

Műszaki akusztika és zajcsökkentés (önálló felkészülést segítő tananyag)

Összeállította: Dr. Koscsó Gábor c. egyetemi docens (BME Áramlástan Tanszék)

7. előadás (2020.10.21.)

Tartalom:

7.1. Akusztikai rezonátorok

7.2. Gyakorló feladatok

7.1. Akusztikai rezonátorok

A rezonátor egy saját frekvencián gerjesztett rezgőrendszer. A rezgőrendszer olyan fizikai rendszer, amely kitérítést követően rezgést végez. Fizikai rendszer rezgése a rendszer egyensúlyi érték körüli periodikus viselkedése. A periodikus viselkedés a rendszert leíró változók egyensúlyi érték körüli periodikus ingadozása. Rezgés létrehozásához elengedhetetlenül szükséges a tehetetlenség és a visszatérítő hatás jelenléte. A rezgőrendszer működését jól szemlélteti a tömeg és rugó elemekből felépülő egyszabadságfokú mechanikai rezgőrendszer, amelyben a tehetetlenséget a tömeg, a visszatérítő hatást a rugóerő hozza létre.

A rezgőrendszereket a matematikai leíráshoz szükséges független változók (hely és idő) alapján koncentrált- és megosztott paraméteres kategóriákba soroljuk. Koncentrált paraméteres rezgőrendszer esetén a rezgés létrehozásáért felelős fizikai tulajdonságok a tér egy szűk részére koncentrálnak, illetve a kialakuló mozgás egy ponthoz (pl.: tömeg középpont) kapcsolódik. A helyfüggésnek nincs jelentősége, a mozgás leírása az idő függvényében közönséges differenciálegyenletekkel oldható meg. Koncentrált paraméteres rezgőrendszer például a tömeg és rugó rezgőrendszer. Megosztott paraméteres rezgőrendszerrel a rezgés kialakulásáért felelős fizikai tulajdonságok a térben elosztva jelennek meg, és maga a jelenség is térben megosztó jellegű. Megosztott paraméteres rezgőrendszerek matematikai leírása során az idő- mellett a hely szerinti változást is figyelembe kell venni, a leíró egyenletek parciális differenciálegyenletek. Megosztott paraméteres rezgőrendszer például egy spirálrugó vagy csőben zárt légoszlop.

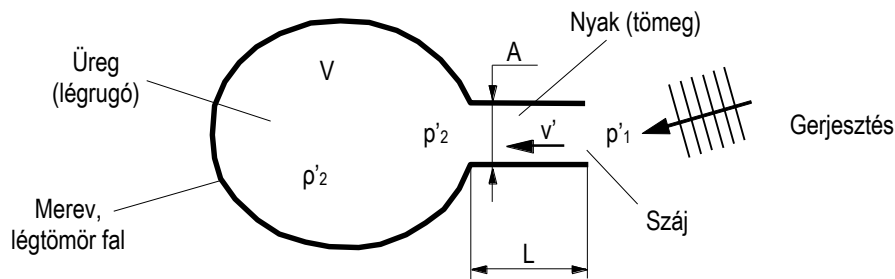
A környezettel való kapcsolattól és belső hatásoktól függően szabad-, csillapított- vagy gerjesztett rezgéseket különböztetünk meg. Szabad rezgés esetén a kezdeti kitérítést követően a rendszert magára hagyjuk, veszteségek hiányában a rendszer időben folyamatosan, változatlan formában folytatja periodikus mozgását. Reális körülmények között a rezgések esetén is fennáll az általános mechanikai elv, amely szerint minden mozgást veszteségi folyamatok kísérik. Például az egyszabadságfokú mechanikai rezgőrendszerben veszteséget okoz a mozgó tömeg légellenállása, a rugó belső súrlódása, de a rezgő rendszer energiát veszíthet a nem elegendően merev rögzítés miatt a környezetnek átadott mechanikai energia révén is (ez utóbbi nem disszipatív veszteség). A veszteségi folyamatokkal kísért rezgés a csillapított rezgés. A csillapított rezgés amplitúdója időben folyamatosan csökken, majd kellő idő elteltével a mozgás megáll. Gerjesztett, vagy kényszer rezgés esetén a rendszer periodikus mozgását valamilyen folyamatos, periodikus külső hatás hozza létre.

