<u>Műszaki akusztika és zajcsökkentés</u> *(önálló felkészülést segítő tananyag)*

Összeállította: Dr. Koscsó Gábor c. egyetemi docens (BME Áramlástan Tanszék)

2. előadás

Tartalom:

Az első előadás során bemutatott általános akusztikai bevezető után, mielőtt belekezdünk a szigorúan vett akusztika tananyagba, néhány gondolatot szánjunk a matematika mérnöki munkában betöltött fontos szerepének indoklására, és a matematikai modell készítés lépéseinek bemutatására. Mérnöki megközelítésben a matematikával kapcsolatban két fontos kérdést tisztázunk, mire lesz jó és hogyan kell csinálni.

2.1. Rendhagyó matematikai bevezető: Mérnöki megközelítésben a matematika egy olyan módszer, amely segítségével jelenségekről úgy szerezhetünk ismereteket, hogy magát a jelenséget a valóságban nem kell végrehajtani. Továbbá a számokkal megadhatjuk a dolgok pontos mértékét. A kicsi és nagy jelzők helyett a szándékolt folyamatokhoz előírhatjuk a változók éppen szükséges nagyságát. Ennek megértéséhez vegyünk egy egyszerű, a gépészmérnöki gyakorlatban jól ismert példát. Feladatunk egy gázzal töltött, 2 m^3 térfogatú, henger alakú, 1 m átmérőjű, 20 bar belső túlnyomásnak ellenálló tartály elkészítése. Szokásos megközelítésben az állékonyság biztosításához szükséges legfontosabb tulajdonság a tartályfalvastagság. Ha a falvastagságot előzetes számítások nélkül, próbálkozással kellene meghatározni, a feladat csak veszélyes, drága és hosszú ideig tartó munkával lenne megoldható. Ezzel szemben a probléma matematikai modellezésével levezetett kazánformula biztonságos, olcsó és gyors feltételek mellett készíti elő a konkrét gyakorlati megvalósítást. A rövid levezetést szilárdságtanból minden gépészmérnök jól ismeri, jelen esetben csak a végeredményt felhasználva

$$\delta = \frac{\Delta p D}{2\sigma_h} = \frac{20 \cdot 10^5 \cdot 1}{2 \cdot 200 \cdot 10^6} = 0{,}005\ [m]$$

200 MPa megengedett legnagyobb mechanikai feszültség esetén, biztonsági tényező és korróziós tartalék nélkül, az állékonyság biztosításához szükséges legkisebb tartály falvastagság 5mm. A szükséges falvastagság meghatározásához a szilárdságtani feladat megoldására a matematikai modellt megérteni és alkalmazni, de feltételezhetően még kitalálni is kevesebb időbe került, mint különböző falvastagságú tartályokkal állékonysági vizsgálatsorozatot végezni valóságos körülmények között.

Fontos megjegyezni, hogy egy jelenség matematikai modellezésénél, a megoldás elemzése során a jelenségről olyan új részletek derülhetnek ki, amelyeket a felületes kísérleti vizsgálat nem mutat ki. Így kijelenthető, hogy a matematikai modellezés a mérnöki tervezés mellett a tudományos megismerést is szolgálja. Számtalan példa sorolható a fizikában (részecskefizika, csillagászat, …), amikor egy új felismerés matematikai modell alapján született meg és az elméleti felfedezés kísérleti igazolására csak jóval később került sor. A matematikai modell megoldásainak részletes vizsgálata a tanulás során is hasznos. Rendszerezi a tudásunkat, rejtőzködő részletekre hívja fel a figyelmet és a kiindulási feltételekkel együtt az alkalmazási határokat is megmutatja. Így a megoldások vizsgálatát a jegyzet egyes fejezeteiben a hangtani jelenségek bemutatásánál is alkalmazzuk.

A matematikai modellezés lépései: A jelenséget leíró fizikai változók kiválasztása, a jelenséggel kapcsolatos fizikai alapelvek kiválasztása, a fizikai alapelveket leíró és a változók között kapcsolatot teremtő matematikai egyenletek felírása, egyszerűsítés, megoldás és ellenőrzés. A következő részben ezeket a lépéseket járjuk végig részletesen a hangjelenségek modellezéséhez. A kiindulást segíti a léghangok áramlási természete, vagyis a hang egy sajátos összenyomható közegáramlás, így a matematikai modell megalkotásához az áramlástani változók és alapegyenletek felhasználhatók.

