

Sugaras csőhálózatok számítása

Dr Marschall József

A sugaras csőhálózatok közös jellemzője, hogy közel azonos nyomású térbe -legtöbbször atmoszférikus környezetbe- osztja szét, vagy gyűjti össze a levegőt, vagy folyadékot.

A hálózatot a hurkolt hálózatoktól az különbözteti meg, hogy a hálózat tetszőleges két pontja a hálózat elemei mentén csak egy úton járható be. (Hurkolt hálózatnál több út is lehetséges.)

Az 1. ábrán egy sugaras hálózat látható. A rendszert csomópontok szakaszolják, két csomópont között egy „hálózati szakasz” azaz csőszakasz helyezkedik el, amely különböző méretű (d [m] átmérőjű, A [m²] keresztmetszetű, l [m] hosszú) csövekből és egyéb elemből (idomok, szerelvényekből stb.,...) épül föl.

Térfogatáram csak a csomópontokban juthat a hálózatba így egy-egy csőszakaszon áramló térfogatáram állandó.

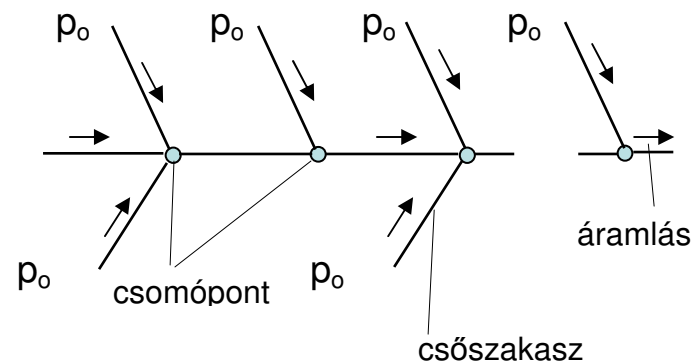
Egy csőszakaszra nézve a térfogatáramot x [m³/s] jelölve, a szakasz nyomásesése

$\Delta p = k \cdot x^2$ [Pa] alakban írható $\rho = \text{áll.}$ esetén.

ahol

$$k = \frac{\rho}{2} \cdot \left(\sum \frac{1}{A^2} \cdot \lambda \cdot \frac{l}{d} + \sum \frac{1}{A^2} \cdot \xi \right) \text{ [kg/m}^7\text{]}$$

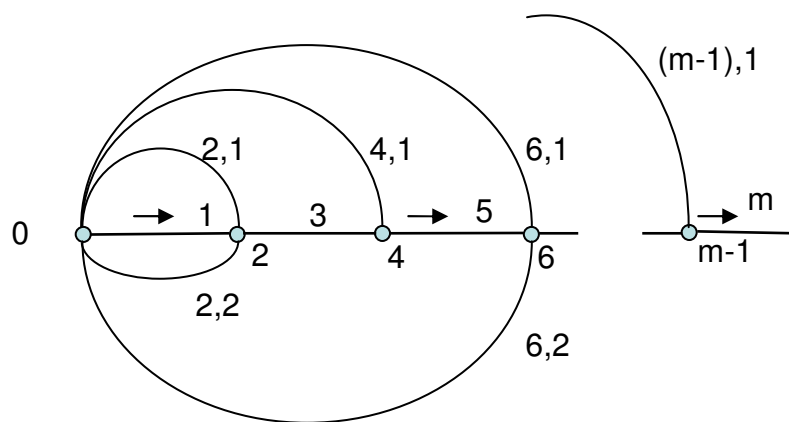
A csőszakaszt tehát $k = \text{áll}$ ellenállás tényezővel jellemezhetjük, mert az esetek többségében a csősúrlódási tényező λ csak az érdességtől, ξ veszteségtényező, pedig az elem alakjától függ., így a Reynolds-szám hatásától eltekinthetünk.



