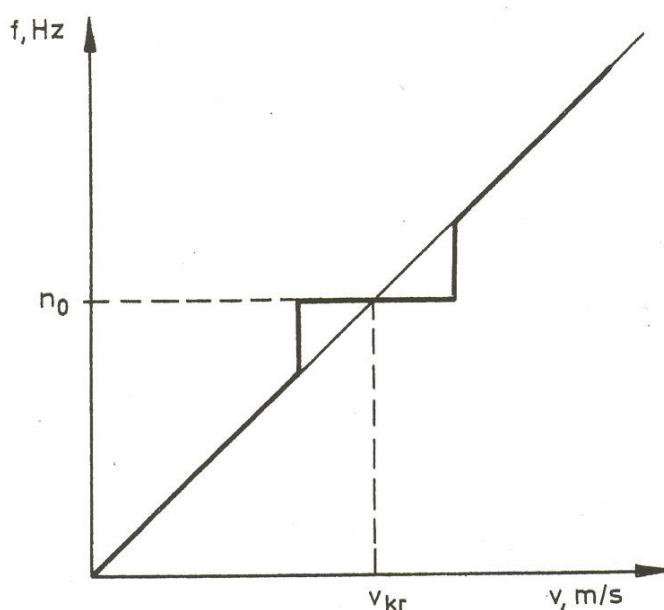
15.1. táblázat. A Strouhal-szám különböző keresztmetszetek esetén



15.32. ábra. E.1: A Strouhal-szám négyzög keresztmetszet esetén

Tudjuk, hogy a szélesebbég a magasság mentén változik (és általában is változik a terhelt felületen), így adott szélerősség esetén a kritikus sebesség elvileg csak egy adott keresztmetszetenél lévő szélesebbéggel egyezhet meg. (Kisebb szélerősség esetén egy magasabban lévő keresztmetszet, nagyobb szélerősség esetén egy alacsonyabban fekvő keresztmetszet jöhet szóba).

A dinamikus hatás akkor lesz a legnagyobb, ha ezt a keresztmetszetet az adott frekvenciához tartozó rezgéalak maximális ordinátája jelöli ki. Ugyanakkor tapasztalható, hogy egy bizonyos korrelációs hossz - a fenti keresztmetszet környezetében, a szélesebbég változásától függetlenül - az örvényleválás frekvenciája állandó és megegyezik a szerkezet frekvenciájával, amint azt a 15.33-as ábra mutatja [13].

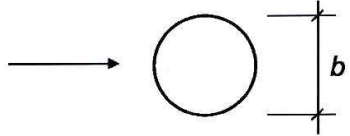
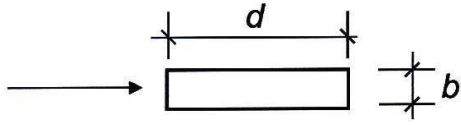
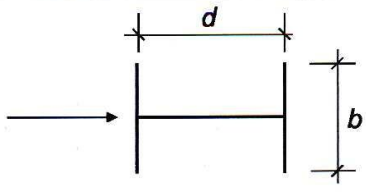
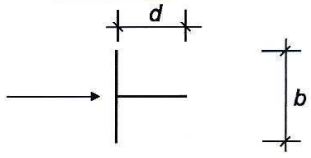
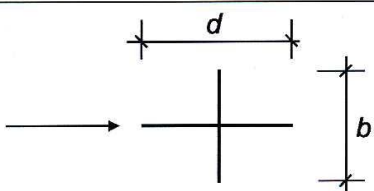
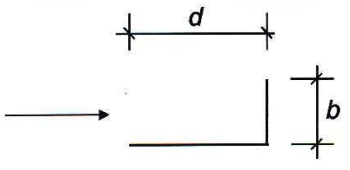


15.33. ábra. Az örvényleválási frekvencia kapcsolódása a kritikus szélesebbég esetén

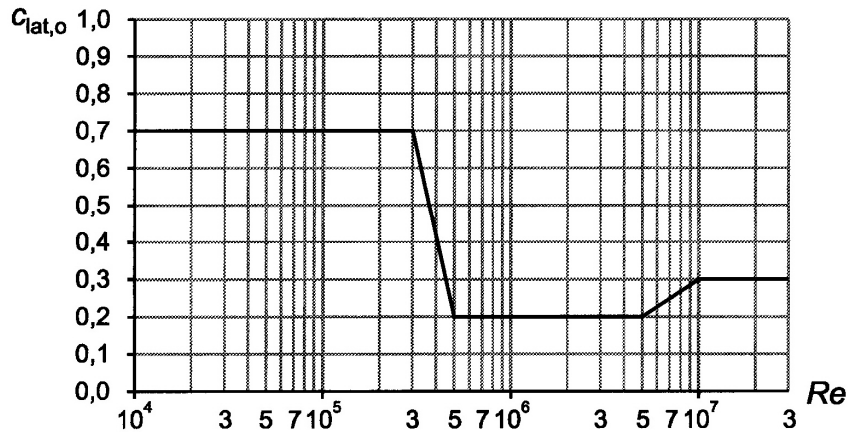
Ez az ún. örvényleválási frekvenciakapcsolódás a szerkezet rezgései és az örvényleválás közötti kölcsönhatás következménye. A [4]-es szerint a kapcsolódás akkor következik be, ha az adott szélesebbéghez tartozó örvényleválás frekvenciája csak  $\pm 20\%$ -os értékkel tér el a szerkezet adott sajátfrekvenciájától.

Az  $L_j$  korrelációs hosszakat az Eurocode 6b és 12b között adja meg a maximális elmozdulás és a  $b$  méret arányától függően. Abban az esetben azonban, ha az Eurocode-ban a szerkezetnek a szabályzatban - a fentiek szerint - megadott magasságában számított  $v_{m,Lj}$  átlagos szélesebbégének több mint 1,25-szöröse a kritikus szélesebbég, akkor úgy tekinthetjük, hogy a kritikus szélesebbég nem tud megvalósulni.

