<u>Műszaki akusztika és zajcsökkentés</u> *(önálló felkészülést segítő tananyag)*

Összeállította: Dr. Koscsó Gábor c. egyetemi docens (BME Áramlástan Tanszék)

8. előadás

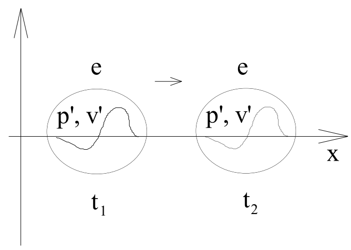
Tartalom:

8.1. Energetikai viszonyok az akusztikában, elméleti háttér (előadás vázlat)

8.2. Gyakorló feladatok

8.1. Energetikai viszonyok az akusztikában, elméleti háttér

Hangterjedés során mechanikai munkavégzőképesség, energia terjedés is kialakul. Ezt a fizikai tényt kétféle magyarázattal támasztjuk alá. A zavarási állapot továbbterjedés során a hangteret jellemző alapmennyiségek egyik pontból a másikba jutnak. Belátható, hogy az alapmennyiségekből származtatható összes más fizikai mennyiség is velük együtt terjedni fog (pl.: a részecskesebességből számolt mozgási energia, ld.: következő ábra). A másik, gyakorlatiasabb magyarázat érdekében helyezzünk el egy hangforrást szabad térben. A hangforrás bekapcsolása előtt a hangforrástól véges távolságban elhelyezkedő megfigyelő személy hallószervében a kis alapzaj miatt a dobhártya gyakorlatilag nyugalomban van. A hangforrás bekapcsolását követően a hanghullám által szállított nyomás ingadozás eléri a dobhártyát. A dobhártya felületén a nyomáskülönbség miatt erő keletkezik, amely a rugalmas membránt elmozdítja. A dobhártyára ható erő és a dobhártya elmozdulásának szorzata a dobhártyán végzett munka, amely a hang révén jött létre.



Hangterjedés során kialakuló energiaterjedés szemléltetése

A hang energiatovábbító képességének ismerete az elvi jelentőségen túl az akusztikában számos gyakorlati területen hasznosul. Ilyen például a zajvédelem. Zaj besugárzás miatt a hallószerv igénybevételét meghatározó egyik alapvető mennyiség a zaj által a hallószervre kifejtett fárasztó munka, a zajexpozíció (vagy zajdózis). A zajexpozíció a hallószervbe bejutó hangteljesítmény és a besugárzási idő szorzata. Zajvédelmi szempontból a hang által szállított energia meghatározása fontos feladat. Egy másik alkalmazási terület a geometriai (sugár-) akusztikai modell, amelyet szabad terek és nagyméretű, hangvisszaverő fallakkal határolt terek számításánál alkalmazunk. A sugárakusztikai modellezésnél a hangot energiaszállító nyalábnak tekintjük. A hangtér vizsgálatának alapja a hangsugarak alakjának meghatározása. A hangsugarak széttartása a hangintenzitás csökkenését, összetartása a növekedését okozza. A határoló felülethez érkező energia nyaláb egy része elnyelődik, a maradék visszaverődik. Az energiamérleg alapján hangtéri modell vezethető le.

Az elméleti háttér: A hangterjedés során kialakuló energetikai viszonyok vizsgálatánál a lineáris akusztikában alkalmazott egyszerűsítő feltételek érvényesek. A levezetést egydimenziós, síkhullám hangterjedés esetére mutatjuk be. Az energiaegyenletből kiindulva a levezetés meglehetősen körülményes, ezért helyette válasszuk a részecske-sebesség és egyensúlyi sűrűség szorzatával bővített lineáris akusztikai mozgásegyenletet,

$$\rho_0 v' \left(\frac{\partial v'}{\partial t}\right) = \rho_0 v' \left(\frac{-1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial x}\right)$$