A hangteret leíró változók:

- Sebességvektor, $\underline{v}$ [m/s] (időegység alatt megtett távolságvektor), (a vektor mennyiséget a változó betűjelének aláhúzásával jelöljük)
- Nyomás, p [Pa] (felületegységen ható normális irányú nyomóerő)
- Sűrűség, ρ [kg/m^3] (térfogategységben zárt anyag tömege)
- Hőmérséklet, T [K] (az anyagok felmelegedettségének mértéke, az anyagot alkotó részecskék rendezetlen hőmozgásából származó átlagos mozgási energiával arányos mennyiség)

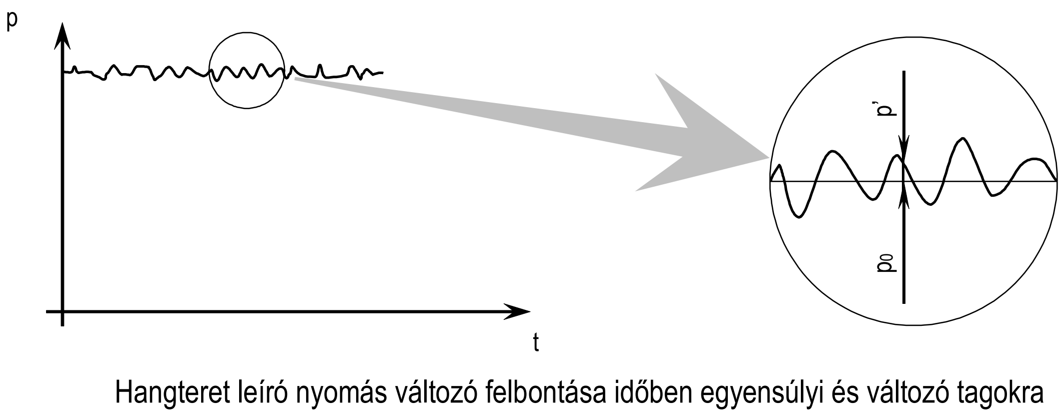
Hangjelenségekkel kapcsolatos fizikai alapelvek:

- Anyag- vagy tömegmegmaradás (áramlás-, illetve hangjelenség során anyag, illetve tömeg nem keletkezik és nem vész el)
- Impulzusmérleg (közegrész impulzusának időegységre jutó megváltozása a hatóerők eredőjével egyenlő)
- Energiamérleg (közegrész energiájának időegységre jutó megváltozása a hatóerők eredője által időegység alatt elvégzett munka (teljesítmény) és az időegység alatt közölt hő összegével egyenlő)
- Anyagtörvény (az adott jelenségnek teret adó anyagi közeg jelenséggel kapcsolatos viselkedését meghatározó elv, anyagtörvény pl.: a ideális gáz állapotegyenlet, a Hooke-törvény, illetve a fizika más területén pl.: az Ohm-törvény)

Hangjelenségeket leíró alapegyenletek:

- Kontinuitás- (vagy folytonosság-) egyenlet (anyag- vagy tömeg-megmaradás elv kifejezésére)
- Mozgásegyenlet (impulzus-mérleg kifejezésére)
- Energiaegyenlet (energia-mérleg kifejezésére)
- Ideális gáz állapotegyenlet (a léghangok többsége termodinamikai szempontból ideálisnak tekinthető gázban alakul ki, így esetünkben az anyagtörvény az ideális gáz állapotegyenlet)

Hangtani változók felbontása egyensúlyi és időben változó részre: Tapasztalati megfigyelés, hogy a hangteret leíró változók időben állandó, nagy egyensúlyi értékekre és időben ingadozó, kis értékekre bonthatók (ld.: következő ábra). Úgy is fogalmazhatunk, hogy az akusztika a nagyon nagy mennyiségek nagyon kis megváltozásának tudománya. A felbontásnak a későbbi levezetések során számos előnyét fogjuk tapasztalni (pl.: egyensúlyi tagok idő szerinti deriváltjai kiesnek, időben változó tagok négyzetes kifejezései, egymással képzett szorzatai elhanyagolhatók lesznek).