1. ábra

Az 1. ábrán egy gyűjtő hálózatot láthatunk, ahol az elszívás p_0 atmoszférikus helyről történik. Az azonos nyomású pontokat egy pontból indítva ez legyen a nullás pont a hálózat egy különleges „hurkolt hálózat” alakítható, amelyre a csomóponti és a hurok

törvényt alkalmazhatjuk. A 2. ábrán a sugaras hálózat „hurkolt hálózattá” történt átrajzolása látható.



2. ábra

Jelölések:

- Jelöljük valamennyi térfogatáram irányát. Az irányok a feladattól függően egyértelműen eldönthetők.
- Válasszuk egyébként tetszőleges csőszakaszokból álló un. „főágot. Főágnak célszerű a rendszer leghosszabb nyomvonalán elhelyezett csőszakaszok összességét tekinteni. A főág elemeinek sorszáma: 1,3,5,...m. (páratlan számok).

Az utolsó „m” sorszámú elemen a teljes térfogatáram halad át.

- A főágat csomópontok szakaszolják Az egyesített (azonos nyomású elszívó vagy befűvő) pont sorszáma: 0 .(A teljes térfogatáram itt „lép be vagy ki” a hálózatból)
- A további csomópontok sorszáma páros szám: 2,4,6,...m-1.
- A csomópontokba mellékágak csatlakoznak A csöveket kettős index-szel jelölve, az első a csomópont sorszáma (2,4,...m-1) a második a csomópontba befutó mellékág sorszáma $j=1,2,3,\dots k$.

Megjegyzés : A $j=1$ sorszámú elemnek kiemelt szerepe van a számítás során. A gyakorlatban általában egy, de kettőnél több mellékág ritkán fordul elő.

A csomóponti törvény szerint (az érkező és távozó térfogatáramok azonosak)

$$x_3 = x_1 + \sum x_{2,j}$$

$$x_5 = x_3 + \sum x_{4,j}$$

.

.

$$x_m = x_{m-2} + \sum x_{m-1,j} \quad (1)$$

A huroktörvény szerint zárt hurokra a nyomásesések előjeles összege zérus. Legyen a választott hurok elemei minden esetben egy főág és a főág kezdő és végpontjához csatlakozó mellékág. (Pl. főág 5, mellékágak 4,1 és 6,1, azaz a hurkot 0. a4.és 6. csomópontok alkotják.)

A sugaras hálózatoknál az első hurok mindig két elemből áll.

$$k_1 \cdot x_1^2 = k_{2,j} \cdot x_{2,j}^2$$

$$k_{4,1} \cdot x_{4,1}^2 = k_3 \cdot x_3^2 + k_{2,1} \cdot x_{2,1}^2$$

.

.

.

$$k_{m-1,1} \cdot x_{m-1,1}^2 = k_{m-2} \cdot x_{m-2}^2 + k_{m-3,1} \cdot x_{m-3,1}^2$$

(2)

Mellékágakra nézve

$$k_{2,1} \cdot x_{2,1}^2 = k_{2,j} \cdot x_{2,j}^2, \dots, k_{m-3,1} \cdot x_{m-3,1}^2 = k_{m-3,j} \cdot x_{m-3,j}^2$$

(3)

Az (1), (2), (3) egyenletek nem lineáris egyenletrendszert alkotnak.

Ha pl. valamennyi csőszakasz k ellenállás tényezőjét és a teljes

szállított térfogatáramot ismerjük, akkor a csőszakaszok térfogatáramai kiszámíthatók. A hurok és a csomóponi törvényből kifejezve a térfogatáramokat és fölváltva egymásba helyettesítve a következő megoldást kapjuk:

$$x_1 = 1 \cdot x_1$$

$$x_{2,1} = x_1 \cdot \sqrt{\frac{k_1}{k_{2,1}}} \quad x_{2,j} = x_{2,1} \cdot \sqrt{\frac{k_{2,1}}{k_{2,j}}}$$