A gerjesztett rezgések egy speciális működési állapota, a gépészmérnöki gyakorlat szempontjából kiemelt fontosságú rezonancia jelenség. Rezonancia esetén a rezgőrendszer saját frekvenciája és a gerjesztési frekvencia megegyeznek. A rezgőrendszer és a gerjesztés fázisazonos viselkedése miatt a gerjesztés által a rendszeren végzett mechanikai munkát a rezgőrendszer teljes egészében befogadja és tárolja. A rezonanciát kis gerjesztés amplitúdó és az ennek hatására kialakuló nagy rezgőrendszer válasz amplitúdó jellemezi. Folyamatos gerjesztés esetén csillapítatlan rezgőrendszerben rezonancia esetén az amplitúdó folyamatosan nő. Csillapított rezgőrendszerben az amplitúdó addig növekszik, amíg a gerjesztés által egy periódus során a rendszeren végzett munka, és rendszer által egy periódus során a csillapító hatások miatt elveszített energia (disszipáció és testhang, rezgés elvezetés) értéke megegyezik. A nagyamplitúdó rendellenes működést esetleg megbíbasodást okozhat, ezért gépészeti gyakorlatban a rezonanciát általában elkerüljük.

Akusztikában más a helyzet, itt a rezonancia megítélése megosztottabb. Épület, illetve gépészeti zaj- és rezgésvédelemben illetve a teremakusztikában a rezonancia inkább elkerülendő jelenség, evvel szemben például az ultrahang akusztika kozmetikai alkalmazásainál, vagy hangszerekkel kapcsolatban a rezonancia pozitív szerephez jut.

Helmholtz-rezonátor

A Helmholtz-rezonátor vagy más néven üregrezonátor alakja leginkább egy „Unicumos” üveghez hasonlít, fontos részei az üreg, nyak és száj. Rezgés létrehozása érdekében a rezonátor szájánál hozzunk létre egy hangnyomás impulzust. A nyak külső (száj felőli) és belső (üreg felőli) végén kialakuló pillanatnyi nyomáskülönbség miatt a rezonátor nyakán keresztül a levegő az üregbe áramlik, ahol emiatt a nyomás megnő. A nyomásimpulzus lezajlását követően a külső térben ismét egyensúlyi nyomás alakul ki, így a belső nyomás növekedése miatt a nyakban a levegő mozgása lelassul, majd egy pillanatra megáll. Ekkor az üregben lévő túlnyomás hatására a nyakban zárt levegő kifelé indul, kis idő elteltével az üreg belső terében és a külső térben a nyomás egy pillanatra kiegyenlítődik, de a nyakban zárt levegő tehetetlensége miatt a mozgás nem áll meg. Az üregben a levegő kiáramlás miatt a nyomás lecsökken, így a külső tér és az üreg közötti nyomáskülönbség immáron a kiáramlást fékezi. Veszteségek hiányában az f_0 sajátfrekvenciájú periodikus áramlás tetszőleges ideig folytatódik. A folyamat lényegét tekintve megegyezik, az egyszabadságfokú mechanikai rezgőrendszer periódus szakaszaival. Az akusztikai és a mechanikai rezgőrendszer egymással analóg, a Helmholtz-rezonátor egy koncentrált paraméteres, egyszabadságfokú akusztikai rezgőrendszer, amelynél a nyakban zárt levegő a tömeg, illetve az üregben foglalt levegő a rugó (légrugó). Ha a rezonátort nyomásimpulzus helyett időben folyamatos, a rezonátor f_0 sajátfrekvenciájával megegyező tiszta hanggal gerjesztjük, rezonancia alakul ki.



Helmholtz-rezonátor vázlatja

Célunk a Helmholtz-rezonátorban kialakuló jelenség leírása, külső gerjesztés hatására a nyakban kialakuló részecskesebesség meghatározása. Ehhez a koncentrált paraméteres jellegnek megfelelően közönséges differenciálegyenletek használhatók. A levezetésnél használt egyszerűsítő feltételek a rezonancián kívüli tartományban a korábbi lineáris akusztikai modellével megegyezőek. Rezonancia esetén azonban a jelenséget leíró változók amplitúdója megnő, a súrlódásmentes, izentropikus és nyugvó közeg feltételek teljesülése már nem biztosított. Ennek ellenére, a matematikai levezetések könnyítése érdekében a teljes frekvencia tartományban a lineáris modellnél alkalmazott egyszerűsítő feltételeket alkalmazzuk. Ennek következményeit a megoldás vizsgálata során fokozott figyelemmel kell majd kísérni.