Hangteret leíró nyomás változó felbontása időben egyensúlyi és változó tagokra

$$p = p_0 + p' \qquad \underline{v} = \underline{v}_0 + \underline{v}' \qquad T = T_0 + T' \qquad \rho = \rho_0 + \rho'$$

A hangtéri változókra a kifejezések bal oldala az index nélkül a teljes mennyiséget, a „0” index az időben állandó, egyensúlyi tagot, illetve a vessző jelölés az időben változó, ingadozó részt jelöli (nem hely szerinti deriváltl!). Akusztikában a kiemelt fontosságuk miatt p’ és $\underline{v}'$ változók külön megnevezést kaptak, hangnyomás (p’) és részecskesebesség ($\underline{v}'$).

Egyszerűsítő feltételek:

- A hangterjedésnek teret adó közeg homogén, súrlódásmentes, kontinuum (homogén: anyagjellemzők függetlenek a helytől, súrlódásmentes: egymással párhuzamos folyadékrétegek egymáshoz képest ellenállás mentesen mozgathatók, kontinuum: a közeg anyagi megoszlása folytonos és nem atomi illetve molekuláris szerkezetű).

- A hangterjedés során a közegben létrejövő elemi termodinamikai állapotváltozások hőkicserélődés mentes (adiabatikus), illetve veszteség (disszipáció) nélkül, azaz izentropikus (p/ρ^{κ}=áll.) módon jönnek létre.

- A hangterjedés nyugvó közegben jön létre ($\underline{v}_0$= 0 m/s)

- A részecskesebesség kivételével az összes hangéri változóra igaz, hogy az időben ingadozó és az egyensúlyi érték hányadosa jóval kisebb, mint egy,

$$p'/p_0 \ll 1 \qquad T'/T_0 \ll 1 \qquad \rho'/\rho_0 \ll 1$$

2.2. A hangteret leíró változók közvetlen algebrai kapcsolata: Hangtani számításaink megalapozásához első lépésben az akusztikai változók egymás közötti kapcsolatát vizsgáljuk meg, hely- és időfüggés nélkül, algebrai egyenletek segítségével. Ehhez tételezzünk fel egy nagyon egyszerű hangterjedési esetet (ld.: következő ábra). Levegővel kitöltött, nagyon hosszú cső középső részét tökéletesen tömített, súrlódásmentesen mozgatható dugattyú zárja le. A dugattyú t_0 pillanatban v’ sebességgel elindul balról jobbra. Ennek hatására a dugattyú két oldaláról mechanikai hullámok indulnak el a levegőben, amelyek közül vizsgálatainkat korlátozzuk a jobbra haladó hullám összetevőre. Az egyszerű feladat választásnak köszönhetően egy-dimenziós, csőtengellyel párhuzamos irányú, síkhullám hangterjedés alakul ki. A feladat megoldása során hullámfronttal együttmozgó koordináta-rendszert választva a jelenség időben állandóvá válik, továbbá a helyfüggés is kiesik, mert a hullámtérben csak kétféle (nem megzavart és megzavart) hangtéri változó van jelen, amelyet a hullámfront választ ketté. A megmaradási és mérleg elveket kifejező egyenleteinket, a hullámfrontot teljes egészében magában foglaló elemi vastagságú, közeg számára átjárható „a” hangsebességgel mozgó ellenőrzőfelületre írjuk fel (ld.: következő ábra).