A mozgásegyenletben szereplő mennyiségek és a részecskesebesség szorzatával a folyadékrész mechanikai energia időegység alatti megváltozás és a külső erők által időegység alatt elvégzett munka közötti kapcsolat fejezhető ki. A hangot vivő közeg súrlódásmentes, nem hővezető és nincs hőközlés (a kialakuló elemi termodinamikai állapotváltozás reverzibilis és adiabatikus, azaz izentopikus), így ezekre a hatásokra vonatkozó tagok az egyenletben nem szerepelnek. A mozgásegyenletben szereplő mennyiségek tömegegységre vonatkoznak, az egyensúlyi sűrűséggel szorozva az akusztikában szokásos térfogategységre vonatkozó leírást kapjuk. A bal oldalon a részecskesebesség összetett függvény, illetve a jobb oldalon a részecskesebesség és a hangnyomás szorzat függvény bevezetésével, a szükséges átalakításokat követően,

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_0\frac{v'^2}{2}\right)=-\frac{\partial(p'v')}{\partial x}+p'\frac{\partial v'}{\partial x}$$

A jobb oldalon a második tagban a hely szerinti deriváltat a lineáris akusztikai kontinuitás egyenlet felhasználásával cseréljük ki a sűrűség ingadozás idő szerinti deriváltjára, majd az a^2=p’/ρ’ összefüggés segítségével a sűrűségingadozást cseréljük a hangnyomás változóra,

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_0\frac{v'^2}{2}\right)=-\frac{\partial(p'v')}{\partial x}+p'\frac{-1}{\rho_0}\frac{\partial\rho'}{\partial t}=-\frac{\partial(p'v')}{\partial x}+p'\frac{-1}{\rho_0 a^2}\frac{\partial p'}{\partial t}$$

Az egyenlet jobb szélén a hangnyomás és hangnyomás idő szerinti derivált szorzat összetett függvénnyé alakításával és az idő szerinti derivált kifejezések bal oldalra csoportosítását követően a síkhullám hangterjedés során kialakuló energetikai folyamatokat kifejező akusztikai energiaegyenlet,

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_0\frac{v'^2}{2}+\frac{p'^2}{2\rho_0 a^2}\right)=-\frac{\partial(p'v')}{\partial x}$$

Megjegyzések:

- A konkrét közeg mérettől független energiatartalom jellemzésére vezessük be a térfogati energiasűrűség (e) mennyiséget,

$$e=\frac{E}{V}\quad\left[\frac{J}{m^3}\right]$$

- Az akusztikai energiaegyenlet bal oldalán, a zárójelen belül az első tag a részecskesebességgel számolt térfogati mozgási energiasűrűsége (e_m),

$$e_m=\frac{E_m}{V}=\frac{\frac{1}{2}mv'^2}{V}=\frac{1}{2}\rho_0 v'^2$$

- Az akusztikai energiaegyenlet bal oldalán, a zárójelen belül a második tag a külső nyomásból származó erő által a rugalmas levegőréteg (izentropikus) összenyomásával felhalmozódott munkavégző képesség (belső energia) térfogati sűrűsége (e_p). Ez az állítás a termodinamika első főtétele felhasználásával bizonyítható be. A termodinamika első főtétel elemi folyamatra,

$$de=dw+dq$$

Ahol a közeg térfogategység vonatkozó elemi belső energia változás (de), a térfogategységnyi közegen a külső erők által végzett elemi munka (dw) és térfogategységnyi közeggel közölt elemi hő (dq). Hőközlésmentes esetre (dq= 0 J/m^3), és az elemi munkát a fajtérfogat helyett a sűrűség reciprokával számolva,

$$\rho_0 c_v dT = -\rho_0 p d\left(\frac{1}{\rho}\right) = -\rho_0 p \frac{-1}{\rho^2} d\rho$$

A szokásnak megfelelően az energia növekedés előjele pozitív. A kompresszió során a fajtérfogat (sűrűség reciproka) csökken, amely miatt az energia növekedés előjele negatív lenne, a kifejezés jobb oldalán a negatív előjel a konvenciónak megfelelő előjelet állítja vissza. Alkalmazzuk a termodinamika első főtételét a hangterjedés során fellépő „hangnyomás” változásra. Továbbá helyettesítsük a hangtéri változók teljes értékét az egyensúlyi mennyiséggel ($\rho=\rho_0+\rho'\approx\rho_0$), illetve az elemi változást az ingadozó mennyiséggel ($d\rho=d\rho'$), illetve a sűrűségingadozás változót helyettesítsük a hangnyomással. Integrálást követően, a külső nyomásból származó erő által a rugalmas levegőréteg összenyomásával felhalmozott térfogati energiasűrűsége, vagy másként fogalmazva a „légrugó” erejével szemben felhalmozott potenciális térfogati energiasűrűség (e_p)

$$e_p = \rho_0 c_v T' = -\rho_0 \int p' \frac{-1}{\rho_0^2} d\rho' = \frac{1}{a^2 \rho_0} \int p' dp' = \frac{p'^2}{2\rho_0\, a^2}$$