Kontinuitás egyenlet: A rezonátor üreg fala tömör (folyadék számára nem átjárható), a tömegmegmaradás elve alapján, az üregben tartózkodó levegő időegységre jutó tömeg változása, a nyakon keresztül az üregbe belépő levegő tömegárammal egyenlő,

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{\text{üreg}} = q_{m \text{ nyak}} \quad \frac{d}{dt}(V\rho_2) = \rho_{\text{nyak}}Av'$$

A rezonátor üreg fala merev, a külső és belső térben kialakuló nyomáskülönbség hatására nem deformálódik (a V térfogat idő szerinti deriváltja nulla), továbbá a változókat időben egyensúlyi és ingadozó tagokra felbontva,

$$V \frac{d}{dt}(\rho_0 + \rho'_2) = (\rho_0 + \rho'_{\text{nyak}})Av'$$

Az egyensúlyi tagok idő szerinti deriváltja nulla, továbbá tételezzük fel, $\rho_0 + \rho'_{\text{nyak}} \approx \rho_0$, a Helmholtz-rezonátor kontinuitás egyenlete,

$$V \frac{d\rho'_2}{dt} = \rho_0 A v'$$

Mozgásegyenlet: Tételezzük fel, hogy a nyakhossz (L) jóval kisebb, mint a rezonátort gerjesztő hang hullámhossza, a nyak hossza mentén érdemi nyomásváltozás nem alakul ki, és így a nyakban zárt levegő henger egyöntetű, merev testszerű mozgást végez. A külső (száj) és belső (üreg) oldali nyomásból származó erők eredője a nyakban a levegő henger gyorsulás és tömeg szorzatával egyenlő,

$$\frac{dv'}{dt} m_{nyak} = \sum F_p$$

$$\frac{dv'}{dt} LA\rho_0 = (p_0 + p'_1)A - (p_0 + p'_2)A$$

Egyszerűsítéseket követően, a Helmholtz-rezonátor mozgásegyenlete,

$$\frac{dv'}{dt} L\rho_0 = p'_1 - p'_2$$

A p' és ρ' változók közötti kapcsolat az algebrai modell alapján,

$$\frac{p'}{\rho'} = a^2 = \kappa RT_0$$

Gerjesztés: A külső hangbesugárzás miatt a rezonátor szájánál kialakuló nyomásingadozás,

$$p'_1 = \hat{p}_1 \cos \omega t$$

A Helmholtz-rezonátor viselkedése szempontjából a legérdekesebb változó, a nyakban kialakuló részecske sebesség (v'). Ennek meghatározása érdekében, a kontinuitás egyenletben a hangsebesség összefüggés segítségével cseréljük ki a sűrűség ingadozás változót a hangnyomásra, átrendezést követően,

$$\frac{dp'_2}{dt} = \frac{a^2 \rho_0 A}{V} v'$$

A mozgásegyenlet és a gerjesztés függvény idő szerinti deriválását és behelyettesítést követően,

$$\frac{d^2 v'}{dt^2} L\rho_0 = \frac{dp'_1}{dt} - \frac{dp'_2}{dt} = -\omega \hat{p}_1 \sin \omega t - \frac{a^2 \rho_0 A}{V} v'$$

Átrendezést követően a részecskesebesség meghatározására szolgáló differenciálegyenlet,

$$\frac{d^2 v'}{dt^2} + \frac{a^2 A}{LV} v' = -\frac{\omega \hat{p}_1}{L\rho_0} \sin \omega t$$

A közönséges, másodrendű, inhomogén differenciálegyenlet megoldása, a rezonátor nyakában a részecskesebesség az idő függvényében a sebesség amplitúdó bevezetésével,

$$v'(t) = \hat{v} \sin(\omega t)$$

Ahol,

$$\hat{v} = \frac{-\frac{\omega \hat{p}_1}{L\rho_0}}{\frac{a^2 A}{LV} - \omega^2}$$

A gerjesztés és a részecskesebesség között kialakuló fáziskülönbség bemutatása érdekében a megoldás függvényben a szinuszt írjuk át a gerjesztésben szereplő koszinuszra,

$$v'(t) = \hat{v} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Megjegyzések:

- A Helmholtz-rezonátorban ω szögfrekvenciájú harmonikus gerjesztés hatására, ω szögfrekvenciájú harmonikus rezgés keletkezik. Ez nem csak a Helmholtz-rezonátor, hanem minden más kényszer rezgés esetén igaz.