Kontinuitásegyenlet: Időben állandó csatornaáramlás esetén az ellenőrző felület homloklapján belépő tömegáram megegyezik a hátlapon kilépő tömegárammal,

$$q_{m\,be} = q_{m\,ki}$$

A tömegáram az adott (A) felületen időegység alatt átáramló tömeg nagysága, általános esetben a sűrűség (ρ) és a sebesség ($\underline{v}$) szorzatának a felületintegrálja. A sebesség és a felületelem vektor ($d\underline{A}$) közötti művelet skalárszorzás,

$$q_m = \int_A \rho\underline{v}\, d\underline{A}$$

A be- és kilépő keresztmetszetekben a felületelem vektor és az áramlási sebesség minden egyes pontban párhuzamosak egymással, továbbá az egyes keresztmetszetekben a sebességek nagysága és a sűrűség állandó, így a tömegáramok egyszerű szorzatokkal meghatározhatók,

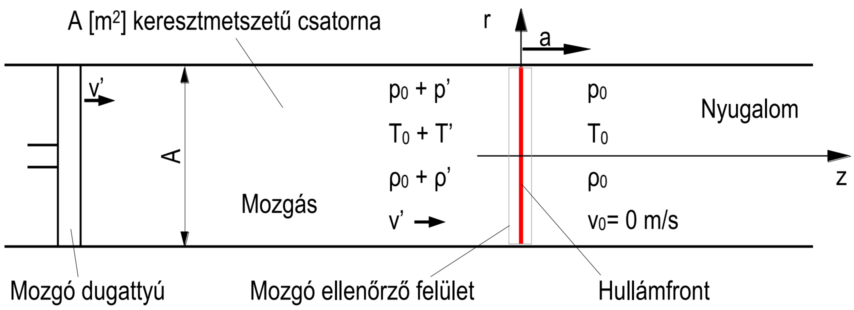
$$\rho_0 A a = (\rho_0 + \rho')A(a - v')$$

A keresztmetszettel egyszerűsítve és a zárójeles tag felbontását követően,

$$\rho_0 a = \rho_0 a + \rho' a - \rho_0 v' - \rho' v'$$

Az egyszerűsítés elvégzése, a másodrendben kis tag (ρ'v') elhanyagolása után az akusztikai kontinuitás egyenlet algebrai alakja a részecskesebességre kifejezve,

$$v' = \frac{a}{\rho_0} \rho'$$



Egydimenziós zavaráshullám vizsgálata a hullámfronttal együtt mozgó koordinátarendszerben

Mozgásegyenlet: Folyadékrész impulzusának időegységre jutó megváltozása a folyadékrészre ható erők eredőjével egyenlő (Newton II. törvény). Időben állandó áramlás esetén az impulzusváltozás az ellenőrző felület homloklapján belépő- és a hátlapon kilépő impulzusáramok különbsége. Az impulzusáramok megváltozását az ellenőrző felületre ható, nyomásból származó erők eredője hozza létre (impulzustétel csatorna tengellyel párhozamos összetevő egyenlete),

$$\dot{I}_{be} - \dot{I}_{ki} = F_{p\,ki} - F_{p\,be}$$

Ha a bal oldal pozitív, az impulzusáram az ellenőrző felületen belül csökken, amely mértékét az áramlással szemben ható kilépő oldali és az áramlással megegyező irányú belépő oldali nyomásból származó erők különbsége határoz meg. Az impulzusáram vektor adott felületen időegység alatt áthaladó impulzus nagysága, a tömegáram és a sebesség szorzata (a felületen nem csak a folyadék tömege, hanem vele együtt a folyadék impulzusa is áthalad), általános esetben,

$$\underline{\dot{I}} = \int_A \underline{v} \rho \underline{v}\, d\underline{A}$$

Ahol a $\rho \underline{v} d\underline{A}$ szorzat az elemi tömegáram. Továbbá a nyomásból származó erő, a nyomás (p) felületintegrálja,

$$\underline{F}_p = -\int_A p\, d\underline{A}$$

A felületelem vektorokkal párhuzamos áramlási sebesség és az átlagos sebesség nagyság, sűrűség és nyomás értékekkel az impulzus áramok és a nyomásból származó erők integrál kifejezései szorzatokká egyszerűsödnek,

$$\rho_0 A a^2 - \rho_0 A a (a - v') = (p_0 + p')A - p_0 A$$

Az egyenlet bal oldalán, a második tagban a zárójeles tag együtthatója az ellenőrző felületből kilépő tömegáram (q_{mki}), amelyet a kontinuitás egyenlet alapján a formailag egyszerűbb belépő tömegáramra (q_{mbe}) cseréltünk. Az egyszerűsítések elvégzését követően az akusztikai mozgásegyenlet algebrai alakja a hangnyomásra kifejezve,