Ha valamelyik kritikus szélesség a lehetséges szélesség-tartományba esik - vagyis nem ér el egy felsőkorlátot - el kell végezni az örvényleválás hatásának vizsgálatát. Első lépésként a (15.15) alapján számítható a sebességhez tartozó Reynolds-szám. Elvileg az átváltási tartományban nincs szabályos örvényleválás, az Eurocode azonban ebben a tartományban is számol rezonancia helyzettel, de a keresztirányú erőtenyező alacsonyabb értéke mellett. A 15.2-es táblázatban található a  $c_{lat}$  keresztirányú erőtenyező  $c_{lat,0}$  alapértékei (amellyel akkor számolhatunk, ha  $v_{crit,i} < 0,83v_{m,Lj}$ ), míg a körhengerekre vonatkozó - a Reynolds-számtól függő - alapértékeket a 15.34-es ábrán látjuk.

Keresztmetszet		$c_{lat,0}$
 <p>minden Reynolds-szám esetén</p>		az E2. ábra szerint
 <p><math>0,5 \leq d/b \leq 10</math></p>		1,1
 <p>lineáris interpoláció</p>	$d/b = 1$ $d/b = 1,5$ $d/b = 2$	0,8 1,2 0,3
 <p>lineáris interpoláció</p>	$d/b = 1$ $d/b = 2$	1,6 2,3
 <p>lineáris interpoláció</p>	$d/b = 1$ $d/b = 2$	1,4 1,1
 <p>lineáris interpoláció</p>	$d/b = 1,3$ $d/b = 2,0$	0,8 1,0
MEGJEGYZÉS: A keresztirányú erőtenyezőket nem szabad a $d/b$ függvényében extrapolálni.		

15.2. táblázat. A  $c_{lat}$  keresztirányú erőtenyező  $c_{lat,0}$  alapértékei



15.34. ábra. A  $c_{lat}$  alapértéke körhenger esetén

Az Eurocode a  $0,83v_{m,Lj} < v_{crit,i} < 1,25v_{m,Lj}$  tartományban - a keresztirányú rezgéshez tartozó alaki tényezőt a szabályzatban megadott módon redukálja és így számítja a  $c_{lat}$  keresztirányú erőtenyezőt.

Az adott kritikus szélesebbég ismeretében számítható egy  $q_i$  torlónyomás, a keresztmetszeti méret és a keresztirányú erőtenyező segítségével pedig a keresztirányú megoszló harmonikus gerjesztő erő amplitúdója. A konstans amplitúdójú erő az  $L_j$  korrelációs hossz mentén működik.

$$p_i(t) = \frac{1}{2} \rho v_{crit,i}^2 b c_{lat} \sin 2\pi n_{y,i} t . \quad (15.39)$$

Az  $L_j$  korrelációs hosszat általában a legnagyobb rezgésamplitúdók tartományában kell felvenni. Erre vonatkozóan az Eurocode példákat tartalmaz, de előírja, hogy kihorgonyzott árbocok és folytatólagos többtámaszú hidak estén szakértőhöz kell fordulni.

A (15.39) alatti erőre a dinamikai számítás - a korábban tanultak szerint – elvégezhető. Amint tudjuk, az adott rezgésalaknál a rezonancia úgy jelenik meg, hogy a rezonanciatényező eléri a szerkezeti csillapítástól függő maximális értékét, azaz  $\mu_{max} = 1/\gamma$ , amely a szabályzatban megadott igen kis logaritmusos dekrementum miatt nagy értéket vesz fel. A csillapítás kis értéke miatt azok a hatások, amelyeket a szerkezet  $L_j$  korrelációs hosszon kívüli szakaszain lévő - a sajátfrekvenciájától különböző frekvenciájú - örvényleválás okoz, az Eurocode eljárásnak megfelelően valóban elhanyagolhatók [3].

Az Eurocode a kvázi-dinamikai vizsgálatnál a rezgésalak maximális amplitúdójánál számítja a maximális eltolódást, majd a kritikus szélesebbéghez tartozó rezgésalak felhasználásával a gyorsulásokat, a tömegeket és az igénybevételeket. A számítás részletei a szabályzatban megtalálhatók. Természetesen az oldalirányú rezgésből számított igénybevételek mellett, a  $q_i$  torlónyomásból kapható szélirányú teherből is számítani kell az igénybevételeket. Az  $x$  irányú erőnek is lesz az időben nem változó alapterher mellett az örvényleválás miatti harmonikusan változó összetevője. Ennek amplitúdója azonban az irodalmi adatok szerint egy nagyságrenddel kisebb a keresztirányú erő amplitúdójánál.

Az MSZ csak az első rezgésalakokkal számolt és feltételezte, hogy a szerkezet teljes magassága mentén azonos frekvenciájú az örvényleválás, vagyis az  $L$  korrelációs hossz a szerkezet magasságával azonos. A keresztirányú erőtenyezőt az MSZ 0,4-es állandó értékkel adta meg.

A rezonancia esetén az egyszabadságfokú rendszerénél a dinamikus elmozdulás a statikus elmozdulás  $\mu_{\max}$ -al szorzott értéke. Ennek analógiájára az MSZ a szerkezet elmozdulásait a  $p(z)$  statikus teherből számított statikus elmozdulás  $\mu_{\max}$ -szorosára vette fel. Ez az eljárás nagyon konzervatív. A rezonancia esetében nem a statikus teher, hanem a dinamikus hatás a meghatározó, és ennek magasság menti megoszlása lényegesen különbözik a teher megoszlásától.