- A rezgés során a nyakban kialakuló részecskesebesség és a gerjesztés között a fáziskülönbség $\pi/2$ radián (negyed periódus). Amikor a részecskesebesség abszolút értéke maximális, a gerjesztő hangnyomás abszolút értéke nulla, és fordítva. Hasonlóan, mint az egyszabadságfokú mechanikai rezgőrendszer esetében.

- A rezonátorban gerjesztés hatására kialakuló rezgés amplitúdók frekvenciafüggők. Kis frekvencián a részecskesebesség nagyon kicsi.

A szögfrekvencia növelésével, megközelítve a rezonancia szögfrekvencia (ω_r) értékét, a részecskesebesség amplitúdó rohamosan megnövekszik,

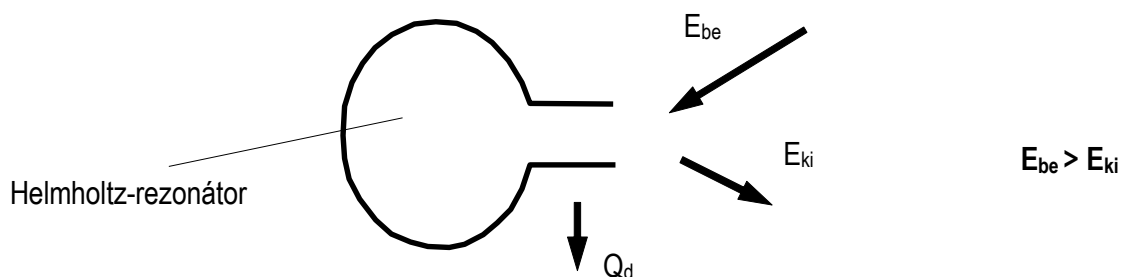
$$\omega_r = \sqrt{\frac{a^2 A}{LV}}$$

Abban az esetben, amikor gerjesztési frekvencia tart a rezonancia frekvencia értékéhez, részecskesebesség amplitúdó végtelenhez tart. Reálisan ez az eredmény nem megengedhető. A csillapítás elhanyagolása miatt rezonancia esetén a modell a rezgés amplitúdók meghatározására nem alkalmas. Jelentősen tovább növelve a frekvenciát, a részecskesebesség amplitúdó csökkenése tapasztalható.

Rezonátorok hatása és alkalmazása

A Helmholtz-rezonátor számos hatása ismert. Ezek közül nem mindegyiknek van gyakorlati jelentősége, ahol igen, ott azt is bemutatjuk. Megjegyezzük, hogy a felsorolt tulajdonságok közül számos más rezonátorra is jellemző, általánosítható képesség.

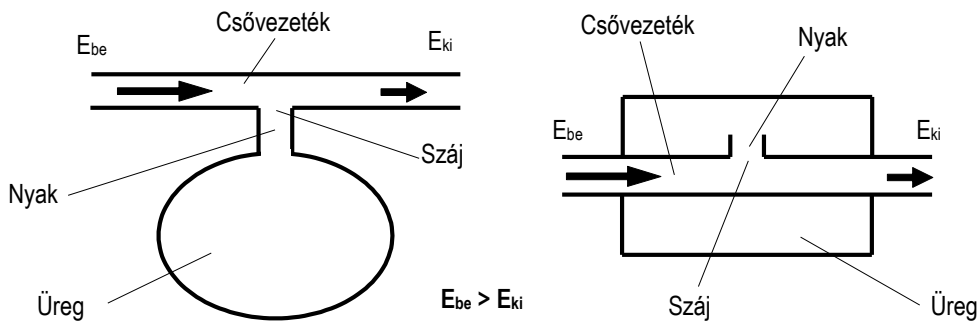
- **Csillapítás:** Elsősorban a rezonancia környezetében a nagy amplitúdójú mozgás során kialakuló veszteségek (viszkózus folyadéksúrlódás, hővezetés) miatt a rezonátorba betáplált mechanikai energia egy része visszafordíthatatlanul disszipálódik. A disszipáció miatt a rezonátor a környező hangtérből elnyelt hangenergia csak egy részét sugározza vissza, amely miatt hangcsillapítóként viselkedik.



A Helmholtz-rezonátor hangcsillapító hatása

Az akusztikában hangabszorbert számos helyen alkalmaznak (teremakusztika, hangtompítók, ...). Az abszorber általában szálás szerkezetű, porózus anyag (pl.: üvegyapot), de ezek kis frekvencián nem hatékonyak. A szükséges kis frekvenciára méretezett üregrezonátorok csoportjával alkalmas hangelnyelő hozható létre.