$$p' = \rho_0 a v'$$

Energiaegyenlet: Folyadékrész energiájának időegységre jutó megváltozása a folyadékrészre ható erők által időegység elvégzett munkával egyenlő. Az adiabatikus állapotváltozás és súrlódásmentes feltétel miatt a folyadékrésszel közölt hő nulla. Időben állandó áramlás esetén az energiaváltozás az ellenőrző felület hátlapján kilépő és az előlapon belépő energiaáramok különbsége. Az energiaáramok megváltozását az ellenőrző felületre ható, nyomásból származó erők által időegység alatt elvégzett munka (teljesítmény) eredője adja,

$$\dot{E}_{ki} - \dot{E}_{be} = \dot{W}_{Fp\ be} - \dot{W}_{Fp\ ki}$$

Ha a bal oldal pozitív, az energiaáram az ellenőrző felületen belül nő, amely mértékét az áramlással egyező irányú belépő oldali és az áramlással ellentett irányú kilépő oldali nyomásból származó erők által időegyég alatt elvégzett munkák különbsége határoz meg. A folyadékrész energiája (E) a mozgási, helyzeti és belső energiák (E_m, E_p és E_b) összege. Homogén légtérben a folyadékrészre ható külső erőtér és a nyomásból származó erő egyensúlyt tartanak, másként fogalmazva a levegő részecskék a saját közegükben lebegnek, így mozgatásukhoz a külső erőtér ellenében nem kell munkát végezni, nincs helyzeti energia változás. Az energiaáram adott felületen időegység alatt áthaladó energia nagysága, a tömegáram és a tömegegységre jutó energia (e) szorzata. A felületen nem csak a folyadék tömeg, hanem vele együtt a folyadék energiája is áthalad. Általános esetben a mozgási- és belsőenergia áram összege,

$$\dot{E} = \int_A e\, \rho \underline{v}\, d\underline{A} = \int_A (e_m + e_b) \rho \underline{v}\, d\underline{A} = \int_A \left(\frac{v^2}{2} + c_v T \right) \rho \underline{v}\, d\underline{A}$$

Ahol a $\rho \underline{v} d\underline{A}$ szorzat az elemi tömegáram, e_m a mozgási energia, e_b a belső energia tömegegységre jutó értéke, c_v az állandó térfogaton vett fajhő illetve T a közeg abszolút hőmérséklete. A teljesítmény az időegység alatt végzett munka,

$$\dot{W} = \frac{dW}{dt} = \frac{d\left(\underline{F} d\underline{s}\right)}{dt} = \underline{F} \frac{d\underline{s}}{dt} = \underline{F}\, \underline{v}$$

A folyadéktérben tetszőleges A felületen áthaladó folyadékrészeken a nyomásból származó erő által időegység alatt elvégzett munka,

$$\dot{W}_{Fp} = \frac{dW_{Fp}}{dt} = \int_A \underline{v}\, p d\underline{A}$$

Ahol a $p d\underline{A}$ szorzat az elemi nyomásból származó erő ($d\underline{F}_p$). A felületelem vektorokkal párhuzamos áramlási sebesség és az átlagos sebesség nagyság, hőmérséklet, sűrűség és nyomás értékekkel az energia áramok és nyomásból származó erők teljesítménye,

$$\frac{(a - v')^2}{2} \rho_0 A a + (T_0 + T') c_V \rho_0 A a - \frac{a^2}{2} \rho_0 A a - T_0 c_V \rho_0 A a = a A p_0 - (a - v') A (p_0 + p')$$