A kvázi statikus számítás pontosítható, ha a statikus tehernél figyelembe veszik az adott frekvenciához tartozó rezgésalakot is. Az irodalomban [13] a  $H$  magasságú tornyok számításánál a  $p(z)$  terhet szorozzák egy olyan függvénnyel, amelynek értéke a torony tetején 1, míg a befogásnál zérus. Legegyszerűbb függvény a  $f(z) = \frac{z}{H}$  lineáris függvény, de alkalmazzák az  $f(z) = \left(\frac{z}{H}\right)^2$  függvényt is. Egy lehetséges függvény, amely közel van az első rezgésalakhoz:

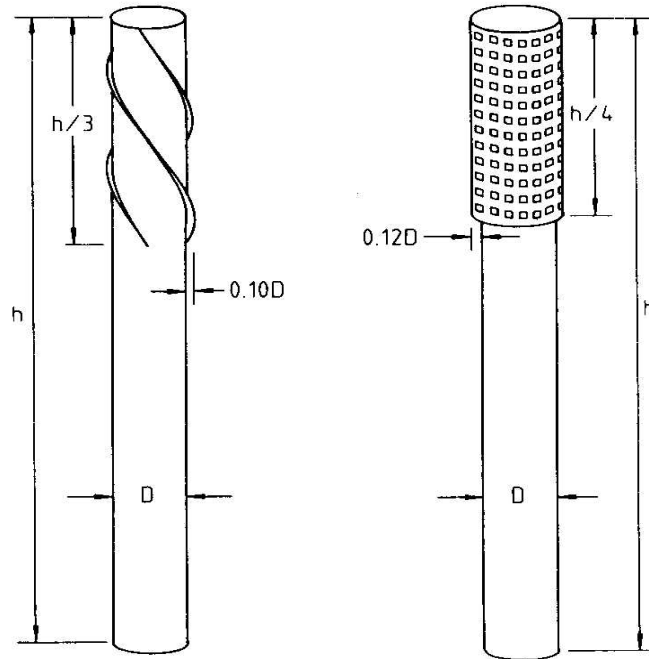
$$f(z) = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{z}{H}\right). \quad (15.40)$$

Látható, hogy az alkalmazott függvényekkel kapott igénybevételek kisebbek, mint amelyek az MSZ szerint számíthatók. Az MSZ szerint számított igénybevételek azért is túl konzervatívak voltak, mert a rezonanciatényező maximális értéket a teljes teherre alkalmazta az előírás. Ez az egyszabadságfokú rendszereknél korrekt, de többszabadságfokú rendszerénél feltételezi, hogy minden rezgésalaknál rezonancia van, ami természetesen nem lehetséges.

A bemutatott összefüggések arra is jók, hogy amennyiben mód van rá, a szerkezet méreteit oly módon vegyük fel, hogy a (15.38)-as képletből kiadódó kritikus szélesség fölötté legyen a tervezési értéknek, így ne tudjon rezonancia kialakulni. Önálló tornyok esetén azonban nem lehet úgy megnövelni a merevséget, hogy a legalacsonyabb rezgésszámhoz tartozó kritikus szélesség már ne tartozzon az előforduló sebességek tartományába. A sajátkörfrekvencia jelentős növeléséhez külön megtámasztásokra (feszítőkötelek alkalmazására) lenne szükség.

A gyakorlatban a magas tornyok első sajátkörfrekvenciája igen alacsony lesz, és a belőle számítható kritikus szélességre olyan értéket kapunk, amely gyakran előfordulhat. Ez esetben a szerkezetnél viszonylag hamar előáll a fáradási jelenség kialakulásához szükséges ismétlési szám. Erre a tervezés során gondolni kell. Ugyanakkor a kisebb kritikus szélességhez kisebb teher is tartozik, így kisebbek lesznek az igénybevételek is, mint a nagyobb szélességnél. A rezonancia úgy is elkerülhető, hogy szerkezeti megoldásokkal megakadályozzuk a szerkezetnél a korrelációs hossz mentén bekövetkező egyidejű örvényleválást, vagy olyan magasságban teszük lehetővé, amely már nem okoz jelentős igénybevételt.

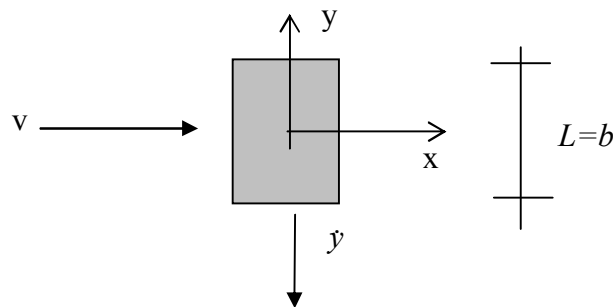
Szélcsatorna kísérletek alapján kidolgozott megoldásokat látunk a 15.35-ös ábrán [7]. Meg kell azonban jegyezni, hogy ebben az esetben a felület érdesítése miatt - különösen a lapos acélspirál alkalmazása esetén - növekszik a szélirányú erőteyező. A dinamikus elmozdulások csökkenthetők a szerkezeti csillapításnak belső burkolatokkal, betétekkel való növelésével is. A keresztirányú rezgések csökkentésének egy hatékony módszere a lengő (esetleg a torony falához ütköző) dinamikus lengéscsillapítók alkalmazása.



15.35. ábra. Szerkezeti megoldás az örvényleválás megzavarására

### 15.2.2. Táncolás

A 15.36-os ábrán egy karcsú négyszög-keresztmetszetű szerkezet keresztmetszetét látjuk, amelynél a széláramlás  $x$  tengely irányú. Ebben a szimmetrikus esetben a testre ható szélterők eredője is  $x$  tengely irányú lesz. Térítse ki a szerkezetet az  $y$  tengellyel ellentétes irányba az örvényleválás, vagy egy  $y$  sebességű széllelés.