$$x_3 = x_1 \cdot \left(1 + \sum \sqrt{\frac{k_1}{k_{2,j}}} \right)$$

$$x_{4,1} = x_1 \frac{\left(k_3 \left(1 + \sum \sqrt{\frac{k_1}{k_{2,j}}} \right)^2 + k_{2,1} \left(\sqrt{\frac{k_1}{k_{2,1}}} \right)^2 \right)^{0,5}}{\sqrt{k_{4,1}}}$$

$$x_{4,j} = x_{4,1} \cdot \sqrt{\frac{k_{4,1}}{k_{4,j}}}$$

$$x_5 = x_1 \left(\left(1 + \sum \sqrt{\frac{k_1}{k_{2,j}}} \right) + \sum \frac{\left(k_3 \cdot \left(1 + \sum \sqrt{\frac{k_1}{k_{2,j}}} \right)^2 + k_{2,1} \cdot \left(\sqrt{\frac{k_1}{k_{2,1}}} \right)^2 \right)^{0,5}}{\sqrt{k_{4,j}}} \right)$$

$$x_{6,1} = \dots$$

Azaz valamennyi térfogatáram x_1 térfogatárammal arányos.

Célszerű a főágak és mellékágak térfogatáramainak számítását különválasztani.

Legyen

$$B_1 = 1$$

$$x_1 = B_1 \cdot x_1$$

$$B_{2,j} = \sqrt{\frac{k_1}{k_{2,j}}}$$

$$x_{2,j} = B_{2,j} \cdot x_1$$

$$B_3 = 1 + \sum \sqrt{\frac{k_1}{k_{2,j}}}$$

$$x_3 = B_3 \cdot x_1$$

$$B_{4,j} = \left(\frac{1}{k_{4,j}} (k_3 \cdot B_3^2 + k_{2,1} \cdot B_{2,1}^2) \right)^{0,5}$$

$$x_{4,j} = B_{4,j} \cdot x_1$$

$$B_5 = B_3 + \sum B_{4,j}$$

$$x_5 = B_5 \cdot x_1$$

$$B_{6,j} = \left(\frac{1}{k_{6,j}} (k_5 \cdot B_5^2 + k_{4,1} \cdot B_{4,1}^2) \right)^{0,5}$$

$$x_{6,j} = B_{6,j} \cdot x_1$$

.

.

Főágakra

$$B_1 = 1$$

$$x_1 = B_1 \cdot x_1$$

$$B_{2n-1} = B_{2n-3} + \sum B_{2n-2,j}$$

$$x_{2n-1} = B_{2n-1} \cdot x_1$$

ahol n pozitív egész szám $2 = n \leq \frac{m+1}{2}$

Mellékágakra:

$$B_{2,j} = \sqrt{\frac{k_1}{k_{2,j}}}$$

$$x_{2,j} = B_{2,j} \cdot x_1$$

$$B_{2n,j} = \left(\frac{k_{2n-1} \cdot B_{2n-1}^2 + k_{2n-2,1} \cdot B_{2n-2,1}^2}{k_{2n,j}} \right)^{0,5}$$

$$x_{2n,j} = B_{2n,j} \cdot x_1$$

ahol n pozitív egész szám $2 = n \leq \frac{m-1}{2}$

A teljes térfogatáram q [m³/s] x_1 és az összes mellékág térfogatáramának összege, azaz

$$q = x_1 \cdot (1 + \sum B_{2,j} + \sum B_{2n,j})$$

Megjegyzés:

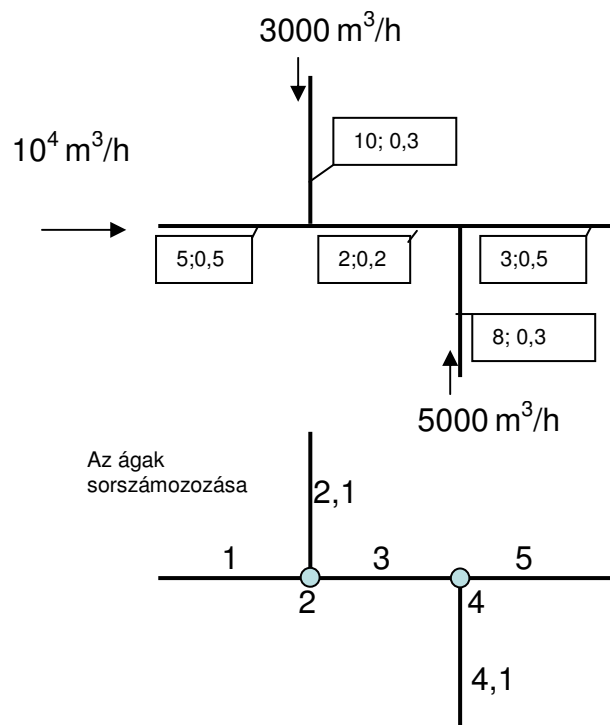
- A csőszakaszok térfogatárama a teljes térfogatárammal arányos
- A szakaszok ellenállás tényezői (k) meghatározzák a térfogatáramok elosztását
- Bármilyen változás a teljes rendszerben változást jelent. (pl. egy pillangószelep állítás minden csőszakaszban megváltoztatja a térfogatáramot)

Feladatok:

1./ Méretezzük az ábra szerinti csőhálózatot úgy, hogy az előírt térfogatáramot szívjuk el. A csővezeték egyes szakaszaira ráírt számok a szakasz hosszát, és alakhi veszteségek összegét ($\Sigma\xi$) jelöli.

A csősúrlódási tényező legyen $\lambda=0,02$.

A vezetékben az áramlási sebesség 12-20 m/s között legyen, $\rho=1,2\text{kg/m}^3$.



A sebességet a vezetékben $v=16\text{m/s}$ -ra választva, az alábbi értékeket kapjuk

Sorszám	x_i [m^3/s]	l_i [m]	d_i [m]	$\lambda \cdot \frac{l}{d} + \sum \xi$	k_i [kg/m^7]
1	2,78	5	0,47	0,713	14,2
3	3,61	2	0,54	0,374	4,28
5	5	3	0,63	0,595	3,68
2,1	0,83	10	0,26	1,07*	
4,1	1,38	8	0,33	0,78*	

A mellékágak k tényezői a főágakból számolva

$$k_{2,1} = k_1 \cdot \left(\frac{x_1}{x_{2,1}} \right)^2 = 157,9$$

$$k_{4,1} = k_1 \cdot \left(\frac{x_1}{x_{4,1}} \right)^2 + k_3 \cdot \left(\frac{x_3}{x_{4,1}} \right)^2 = 85,8$$

A mellékágak átmérői közelítve a táblázat (*) értékeivel:

$$d \approx \sqrt[4]{\frac{\rho \cdot 16}{2 \cdot \Pi^2} \cdot \frac{\lambda \cdot \frac{l}{d} + \sum \xi}{k}} \quad \text{azaz}$$

$$d \approx 0,993 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda \cdot \frac{l}{d} + \sum \xi}{k}}$$

$$d_{2,1}=0,287\text{m} \quad d_{4,1}=0,308\text{m}$$

Végleges méretek:

$$d_{2,1}=0,28\text{m} \quad d_{4,1}=0,31\text{m}$$

$$k_{2,1}=160,5 \text{ kg/m}^7 \quad k_{4,1}=86 \text{ kg/m}^7$$

Ellenőrzés:

$$B_1=1$$

$$B_{2,1} = \sqrt{\frac{k_1}{k_{2,1}}} = 0,2975$$

$$B_3=1+ B_{2,1}=1,2975$$

$$B_{4,1} = \sqrt{\frac{k_3 \cdot B_3^2 + k_{2,1} \cdot B_{2,1}^2}{k_{4,1}}} = 0,4991$$

$$B_5=1+ B_{2,1}+ B_{4,1}=1,797$$

$$x_5 = B_5 \cdot x_1 = 18000 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$x_1 = \frac{18000}{1,797} = 10016 \cdot \text{m}^3 / \text{h}$$