Az egyenlet mindkét oldalát a tömegárammal elosztva, az egyszerűsítések elvégzését és a másodrendben kis tagok elhanyagolását követően,

$$-a v' + T' c_V = \frac{p_0}{\rho_0} - \frac{p_0 + p'}{\rho_0 + \rho'}$$

A jobb oldalt közös nevezőre hozva, majd a nevezőben a $\rho_0 + \rho' \approx \rho_0$ egyszerűsítést bevezetve,

$$-av' + T'c_V = \frac{p_0\rho'}{\rho_0^2} - \frac{p'}{\rho_0}$$

A kapott egyenletben a lineáris akusztikai mozgásegyenlet alapján a két szélső tag kiesik, a lineáris akusztikai energiaegyenlet algebrai alakja a hőmérsékletingadozás értékére kifejezve,

$$T' = \frac{p_0}{c_V\rho_0^2}\rho'$$

Ideális gáz állapotegyenlet:

$$\frac{p}{\rho} = RT$$

Az egyenlőség a kifejezés bal és jobb oldalának elemi megváltozására is igaz,

$$d\left(\frac{p}{\rho}\right) = d(RT)$$

A tagok elemi megváltozásaira átírva,

$$\frac{dp}{\rho} - \frac{p}{\rho^2}d\rho = RdT$$

Az akusztika a „nagy mennyiségek kis megváltozásának mechanikája” tapasztalati megállapítás alapján alkalmazzuk azt a közelítést, hogy az elemi mennyiségek az időben ingadozó (vesszős), a teljes mennységek az egyensúlyi (0 indexű) tagoknak felelnek meg. Ez alapján a lineáris akusztikai ideális gáz állapotegyenlet,

$$\frac{p'}{\rho_0} - \frac{p_0}{\rho_0^2}\rho' = RT'$$

Megjegyzések:

- A hang kis amplitúdójú jellegének megfelelően, a hangteret leíró változók (p’, v’, T’ és ρ’) közötti egyszerű lineáris algebrai kapcsolat határozható meg.
- A hangteret leíró változók (p’, v’, T’ és ρ’) közötti lineáris algebrai kapcsolat közvetlen előnye az, hogy az egyik változó ismeretében (pl.: kísérleti vizsgálatok, vagy bonyolultabb hely- és időfüggő számítások alapján) a többi hangtéri változó is meghatározható.
- A hangteret leíró lineáris algebrai egyenletrendszerből három (kontinuitás-, mozgás- és energiaegyenlet) közvetlen lineáris kifejezés (egyik hangtéri változó konstansszorosa a másik hangtéri változónak).
- A linearitás matematikai következményei, az egyszerű leíró formalizmus és megoldás, illetve a lineáris szuperpozíció elv alkalmazhatósága. Akusztikában a lineáris szuperpozícó elv azt jelenti, hogy két vagy több hangtér összetétele esetén az eredő hangtéri változó az összetevő hangterek hangtéri változóinak egyszerű algebrai összege (pl.: két hangtér összetétele esetén az eredő hangnyomás, $p'_{1+2} = p'_1 + p'_2$)
- A linearitás fizikai következménye az, hogy egy időben és egy helyen kialakuló hanghullámok egymással nem lépnek kölcsönhatásba, nem torzítják el egymást (pl.: zenehallgatás közben megszólaló személy hangja a dallamot nem változtatja meg, és fordítva).
- A lineáris akusztikai mozgásegyenlet nem egy szokásos mozgásegyenlet, mert nem a gyorsulás és a nyomás (erő), hanem a sebesség és a nyomás (erő) között teremt kapcsolatot.
- A lineáris akusztikai mozgásegyenlet nem csak kis megváltozásokra, hanem becslésként nagy amplitúdójú zavarások esetén is használható. Segítségével merev falú csőben hirtelen zárás esetén a sebesség változás függvényében a nyomásnövekedés becsülhető (egyszerű Allievi-elmélet).

- Helyettesítsük be a lineáris akusztikai mozgásegyenletben a részecskesebesség helyére a lineáris akusztikai kontinuitás egyenletet, majd fejezzük ki belőle a hangsebességet,

$$a^2 = \frac{p'}{\rho'}$$

Az így kapott összefüggés alapján a hangsebesség számszerűen nem határozható meg, de fizikai következtetésként megállapítható, hogy a kevésbé összenyomható közegben nagyobb a hangsebesség (ugyanolyan nyomászavarás kisebb sűrűség változást hoz létre, amely nagyobb hányadost és nagyobb hangsebességet eredményez).