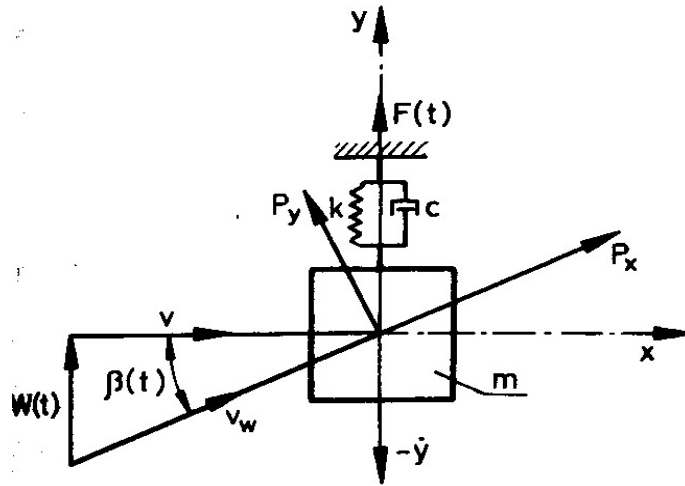
15.36. ábra

Ekkor a szerkezetre a 15.37-es ábrán látható  $y$  irányú visszatérítő erő is fog működni, és a szerkezet a szélirányra merőlegesen  $W(t)$  sebességgel rezegni fog. A légáram sebessége a 15.37-es megváltozik és  $\beta(t)$  szöggel eltér az eredeti iránytól [13]. Mivel kis elmozdulásokról van szó:

$$\operatorname{tg} \beta(t) = \frac{W(t)}{v} \approx \beta(t). \quad (15.41)$$

A tartószerkezet kerülete mentén lévő nyomáeloszlás következtében, amely a  $\beta(t)$  szögtől függ, keletkezik az  $F(t)$  erő tehát a  $\beta$  szög függvénye.

$$F(t) = P_y \cos \beta(t) + P_x \sin \beta(t).$$



15.37. ábra. Egyszabadságfokú rendszer táncolás okozta rezgése

Kis szögek esetén az  $F(t) = F(\beta)$  összefüggés lineáris. Ekkor, a (15.41) felhasználásával:

$$F(t) = F(\beta) = \frac{\partial F}{\partial \beta} \beta = \frac{\partial F}{\partial \beta} \frac{W(t)}{v}.$$

Mivel  $W(t) = -\dot{y}$ , az  $y$  irányú mozgásegyenlet:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F(t) = -\frac{\partial F}{\partial \beta} \frac{\dot{y}}{v},$$

$$m\ddot{y} + \left( c + \frac{\partial F}{\partial \beta} \frac{1}{v} \right) \dot{y} + ky = 0. \quad (15.42)$$

Ha a (15.42)-es egyenletben

$$c + \frac{\partial F}{\partial \beta} \frac{1}{v} > 0, \quad (15.43)$$

akkor a rezgés - amelynek sajátkőrfrekvenciáját a szerkezet merevségi és tömegjellemzői határozzák meg - csillapodni fog. Ha azonban

$$c + \frac{\partial F}{\partial \beta} \frac{1}{v} < 0, \quad (15.44)$$

akkor a rezgésamplitúdó az időben növekszik, aerodinamikus rezgésgerjesztés lép fel.



A test egységnyi hosszúságú szakaszára jutó erőt a torlónyomás segítségével felírva:

$$F(\beta) = \rho \frac{v^2}{2} c_F(\beta) L. \quad (15.45)$$

Itt  $L$  a keresztmetszet szélirányra merőleges mérete, a  $c_F(\beta)$  pedig a széliránytól is függő alakhi tényező. Ekkor a (15.44)-es feltétel

$$c + \rho \frac{vL}{2} \frac{\partial c_F}{\partial \beta} < 0 \quad (15.46)$$

alakba írható. Ha a  $c$  helyére a belső súrlódásnak megfelelő  $c = \frac{\gamma}{\omega_{y0}} k$  ekvivalens

csillapítást írjuk:

$$\frac{\gamma}{\omega_{y0}} k + \rho \frac{vL}{2} \frac{\partial c_F}{\partial \beta} < 0. \quad (15.47)$$

Negatív  $\frac{\partial c_F}{\partial \beta}$  esetén számítható az a (pozitív előjelű) kritikus szélesebesség (az ún. indító szélesebesség), amelynél nagyobb állandó sebesség esetén a kimozdított test a szerkezet keresztirányú önrezgésszámával azonos frekvenciájú, egyre növekvő amplitúdójú rezgést végez:

$$v_{CG} = - \frac{2\gamma k}{\omega_{y0} \rho L \frac{\partial c_F}{\partial \beta}}. \quad (15.48)$$

Ez a rezgés - amelyet táncolásnak (galloping-nak) neveznek - akkor szűnhet meg, ha csökken a szélesebesség ill., változik a rezgés iránya és így a  $\frac{\partial c_F}{\partial \beta}$  tényező nagysága (esetleg előjele). Ez a megjegyzés természetesen fordítva is igaz. Ha pl. állandó szélesebességnél eredetileg stabilitás volt, de változott a test geometriája és így a  $\frac{\partial c_F}{\partial \beta}$  tényező nagysága ill. előjele, felléphet a gallopping. Ilyen eset lehet az, amikor jegesedés miatt a távvezeték keresztmetszetének alakja megváltozik. Csillapítatlan esetben az instabilitás feltétele a (15.46)-os kifejezésből:

$$\frac{\partial c_F}{\partial \beta} < 0. \quad (15.49)$$

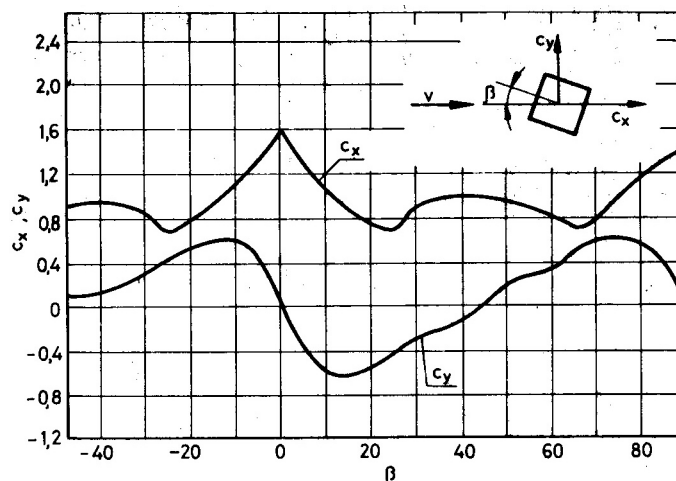
Kis kitérés esetén ez a feltétel [13] alapján a szélirányú és a szélre merőleges erőtényezők segítségével is felírható

$$\frac{\partial c_y}{\partial \beta} + c_x < 0 \quad (15.50)$$

alakban. A 15.38-as ábrán látható a  $c_x$  és a  $c_y$  a fokokban megadott szélirány ( $\beta$ ) függvényében. A grafikon alapján, pl. ha  $\beta = 0$ , akkor  $c_x = 1.6$ , és leolvasással

$$\frac{\partial c_y}{\partial \beta} \approx - \frac{0.8}{\frac{10}{180} \pi} = -4.6,$$

vagyis csillapítatlan esetben minden szélesebességnél fellép az instabilitás.