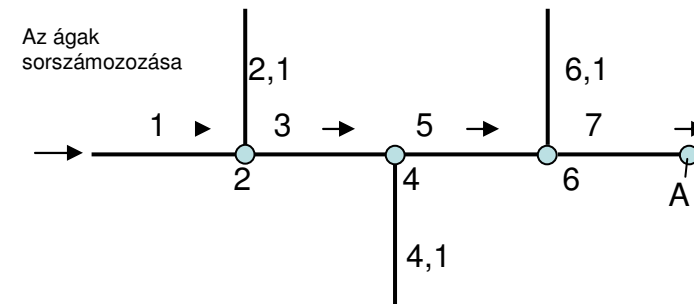
$$x_{2,1} = 0,2975 \cdot 10016 = 2980 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$x_3 = 1,2975 \cdot 10016 = 12997 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$x_{4,1} = 0,4991 \cdot 10016 = 4999 \text{ m}^3/\text{h}$$

2./ Egy csőhálózat főág szakaszainak (1,3,5,7) ellenállás tényezői k_0 =állandó. Határozzuk meg a leágazások k értékeit abban az esetben, ha valamennyi elvételi helyen a térfogatáram x_0 [m^3/s] azonos!

Az ábrán a szokásos sorszámmal láttuk el a csőszakaszokat



$$k_0=k_1=k_3=k_5=k_7$$

$$x_0=x_1=x_{2,1}=x_{4,1}=x_{6,1}$$

$$x_3=2 \cdot x_0$$

$$x_5=3 \cdot x_0$$

$$x_7=4 \cdot x_0$$

A „B” tényezők számértékei

$$B_1=1; B_{2,1}=1; B_3=2; B_{4,1}=1; B_5=3; B_{6,1}=1; B_7=4$$

$$B_{2,1} = \sqrt{\frac{k_1}{k_{2,1}}} = 1$$

$$k_{2,1} = k_1 = k_0$$

$$B_{4,1} = \sqrt{\frac{k_3 \cdot B_3^2 + k_{2,1} B_{2,1}^2}{k_{4,1}}} = 1 \quad k_{4,1} = 4 \cdot k_3 + k_{2,1} = 5 \cdot k_0$$

$$B_{6,1} = \sqrt{\frac{k_5 \cdot B_5^2 + k_{4,1} B_{4,1}^2}{k_{6,1}}} = 1 \quad k_{6,1} = 9 \cdot k_5 + k_{4,1} = 14 \cdot k_0$$

3./ A 2./ feladatban szereplő csőhálózatot az „A” pontban egy radiális ventilátorhoz kötjük. A ventilátor járókerék átmérője $D_2=590\text{mm}$ fordulatszáma $n=1440\text{f/min}$, dimenziótlan jelleggörbéje

φ	0,06	0,07	0,08	0,09
Ψ	1,0	0,9	0,77	0,6

- Határozzuk meg a ventilátor dimenziós jelleggörbéjét!
- Hol lesz a munkapont, ha „ $k_0=45 \text{ kg/m}^7$ ” ?
- Mekkora x_0 térfogatáram?
- Hogyan változik a elszívási pontokban a térfogatáram változatlan ventilátor mellett ha,
 - a./ a (2,1) mellékágat lezárom
 - b./ a (6,1) mellékágat lezárom
 - c./ a (4,1) mellékágat lezárom

A ventilátor dimenziós jelleggörbéje:

$q = \varphi \cdot \frac{D_2}{2} \cdot \frac{n}{9,55} \cdot \frac{D_2^2}{4} \cdot \Pi \text{ [m}^3/\text{s]}$	0,73	0,85	0,97	1,09
$\Delta p = \Psi \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{D_2}{2} \cdot \frac{n}{9,55} \right)^2 \text{ [Pa]}$	119	107	91	71

A 2./ feladat szerinti hálózat nyomás esése:

$$k_0 = k_1 = k_3 = k_5 = k_7$$

$$\Delta p = k_1 \cdot x_1^2 + k_3 x_3^2 + k_5 \cdot x_5^2 + k_7 \cdot x_7^2 = k_0 \cdot x_7^2 \left(\frac{x_1^2}{x_7^2} + \frac{x_3^2}{x_7^2} + \frac{x_5^2}{x_7^2} + 1 \right)$$

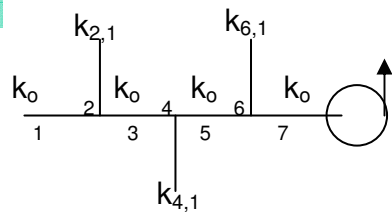
$$\Delta p = 45 \cdot x_7^2 \cdot \left(\left(\frac{1}{4} \right)^2 + \left(\frac{2}{4} \right)^2 + \left(\frac{3}{4} \right)^2 + 1 \right) = 84,3 \cdot x_7^2$$

A ventilátor és a hálózat jelleggörbéjének metszése $q = x_7 \cong 1 \text{ m}^3/\text{s}$, azaz $x_0 = 0,251 \text{ m}^3/\text{s}$

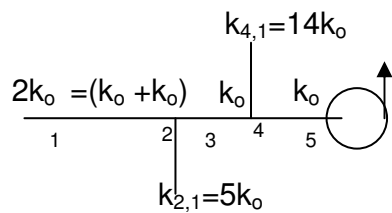
A mellékágak lezárását számítás mellőzésével a mellékelt ábrán berajzoltuk.

(Az egyes szakaszok elhagyásával új hálózatot kapunk, így a szokásos sorszámozás is megváltozik)