- A hangsebesség kiszámítására alkalmas összefüggést úgy vezethetünk le, ha a lineáris akusztikai gáz állapot egyenletbe behelyettesítjük a lineáris akusztikai energia egyenletet,

$$\frac{p'}{\rho_0} - \frac{p_0}{\rho_0^2}\rho' = R\frac{p_0}{c_V \rho_0^2}\rho' \quad \text{átrendezést követően,} \quad \frac{p'}{\rho'} = \frac{p_0}{\rho_0}\left(1 + \frac{R}{c_v}\right) = \frac{p_0}{\rho_0}\left(\frac{c_v}{c_v} + \frac{R}{c_v}\right) = \frac{p_0}{\rho_0}\frac{c_p}{c_v} = \kappa\frac{p_0}{\rho_0} = \kappa R T_0$$

Az átalakítások során vegyükfigyelembe, $R=c_p-c_v$, illetve $\kappa=c_p/c_v$.Az ideális gáz állapotegyenlet egyensúlyi változókra felírt alak és a hangsebesség összefüggés felhasználásával a hangsebesség kifejezése,

$$a = \sqrt{\kappa R T_0}$$

- Az összefüggés alapján megállapítható, hogy légnemű közegben izentropikus állapotváltozás esetén a hangsebesség (a) kizárólag a gáz anyagi minőségétől (adiabatikus kitevő (κ) és specifikus gázállandó (R)) és az egyensúlyi hőmérséklettől (T_0) függ. Az összefüggés felhasználásával például 20 fokos levegőben a hangsebesség értéke egészre kerekítve 343 m/s (κ= 1,4; R_{lev}= 287 J/kgK és T_0= 293 K). Lineáris modellünk használatát jelentősen egyszerűsíti, hogy a hangsebesség nem függ a frekvenciától és az intenzitástól. A hangterjedés frekvencia függetlensége miatt léghangok esetében nem jön létre színszóródás (a különböző frekvenciájú hullámösszetevők eltérő terjedési sebessége miatti hullámkép módosulás).

- A későbbi levezetések során, elhanyagolások megtételéhez tanulságos a hangteret leíró különböző változók numerikus nagyságrendje közötti relációk meghatározása. Ehhez a részecskesebesség, a hőmérséklet- és sűrűségingadozás értékét fejezzük ki a hangnyomás függvényében. A hangnyomás kiemelt szerepe annak tulajdonítható, hogy a léghangokat jellemző változók közül méréssel alapvetően a hangnyomást tudjuk meghatározni (mikrofonos mérések). Körülményes módszerekkel a részecskesebesség mérhető, de a hangtérben kialakuló hőmérséklet- és sűrűségingadozás meghatározására tudásunk jelen szintjén nem áll rendelkezésre kísérleti módszert. A levezetett összefüggések átalakítását követően v’, T’ és ρ’ változók és nagyságrendjük a hangnyomás függvényében (ha a= 340 m/s, ρ_0= 1,2 kg/m^3 és c_p= 1000 J/kgK),

$$p' > v' = \frac{p'}{\rho_0 a} \approx \frac{p'}{400} > T' = \frac{p'}{c_p \rho_0} \approx \frac{p'}{1200} > \rho' = \frac{p'}{a^2} \approx \frac{p'}{115600}$$

Korábban már említettük, hogy a hallásküszöb 1kHz frekvencián $2\cdot10^{-5}$Pa effektív hangnyomás, az ehhez tartozó részecskesebesség $5\cdot10^{-8}$ m/s, hőmérsékletingadozás $1{,}67\cdot10^{-8}$ K, illetve sűrűségingadozás $1{,}73\cdot10^{-10}$ kg/m^3, mérnöki megközelítésben nagyon kicsi értékek. A változók között ρ' értéke a legkisebb, így a levezetés során számtalanszor hanyagoljuk el, annak ellenére, hogy a hangtér kialakulásához a közeg összenyomhatósága elengedhetetlen feltétel.