15.38. ábra.  $c_x$  és a  $c_y$  a  $\beta$  függvényében, négyszög keresztmetszetű rúdnál

A csillapított esetben ez csak a - csillapítatlan esetben számított - kritikusan túli szélesebségnél következik be. Megjegyezzük, hogy a (15.44)-es, ill. (15.46)-os kifejezésben a második tag akár pozitív is lehet, és így a csillapító hatás növekedhet. Ebben az esetben aerodinamikus csillapításról beszélünk. (A fenti levezetés és ábra a [13]-ban található.)

A táncolásra a körtől különböző keresztmetszetek érzékenyek. A stabil keresztmetszetek instabillá válhatnak. (Pl. a távvezeték kör keresztmetszete a jegesedés hatására ovális lesz). Az Eurocode a táncolásra vonatkozó indító szélesebségre a

$$v_{CG} = \frac{2Sc}{a_G} n_{1,y} b \quad (15.51)$$

összefüggést adja, ahol  $b$  a szélirányra merőleges mérete a keresztmetszetnek,  $n_{1,y}$  az  $y$  irányú rezgéshez tartozó legkisebb frekvencia,  $Sc$  a szabályzatban definiált (a  $\gamma$  szerkezeti csillapítást is tartalmazó) formulával számítható Scruton szám:

$$Sc = \frac{2m\pi\gamma}{\rho b^2}, \quad (15.52)$$

ahol  $\rho$  a levegő sűrűsége. A (15.51)-es kifejezésben lévő  $a_G$  a galopping instabilitási tényező.

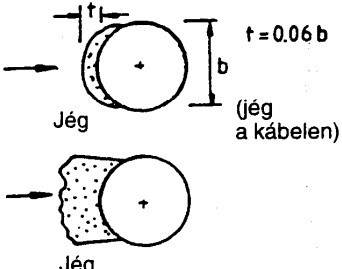
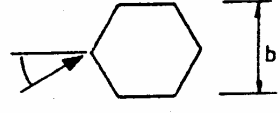
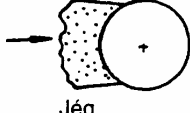
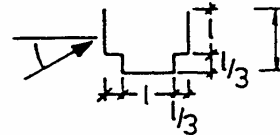
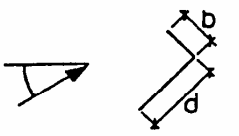
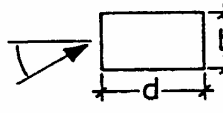
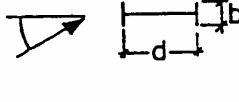
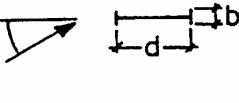
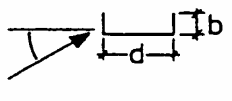
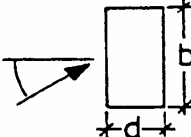
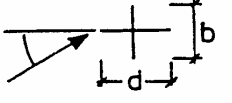
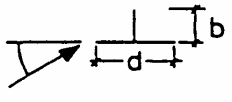
A Scruton számnak az Eurocode által megadott értéke a különböző keresztmetszetekre a 15.3-as táblázatban látható. (Ha a keresztmetszet nem tartozik az adott típusok közé, akkor  $a_G = 10$ , vagyis igen nagy tényező fog szerepelni a (15.51)-es kifejezés nevezőjében, ami jelentősen csökkenti az indító szélesebség értékét).

Nem nehéz észrevenni a (15.48)-as és a (15.51)-es kifejezések közötti összefüggést. Ha a (15.48)-as kifejezésbe a  $k$  helyére beírjuk az  $\omega_{y0}^2 m$  kifejezést és a sajátkörfrekvencia

helyett a sajátfrekvenciával számolunk, valamint az  $L$  helyére a 15.2-es táblázatban szereplő  $b$  jelölést alkalmazzuk, a kifejezés új alakja:

$$v_{CG} = \frac{2\gamma\omega_{y0}^2 m}{\omega_{y0}\rho b \left(-\frac{\partial c_F}{\partial \beta}\right)} = \frac{2\gamma 2\pi n_{y0} m}{\rho b \left(-\frac{\partial c_F}{\partial \beta}\right)} = \frac{2(2m\pi\gamma)n_{y0} b}{\rho b^2 \left(-\frac{\partial c_F}{\partial \beta}\right)} = \frac{2Sc}{\left(-\frac{\partial c_F}{\partial \beta}\right)} n_{y0} b.. \quad (15.53)$$

Megállapítható, hogy kapott összefüggés a (15.51)-es kifejezéshez hasonló jellegű.