- Az akusztikai energiaegyenlet jobb oldalán, a hangnyomás és részecskesebesség szorzata a pillanatnyi hangintenzitás (I’). A teljesítmény az időegység alatt végzett munka, hang esetében az időben ingadozó változókkal a pillanatnyi hangteljesítmény,

$$P' = \frac{\Delta W'}{\Delta t} = \frac{F'\Delta s'}{\Delta t} = F'\frac{\Delta s'}{\Delta t} = F'v'$$

Az intenzitás a fizikában általánosan használt mennyiség, jelentése a felületegységen áthaladó hatásos teljesítmény, hang esetében az időben ingadozó változókkal a pillanatnyi hangintenzitás,

$${}' = \frac{P'}{A} = \frac{F'v'}{A} = p'v'$$

A pillanatnyi hangintenzitás a felületegységen áthaladó pillanatnyi hangteljesítmény, a hangnyomás és a részecskesebesség szorzata, kiemelt fontosságú hangterjedési jellemző.

- Az új jelöléseket bevezetve az akusztikai energiaegyenlet tömör formája,

$$\frac{\partial e_ö}{\partial t} = -\frac{\partial I'}{\partial x}, \qquad \text{ahol } e_ö = e_m + e_p$$

Az $e_ö$, e_m és e_p rendre az összes, mozgási és potenciális térfogati hangenergia sűrűség. Hangterjedés során egy kiszemelt pontban az összes térfogati energiasűrűség időegységre jutó növekedése a külső erők által létrehozott intenzitás hosszegységre jutó lecsökkenésével egyenlő.

- Alakítsuk át a mozgási energia és a potenciális térfogati energiasűrűség kifejezéseit. A lineáris akusztikai mozgásegyenlet segítségével a képletekben a négyzetes kifejezések helyett a hangnyomás és a részecskesebesség szorzata szerepeljen,

$$e_m = \frac{1}{2}\rho_0 v'^2 = \frac{1}{2}\rho_0 v' \frac{p'}{\rho_0 a} = \frac{p'v'}{2a} = \frac{I'}{2a}$$

$$e_p = \frac{p'^2}{2\rho_0\, a^2} = \frac{p'\rho_0 a v'}{2\rho_0\, a^2} = \frac{p'v'}{2a} = \frac{I'}{2a}$$

$$e_m = e_p$$

A levezett összefüggés az akusztikai energia ekvipartíció tétel. Szavakkal, síkhullám hangterjedés során a térfogati mozgási energiasűrűség és a térfogati potenciális energiasűrűség egyenlő.

- Általános esetben az intenzitás vektormennyiség, amelynek irányát a részecskesebesség iránya, az irányítottságát a részecskesebesség irányítottsága és a hangnyomás előjele együtt határozza meg. Például egy szabadon terjedő harmonikus hanghullám esetében a részecskesebesség a periódusidő feléig a hangterjedés irányával megegyező, a következő félben azonban ellentett irányú. Szabadon terjedő síkhullámok esetén a hangnyomás és a részecskesebeség fázisban van, pozitív irányú sebességhez pozitív hangnyomás, negatív irányú részecskesebességhez negatív hangnyomás tartozik, így a szorzat, az intenzitás viszont mindig pozitív, hangterjedéssel megegyező.

8.2. Gyakorló feladatok

Gy.1. Az áramlástan alapegyenleteinek felhasználásával bizonyítsa be az akusztikai energia-ekvipartíció tételét és adja meg annak fizikai jelentését! Írja fel a kiindulásnál és a levezetés során alkalmazott egyszerűsítő feltételeket!