- Amíg a hangtéri változók amplitúdója kicsi, a lineáris algebrai modell pontossága megfelelő. Nagy amplitúdók esetén (pl. hangkeltés során, rezonancia esetén) a lineáris modell pontossága rohamosan csökken. További alkalmazási korlát, hogy a matematikai modellben nem vettük figyelembe a hangterjedés során fellépő veszteségeket. Kívül a forrástéren (általában a hangforrástól néhány méterrel távolabb), belül a hang csillapodási tartományán (a gépészeti zajvédelem számára fontos frekvencia tartomány figyelembe vételével a hangforrástól számított néhányszor 100m távolságon belül), elkerülve a rezonáns viselkedést a lineáris modell jól működik. A műszaki gyakorlatban az akusztikai, zajvédelmi problémák többségénél ezek feltételek teljesülnek, így a hangtéri változók között felírt közvetlen algebrai kapcsolatrendszer hangterekkel kapcsolatos vizsgálatok során széles körben alkalmazható.

2.3. Gyakorló feladatok

Gy.1. Vezesse le a hangnyomás, részecskesebesség, sűrűség- és hőmérsékletingadozás között érvényes lineáris összefüggéseket!

Gy.2. Sorolja fel és elemezze a hangteret leíró változók közötti lineáris kapcsolat matematikai és fizikai következményeit!

Gy.3. Az áramlástan alapegyenleteiből kiindulva vezesse le és elemezze a hangsebesség összefüggését a közeg egyensúlyi hőmérsékletének függvényében izentropikus állapotváltozás feltételezésével!

Gy.4. Határozza meg egy levegőben szabadon terjedő síkhullám nyomás-, sűrűség- és hőmérséklet-ingadozásának legnagyobb értékét (p'_{max}, ρ'_{max} és T'_{max}), ha a részecskesebesség maximális értéke (v'_{max}) 0,015 m/s. A levegő hőmérséklet (t) 25°C, nyomás (p) 1bar, adiabatikus kitevő (κ) 1,4, specifikus gázállandó (R) 287J/kgK, állandó nyomáson vett fajhő (c_p) 1000J/kgK.

$a = \sqrt{\kappa R T_0} = \sqrt{1{,}4 \cdot 287 \cdot (273 + 25)} \approx 346 \ m/s$

$p_0/\rho_0 = RT_0$, amelyből $\rho_0 = p_0/RT_0 = 10^5/287 \cdot (273 + 25) \approx 1{,}17 \ \ kg/m^3$

$c_p/c_v = \kappa$, amelyből $c_v = c_p/\kappa = 1000/1{,}4 \approx 714{,}3 \ \ J/kgK$

$p'_{max} = \rho_0 a v'_{max} \approx 1{,}17 \cdot 346 \cdot 0{,}015 \approx 6{,}1 \ Pa$

$v'_{max} = \rho'_{max} a/\rho_0$, amelyből $\rho'_{max} = v'_{max}\rho_0/a \approx 0{,}15 \cdot 1{,}17/346 \approx 5{,}1 \cdot 10^{-5} \ kg/m^3$

$T'_{max} = \rho'_{max} p_0/c_V \rho_0^2 \approx 5{,}1 \cdot 10^{-5} \cdot 10^5/714{,}3 \cdot 1{,}17^2 \approx 0{,}0052 \ \ K$

Gy.5. Hosszú csőben egy membrán f=225 Hz frekvenciájú, dugattyúszerű harmonikus rezgő mozgást végez. A membrán legnagyobb sebessége (v_{max}) 0,006m/s. A kezdeti pillanatban a membrán közép-helyzetben van és maximális sebességgel a cső jobb oldali része felé mozog. Határozza meg a levegővel kitöltött cső belsejében a membrántól jobbra, 226m távolságban, a kezdő pillanathoz képest 145sec-al később kialakuló részecskesebesség értékét! A levegő hőmérséklet (t) 250°C, adiabatikus kitevő (κ) 1,4.

$a = \sqrt{\kappa R T_0} = \sqrt{1{,}4 \cdot 287 \cdot (273 + 250)} \approx 458{,}4 \ m/s$

$\omega = 2\pi f = 2 \cdot \pi \cdot 225 \approx 1413{,}7 \ \ rad/sec$

$k = \omega/a \approx 1413{,}7/458{,}4 \approx 3{,}1 \ \ rad/m$

φ_0= 0 rad

$v'(x,t) = \hat{v} \cdot cos(\omega t - kx + \varphi_0) = 0{,}006 \cdot cos(1413{,}7 \cdot 145 - 3{,}1 \cdot 226 + 0) = 0{,}0046 \ \ m/s$