Keresztmetszet	Táncolási instabilitási tényező, $a_G$	Keresztmetszet	Táncolási instabilitási tényező, $a_G$
 <p><math>t = 0.06 b</math> (jég a kábelen)</p>	1,0		1,0
			4
<p><math>\frac{d}{b} = 2</math></p>	2	 <p><math>\frac{d}{b} = 2</math></p>	0,7
 <p><math>\frac{d}{b} = 1,5</math></p>	1,7	 <p><math>\frac{d}{b} = 2,7</math></p>	5
<p><math>\frac{d}{b} = 1</math></p>	1,2	 <p><math>\frac{d}{b} = 5</math></p>	7
<p><math>\frac{d}{b} = \frac{2}{3}</math></p>	1	 <p><math>\frac{d}{b} = 3</math></p>	7,5
 <p><math>\frac{d}{b} = \frac{1}{2}</math></p>	0,7	 <p><math>\frac{d}{b} = \frac{3}{4}</math></p>	3,2
<p><math>\frac{d}{b} = \frac{1}{3}</math></p>	0,4	 <p><math>\frac{d}{b} = 2</math></p>	1

15.3. táblázat. Táncolási instabilitási tényezők

Ha az indító szélesség 1,25-ször nagyobb, mint a legnagyobb elmozdulás helyére számított átlagos szélesség, akkor nem kell táncolással számolni. Ugyanakkor, ha az indító szélesség sebesség közel van a (15.38) alatt megadott - a Kármán hatáshoz tartozó - kritikus szélességhez, azaz

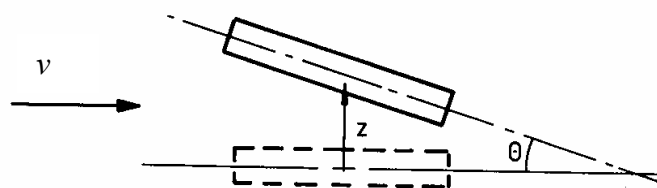
$$0,7 < \frac{v_{CG}}{v_{crit,i}} < 1,5 , \quad (15.54)$$

akkor a Kármán-hatás és a galopping között bonyolult kölcsönhatás léphet fel, amelynek vizsgálatára a szabályzat külön eljárást, esetleg szélsatorna kísérletet javasol.

### 15.2.3. Divergencia és belebegés

A 15.39-es ábrán egy síklemezt látunk [7], ahol a lemez síkjának megfelelő irányú szélterhelés esetén az áramlás szögének kis változása - vagy a nem teljesen szimmetrikus elrendezés miatt (pl. egy hídkeresztmetszetenél) - a lemezre merőleges nyomáseloszlás nem lesz szimmetrikus.

Ekkor a szerkezetre – már a 15.14-es ábrán is bemutatott – felhajtó erő és csavaró nyomaték is hat.



15.39. ábra

Ezen erők hatására - bizonyos esetekben - időben növekvő mozgások alakulhatnak ki. A lemezszerű keresztmetszetnek ezen mozgások iránti hajlama az Eurocode szerint az alábbi három feltétel egyidejű teljesülése esetén jelentkezik:

- ha a keresztmetszet síklemez jellegű és szélessége meghaladja a magasság négyszeresét,
- ha a keresztmetszet csavarási középpontja legalább a szélesség negyedére van a keresztmetszet szél támadta szélétől (pl. egybeesik a keresztmetszet súlypontjával, vagy csak kis mértékben tér el attól),
- ha a csavaró rezgéshez tartozik a legkisebb sajátkörfrekvencia, vagy ha nem, akkor az kisebb, mint a hajlító rezgéshez tartozó legkisebb sajátkörfrekvencia kétszerese.

#### 15.2.3.1. Divergencia

Ha a csavaró rezgés frekvenciája kisebb, mint a hajlító rezgés frekvenciája, akkor a szélesség növelésével a keresztmetszetenél először csak elcsavarodás lép fel és függőleges irányú rezgés nem. Ez a divergencia jelensége.

A divergenciához tartozó kritikus szélebbességre az Eurocode a

$$v_{\text{div}} = \left( \frac{2k_e}{\rho d^2 \frac{dc_M}{d\theta}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (15.55)$$

összefüggést adja. Itt  $k_e$  a tartó (híd) csavarási merevsége (a keresztmetszet egységnyi elfordulásához tartozó nyomaték),  $\rho$  a levegő sűrűsége,  $d$  a keresztmetszet szélirányú mérete (szélessége),  $\frac{dc_M}{d\theta}$  az aerodinamikai nyomatéki tényező változási sebessége, amely a szelvény magasságának és szélességének arányától függ. A keresztmetszet szélirányra merőleges  $b$  mérete (magassága) esetén az Eurocode-ban a  $\frac{dc_M}{d\theta}$  tényezőre az alábbi összefüggést találjuk:

$$\frac{dc_M}{d\theta} = -6,3 \left( \frac{b}{d} \right)^2 - 0,38 \frac{b}{d} + 1,6. \quad (15.56)$$

Erre a kritikus szélebbességre az Eurocode előírja, hogy legalább kétszer akkora legyen, mint az adott helyszínre - és a szabályzatban megadott magasságra - megállapított átlagos szélebbesség.

### 15.2.3.2. Belebegés

Ha a csavaráshoz tartozó sajátkörfrekvencia nagyobb, mint a hajlításhoz tartozó, akkor a belebegés (flutter) jelensége lép fel és a kritikus szélebbesség kisebb lesz, mint ami a divergenciához tartozó képletből adódik. A kritikus szélebbesség csökkenése különösen akkor jelentős, ha két frekvencia közel esik egymáshoz.

A belebegési sebességre a [12]-ben található egy közelítő képlet:

$$v_F = 0,44d \sqrt{\left( \omega_t - \omega_h \right)^2 \frac{\sqrt{v}}{\mu}},$$

$$v_F = 0,44d\omega_t \sqrt{\left( 1 - \frac{\omega_h}{\omega_t} \right)^2 \frac{\sqrt{v}}{\mu}}. \quad (15.57)$$

A (15.57)-es összefüggésben  $\mu$  a keresztmetszetet befoglaló körnek megfelelő alapú 1 m hosszú léghenger tömegének, valamint a keresztmetszet egy folyóméternyi tömegének az aránya, míg  $v = \frac{8r^2}{d^2}$ . Itt  $r$  az egységnyi hosszúságú keresztmetszet tehetetlenségi sugara.

A képletből látszik, hogy a kritikus szélebbesség annál nagyobb, minél nagyobb a csavarási frekvencia az eltolódási frekvenciához képest.