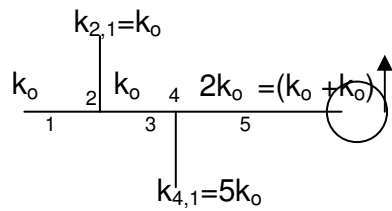
1



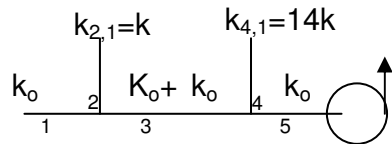
2



3

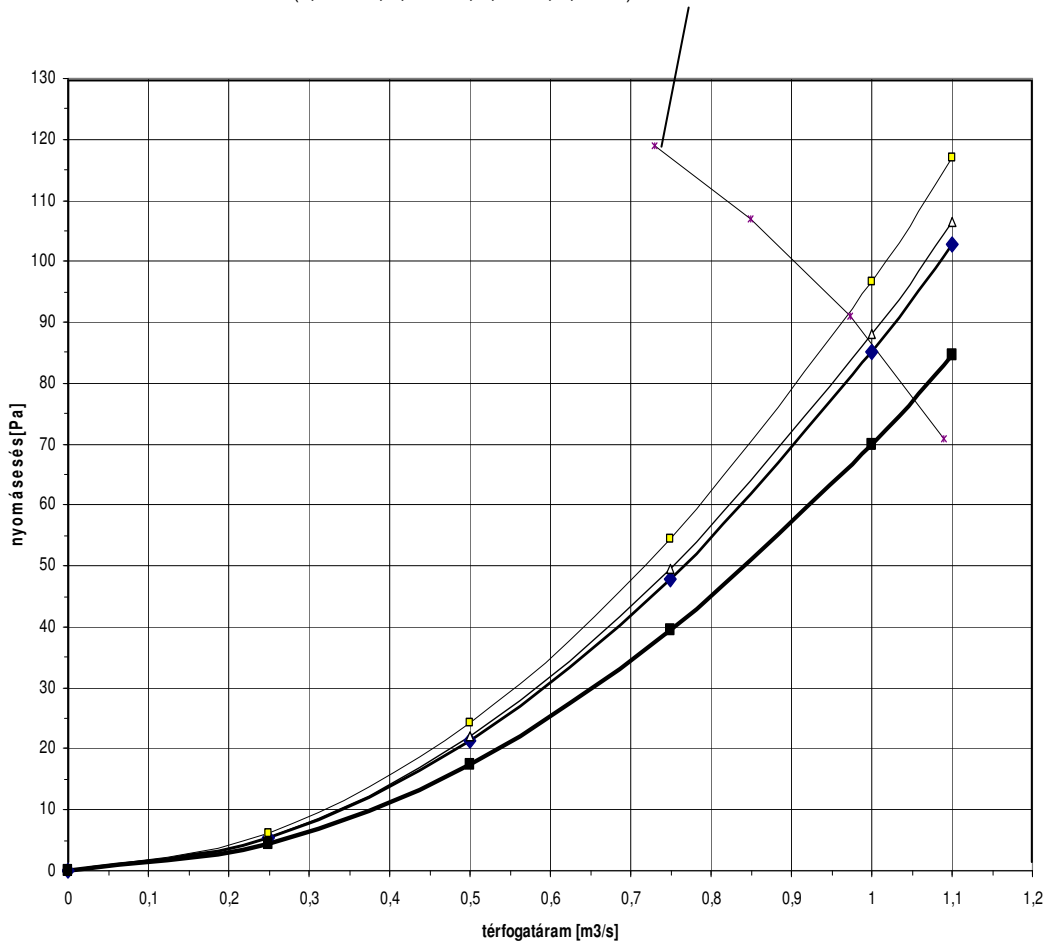


4



$k_0 = 45 \text{ kg/m}^7$

VENTILÁTOR JELLEGGÖRBE (0,73-119; 0,85-107; 0,97-91; 1,09-71)



- 4 ($\Delta p = 96,7q^2$)
- 2 ($\Delta p = 88q^2$)
- 1 ($\Delta p = 84,3q^2$)
- 3 ($\Delta p = 70q^2$)

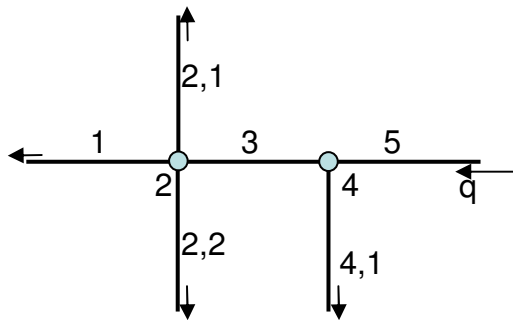
4./ Számítsa, milyen arányban oszlik el $q=1\text{m}^3/\text{s}$ térfogatáram, az ábra szerinti hálózatonál

$$k_1=2 \cdot 10^9 \text{ kg/m}^7$$

$$k_{2,1}=k_{2,2}=4 \cdot 10^9 \text{ kg/m}^7$$

$$k_3=4 \cdot 10^8 \text{ kg/m}^7$$

$$k_{4,1}=10^8 \text{ kg/m}^7$$



Főágak 1,3, 5 azaz $m=5$

$$B_1=1$$

$$B_{2,1}=\sqrt{\frac{k_1}{k_{2,1}}}=0,71$$

$$B_{2,2}=\sqrt{\frac{k_1}{k_{2,2}}}=0,71$$

$$B_3=B_1+(B_{2,1}+B_{2,2})=2,41$$

$$B_{4,1}=\sqrt{\frac{k_3 \cdot B_3^2 + k_{2,1} \cdot B_{2,1}^2}{k_{4,1}}}=6,58$$

$$B_5=B_1+B_{2,1}+B_{2,2}+B_{4,1}=8,99$$

$$q=x_5=B_5 \cdot x_1=1 \quad x_1=0,11 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$x_{2,1}=x_{2,2}=0,078 \text{ m}^3/\text{s} \quad x_3=0,27 \text{ m}^3/\text{s}$$