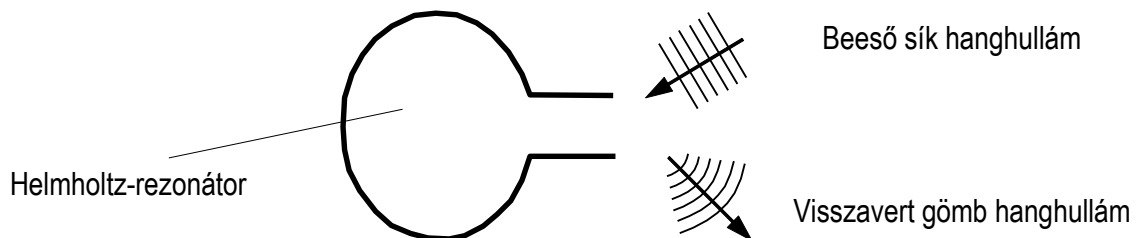
- **Kioltási interferencia:** A Helmholtz-rezonátort szájával egy csőszakaszhoz oldalról hozzácsatlakoztatva oldalági rezonátort hozunk létre. A csőben terjedő hanghullám gerjesztésére a Helmholtz rezonátor rezgésbe jön. A rezonátorból a csatlakozási pontba fáziskéséssel visszaérkező nyomászavarás kioltási interferenciát hoz létre.



Az oldalági Helmholtz rezonátor elvi (bal oldalon) és valóságos (jobb oldalon) kialakítás vázlata

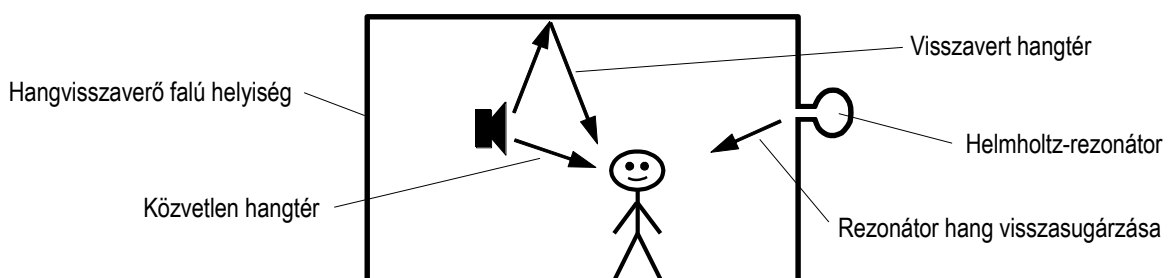
Az oldalági Helmholtz-rezonátor hangtompító a csővezetékben kizárólag a rezonancia frekvencián okoz terjedési veszteséget.

- **Szórás:** A rezonátorba távolból beeső (általában) sík hanghullámot a rezonátor (fél-) gömbhullám formájában sugározza vissza, így a rezonátor a beeső hang szóródását okozza.



Hanghullám szóródása a Helmholtz-rezonátor hang visszasugárzása során

- **Utózengetés:** Hangvisszaverő falakkal határolt térben a közvetlen hangbesugárzás mellett visszavert hangtér is kialakul. A visszavert hangtér energiája a helyiség térfogatával, elnyelődése a belső felülettel arányos. Kis méretű helyiség esetén a fajlagos felület (felület, térfogat hányados) nagyobb, mint a nagyobb méretű helyiségben, így a visszavert hangtér elnyelődése gyorsabb, az utózengetés rövidebb ideig tart. Tényleges gyakorlati megfigyelés, ugyanaz a taps egy lakás fürdőszobájában gyakorlatilag impulzusos hanghatást okoz, ezzel szemben egy kosárlabda csarnokban több másodpercig hallhatjuk a hangvisszaverődéseket.