Ez az összefüggés a frekvenciák azonossága esetén zérus kritikus szélességet ad, ami nem felel meg a valóságnak. A közelítő képlet pontossága függ a frekvencia aránytól  $\frac{\omega_h}{\omega_t} \approx 0,5$ , akkor a pontosság kb. 1,5%, de ha  $\frac{\omega_h}{\omega_t} \approx 0,7$ , már csak 4%.

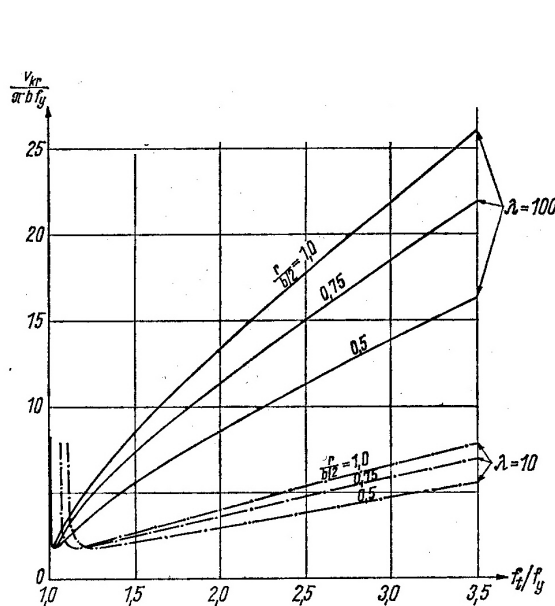
Jogosan vetődik fel a kérdés, hogy a szerkezeti csillapítás hatását hogyan lehetne figyelembe venni. A szerkezeti csillapítás hatására a kritikus szélesség növekszik. a [12]-ben található közelítő összefüggés szerint a logaritmus dekrementum segítségével:

$$v_{F,cs} = v_F \frac{1}{\sqrt{(1-g)^2}} \quad (15.58)$$

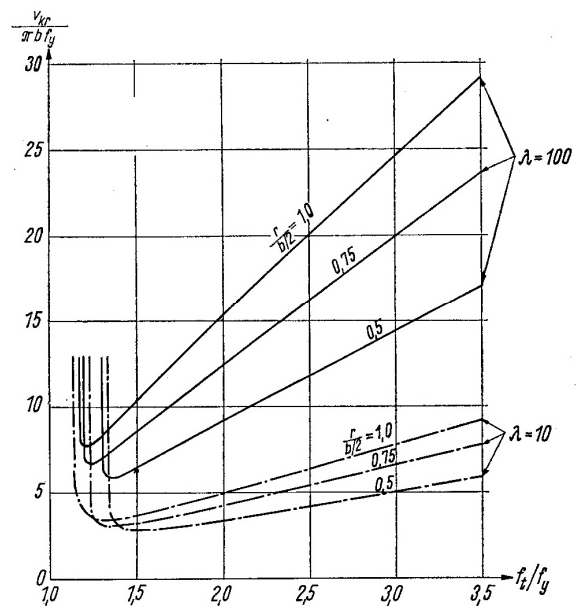
A fenti összefüggés akkor érvényes, ha a logaritmus dekrementum legfeljebb 0,2.

Az [6]-ban bemutatott - Klöppel és Thiele által derékszögű téglalap keresztmetszetre levezetett - belebegési határgörbék láthatók a 15.38-as ábrán (az ábrában  $b$  az előzőekben  $d$ -vel jelölt szélességi méret,  $f_y$  az eltolódási  $f_t$  a csavarási frekvencia,  $\lambda = \frac{1}{\mu}$

előzőekben megismert tömegarány reciproka, míg  $\frac{r}{b/2}$  a (15.57)-ben látott  $\sqrt{v}$ -nek felel meg).



15.40. ábra. Határgörbék csillapítás nélkül

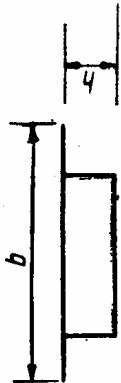
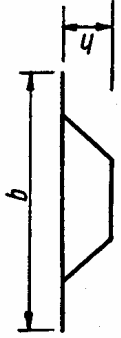

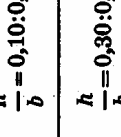




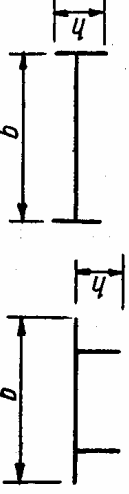
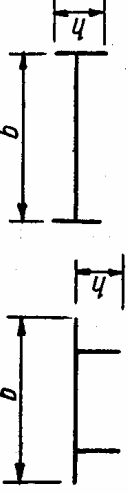


15.41. ábra. Határgörbék csillapítás esetén

Az ábrából látható a kritikus szélességnek a frekvenciaaránytól való függése. A legkisebb kritikus szélességnél a csavarási frekvencia 10-20%-kal nagyobb az eltolódási frekvenciánál. A 15.41-es ábrán a csillapítás szerepét látjuk 0,2-es logaritmus dekrementum esetén.

Látható, hogy arányait tekintve a csillapítás hatása a legkisebb kritikus szélességnél a legnagyobb.

A 15.40-es és 15.41-es ábrák derékszögű négyszög keresztmetszetre vonatkoznak. Egyéb keresztmetszetek esetén a kapott értékeket egy alaki tényezővel meg kell szorozni. A 15.3-as táblázatban a Klöppel és Thiele szélcsatorna kísérletei alapján az [6]-ban összeállított táblázatot látjuk, amely különböző keresztmetszetek és frekvencia arányok esetére adja meg az alaki tényezőket (amelyek a 0,1 és 0,8 között értékeket vesznek fel). Az irodalomban nem található keresztmetszeteknél szélcsatorna kísérletre van szükség.