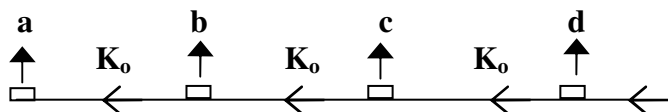
$$x_{4,1}=0,73 \text{ m}^3/\text{s}$$

M1./ Az ábra szerinti befúvó rácsok száma négy (**a,b,c,d**),

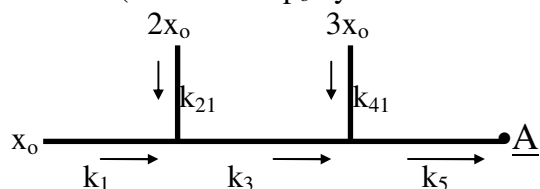
amelyeken a nyomásesés $\Delta p=K \cdot q^2$ alakban számolható. A rács ellenállás tényezője K a beszabályozástól függően változtatható. A rácsokat összekötő vezetékek egyformák, ellenállásuk $\Delta p=K_o \cdot q^2$ alakban írható föl, ahol $K_o=10 \text{ kg/m}^7$.

A kiáramló térfogatáram: $q_a=q_b=1 \text{ m}^3/\text{s}$, $q_c=q_d=1,5 \text{ m}^3/\text{s}$

Mekkora ellenállás tényezőt (K_a, \dots, K_d) kell állítanunk a rácson, ha $K_{\text{rác}} \text{ max}/K_{\text{rác}} \text{ min}=10$?



M2./ Az ábra szerinti csőhálózat az A pontban csatlakozik egy nagy hálózathoz. (Az elszívás p_0 nyomásról történik.)



Határozza meg :

- a./ a mellékágak ellenállás tényezőjét (k_{21}, k_{41})
 - b./ az A pontban a részcsőhálózatra jellemző nyomáscsökkenést ($p_A - p_0$) és térfogatáramot (q_A).
 - c./ $(p_A - p_0) = C \cdot q_A^2$ kapcsolatban szereplő C = állandó értékét.
- Az elszívás környezeti nyomásról (p_0) történik.
 Adatok: $x_0 = 1,5 \text{ m}^3/\text{s}$; $k_1 = k_3 = k_5 = k_0 = 36 \text{ kg/m}^7$;

M3./Az ábra egy csőhálózat kezdeti részét mutatja .Az elszívás az p_0 atmoszférikus nyomásról történik. A csőhálózat **kettes és négyes** csomópontján az atmoszférához képest $\Delta p_2 = p_0 - p_2 = 150 \text{ [Pa]}$, $\Delta p_4 = p_0 - p_4 = 300 \text{ [Pa]}$ nyomáskülönbséget mérünk.A csőszakaszok áramlástanilag nyomásvesztését $\Delta p_i = k_i \cdot x_i^2$ alakban írtuk föl.(ahol

$x_i [\text{m}^3/\text{s}]$ a térfogatáram, $k_i [\text{kg/m}^7]$ a szakaszra jellemző ellenállás tényező). Az összes térfogatáram $x_5 = 4 [\text{m}^3/\text{s}]$.

Számítsa az egyes ágak térfogatáramát $x_1 = ?$, $x_{21} = ?$, $x_{41} = ?$ és $k_3 = ?$ értékét , ha $k_1 = k_{21} = k_{41} = k_0$.