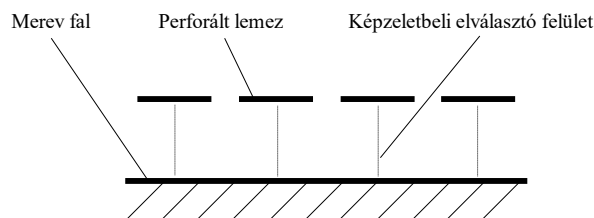


Utózengetési idő meghosszabbítása teremfalba épített Helmholtz-rezonátorral

Egy helyiség belső felületéhez csatlakoztatott Helmholtz-rezonátorban, a helyiséget kitöltő hanghullámok gerjesztésére rezgés alakul ki. Kis méretű helyiségekben a hangforrás kikapcsolását követően a közvetlen és a visszavert hangtér hamar elhal, amelyhez képest a begerjesztett rezonátor (veszteségektől függően) csillapodása időben tovább elhúzódik, így hangenergiát táplál vissza a hangtérbe, amely az utózengési idő növekedését eredményezi. A hosszú utózengés impozánsabb, nagyobb hangtér érzetét kelti. Így elsősorban kis méretű helyiségekben a falba épített üregrezonátor utózengési idő növelésére, más kifejezéssel „akusztikus tér nagytérre” használható.

- Frekvencia kiemelés: A frekvencia kiemelő hatás létrehozására a csőrezonátorra mutatjuk be. Éles lemez élére merőleges irányban, a lemezzel egyező síkban lapos szabadsugarú áramlását irányítva, az él körül periodikus áramlás alakul ki. A sík szabadsugarú hol a lemez egyik, hol a másik oldala mentén áramlik tovább. A lemez élénél a váltakozó irányú megfúvás miatt sivító „élhang” keletkezik. Noha az élhangot viszonylag határozott frekvencia jellemzi, szubjektív megítélése kellemetlen, zenei jellegűnek egyáltalán nem nevezhető. Ha egy ilyen hangforrást egy cső végéhez illesztünk, a periodikus áramlás miatt, a cső végét periodikus térfogati gerjesztés éri, amely a csőben zárt levegő oszlopot rezgésbe hozza. A csőrezonátor diszkrét saját frekvenciákkal rendelkezik, az élhang viszont meghatározott sávon belül hajlandó a működési frekvenciáját megváltoztatni (a hangzása éppen emiatt a nagyobb sáv szélesség miatt kellemetlen, nem zenei jellegű). Ha az élhang forrás frekvenciája a légoszlop valamelyik sajátfrekvenciájának közelébe esik, a két mozgás egymásra talál, és a peremhang „rakoncátlan” periódusait a csőrezonátor szabályos „órajele” beszabályozza. Az eredmény tiszta hang (néhány felharmonikkal), a hang szubjektív megítélése kellemes, zenei jellegű. A rezonátor passzív mechanikai elem, energiát nem vitt be a rendszerbe, így fizikai értelemben teljesítményerősítés nem történt. A csőrezonátor az áramlási eredetű zajforrás szélesebb sávú hangkibocsátását koncentrált, szűk frekvencia tartományba kényszerítette, ezáltal szubjektív megítélés szerint erősebb, tisztább hangot hozott létre, kiemelte a frekvenciáját.

Egyedi rezonátor, csoport rezonátor: Koncentráltan, a tér egy pontjához kötődő (pl.: csőkeresztmetszetben) feladat egy (egyedi) rezonátorral oldható meg. Egyedi rezonátort alkalmaznak például kioltási interferencia létesítésére oldalági rezonátor hangtompítóban, vagy frekvencia kiemelés létrehozására fúvós hangszerekben. Ha a rezonátornak a feladata ellátásához a hangtérrel nagy felületen kell kapcsolatba kerülni, a kifejtett hatás fokozása érdekében több rezonátort építenek be egymás mellé, ennek a neve csoport-rezonátor. Csoport-rezonátort építenek be rendszerint csillapítás, szórás és utózengetés hatások elérése érdekében. Csoport-rezonátor elkészíthető egyedi rezonátorok egymás mellé építésével, de hasonló hatás érhető el jóval egyszerűbben, ha perforált lemezt a merev faltól adott távolságban rögzítünk. Az ismétlődő geometria és hasonló gerjesztés miatt az egyes szektorokban kialakuló áramlás elválasztó felületek beépítése nélkül is egyező lesz az egyes lyukak mögött.



Csoport-rezonátor kialakítása faltól megfelelő távolságban rögzített perforált lemezzel

7.2. Gyakorló feladat

Gy.1. Vezesse le a harmonikus gerjesztés hatására a Helmholtz-rezonátor nyakában kialakuló levegő mozgást leíró differenciál egyenletet. A levezetés minden lépését írja le, sorolja fel az egyszerűsítő feltételeket, illetve az elhanyagolásokat indokolja! Adja meg és magyarázza a Helmholtz-rezonátorok gyakorlati alkalmazási lehetőségeit, válaszához készítsen vázlatrajzot!