A. keresztmetszet alakja		η tájékoztató értéke	
		$f_x/f_y=1$	$f_x/f_y=2$
Szekrény		$\frac{h}{b} = 0,10:0,7$	0,4
		$\frac{h}{b} = 0,30:0,4$	0,2
		$\frac{h}{b} = 0,10:0,8$	0,8
		$\frac{h}{b} = 0,30:0,7$	0,35
x-re (nagyjából) szimmetrikus szekrény		0,8	
			
Rácsos gerincű		0,7	0,6
			
Gerinclemez		$\frac{h}{b} = 0,05:0,6$	0,3
		$\frac{h}{b} = 0,20:0,2$	0,1

15.3. táblázat. Belebegés alaki tényezői

A fentekből látható, hogy a belebegéshez tartozó kritikus szélebeesség a csavarási frekvencia és a híd szélességének növelésével emelhető. Itt is az a tervezési feladat, hogy a kritikus szélebeesség nagyobb legyen, mint a lehetséges szélebeesség.

Az Eurocode-ban a belebegési kritikus szélebeességre vonatkozóan nem találunk formulákat. Az előszabványban ez esetben vagy a belebegési egyenlet megoldását, vagy szélecsatorna vizsgálatot írták elő. Az áramlástan méréséről jó áttekintést ad az [5] alatti könyv.

A belebegési egyenlet kétszabadságfokú rendszerre vonatkozik. Szimmetrikus keresztmetszet esetén két egyszabadságfokú rendszert kell vizsgálni, amelyek között a teheroldal ad összefüggést. Ugyanis az  $F_z(t)$  felhajtóerő függ a keresztmetszet elfordulásától és az elfordulás sebességétől is, és hasonlóan az  $M(t)$  elfordító nyomaték is függ a függőleges irányú mozgás sebességétől.

Ennek megfelelően a belebegési egyenlet általános alakja (feltételezve, hogy a szerkezeti csillapítás az egyes mozgásirányokba különböző):

$$\begin{aligned} z + \gamma_z \omega_z z + \omega_z^2 z &= F_z(t) + H_1 z + H_2 \theta + H_3 \dot{\theta}, \\ \dot{\theta} + \gamma_\theta \omega_\theta \dot{\theta} + \omega_\theta^2 \theta &= M(t) + A_1 z + A_2 \theta + A_3 \dot{\theta}. \end{aligned} \quad (15.59)$$

Az egyenletben  $\omega_z$  és  $\omega_\theta$  a hajlító és csavaró rezgéshez tartozó sajátkörfrekvenciák, a  $H_i$  és  $A_i$  együtthatók pedig az ún. - szélecsatorna kísérletekkel meghatározható - aerodinamikai együtthatók. Az együtthatók előjele szerint alakulhatnak ki a dinamikus instabilitás különböző típusai. Irodalmi adatok a [7] alapján:

Flutter (elcsavarodás és eltolódás együttese):  $H_2 > 0, \quad A_1 > 0.$

Divergencia (csak elcsavarodás):  $A_2 > 0.$

Galopping (csak eltolódás):  $H_1 > 0.$

Hidak		A feltétel fennáll, ha	
		$d/b \leq 5$	$d/b \geq 10$
A vízszintes erőkkel szembeni megtámasztás típusa		$l/b < 8$	$l/b < 14$
		$< 16$	$< 29$
		$< 24$	$< 44$
		$< 32$	$< 58$

15.4. táblázat. Az aerodinamikai stabilitás feltételei egyszerűbb szerkezetű hidaknál



Az aerodinamikai instabilitás vizsgálata a geometria célszerű kialakítása esetén elkerülhető. Az előszabvány pl. hidak esetére megadta 15.4-es táblázatban látható azon paramétereket, amelyek fennállása esetén a bonyolult számításokra és kísérletekre nincs szükség. (Az Eurocode ezt a táblázatot már nem tartalmazza).

### Irodalom:

- [1] Györgyi, J., Galaskó, Gy.: *Dynamic calculation of tent structures for windload*, Int. Symposium on Lightweight structures in civil engineering, pp. 509-513, Warsaw, 2002.
- [2] Györgyi, J.: *Effect of soil-structure interaction in case of earthquake and wind calculation of towers*, In F. Darne, I. Doghri, R. El Fatmi, H. Hassis & H. Zenzri eds., *Advances in Geomaterials and Structures*, pp. 681-686, The First Euromediterranean Symposium on Advances in Geomaterials and Structures, Hammamet, Tunisia, 2006.
- [3] Györgyi, J., Szabó, G.: *Calculation of wind effect by dynamic analysis using the artical wind function*, 6<sup>nd</sup> Int. Conf. on New Trends in Statics and Dynamics of Buidings, pp. 9-12, #paper, pp.1-14, Bratislava, 2007.
- [4] Büchholdt, H. A.: *Introduction to cable roof structures*, University Press, Cambridge, 1985.
- [5] Lajos, T.: *Az áramlástan alapjai*. Műegyetemi kiadó, Budapest, 2000.
- [6] Kollár, L.: *A szél dinamikus hatása magas építményekre*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.
- [7] Kwok, K. C. S.: *Wind Indicated Vibration of Structures*. In R. Narayanan and T.M. Roberts (eds.): *Structures subjected to dynamic loading*. Elsevier Science Publishers LTD, New York, 1991.
- [8] Magyar Előszabvány MSZ ENV 1991-2-4:1999, Eurocode 1: *A tervezés alapjai és a tartószerkezeteket érő hatások, 2-4 rész: A tartószerkezeteket érő hatások. Szélhatás*.
- [9] MSZ 15021/1-71: *Építmények teherhordó szerkezeteinek erőtani tervezése. Magasépítési szerkezetek terhei és különleges követelményei*.
- [10] MSZ 15021/1-86: *Építmények teherhordó szerkezeteinek erőtani tervezése. Magasépítési szerkezetek terhei*.
- [11] MSZ EN 1991-1-4:2007, Eurocode 1: *A tartószerkezeteket érő hatások, 1-4 rész: Általános hatások. Szélhatás*
- [12] Selberg, A.: *Oscillation and Aerodynamic Stability of Suspension Bridges*. Acta Polytechnica Scandinavica, Civil Engineering and Building Construction series, No. 13, Trondheim, 1961.
- [13] Zuranski, J. A.: *A szél hatása az építményekre*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.