B

Név:...

NEPTUN kód:................................ ÜLŐHELY sorszám..............

PONTSZÁM: Σ25p / p

1. példa (elméleti kérdések) (5p=5×1pont, tökéletesen jó válasz ér 1-1 pontot)

1.1 Egészítse ki az **Euler-egyenlet** alábbi alakját**,** és adja meg a levezetés során használt egyetlen **feltételt**! Adja meg az Euler-egyenletben szereplő minden mennyiség nevét és mértékegységét is!
Feltétel:………………………………

$$\frac{d}{d} = \underline{g} - \frac{1}{\rho}$$

1.2. Mivel egyenlő az alábbi integrál értéke (paraméteresen), ha a közeg összenyomhatatlan, az „1” ill. „2” pontok egy áramvonalon helyezkednek el? (ρ: sűrűség, p: nyomás, d$\underline{s}$: elmozdulásvektor) Adja meg az Ön által az „=”-jel jobboldalára beírt minden mennyiség nevét és mértékegységét is!

$$-\int_1^2 \frac{1}{\rho}\, grad\,\mathrm{p}\, \mathrm{d}\underline{s} =$$

1.3. Karikázza be a jó válasz vagy jó válaszok betűjelét! Csak a teljesen jó megoldás ér 1 pontot.
Ha p_0 a z=0m tengerszinten érvényes légnyomás, akkor az izoterm atmoszféra feltétel esetén z_1=10km magasságban érvényes p_1 nyomás….
A) … kisebb, mint p_0.
B) … nagyobb, mint p_0.
C) … pont feleannyi, mint 5km magasságban.
D) … pont kétszer annyi, mint 5km magasságban

1.4. Soroljon fel olyan feltételt vagy feltételeket, amely esetén az alábbi integrál értéke zérus?

$$-\int_1^2 \underline{\mathrm{v}} \times rot\underline{\mathrm{v}}\, d\underline{s} \stackrel{\mathrm{def}}{=} 0$$

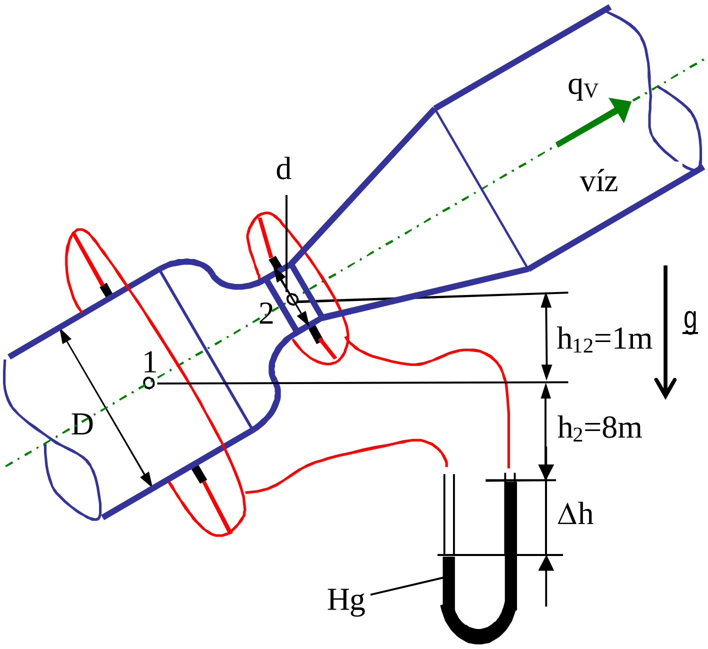
1.5. Egészítse ki az **instacioner Bernoulli-egyenlet** alábbi alakját! Az „1” és „2” pontok egy áramvonalon helyezkednek el, ideális közeg, az erőtér potenciálos.

$$\int_1^2 \frac{\partial}{\partial t} d\underline{s} + \left[\ \frac{}{} + \frac{}{} + \ \right]_1^2 =$$

2. példa (7pont) /

Egy ferde tengelyű d/D=150mm/300mm Venturi-csőben víz ($\rho_{víz}$=1000*kg/m*^{3}) áramlik. Az „1” és „2” keresztmetszetek körvezetékeihez U-csöves ρ_{Hg}=13600 *kg/m*^{3} higannyal töltött manométer csatlakozik, mely kitérése Δh=150mm. (ρ=áll., μ=0, stacioner áramlás. **ADATOK**: *g*=10*N/kg*

KÉRDÉS: Mekkora a csőbeli (p_1-p_2) nyomáskülönbség és v_1 átlagsebesség?



MEGOLDÁS

Manométer egyenlet:

$p_1+\rho_{víz}\cdot g\cdot(h_{12}+h_2+\Delta h)= p_2+\rho_{víz}\cdot g\cdot(h_{12}+h_2)+\rho_{Hg}\cdot g\cdot\Delta h$

$p_1- p_2= 28900Pa$

Bernoulli-egyenlet:

$p_1+\rho_{víz}/2\cdot v_1^2+ \rho_{víz}\cdot g\cdot z_1= p_2+\rho_{víz}/2\cdot v_2^2+ \rho_{víz}\cdot g\cdot z_2$ **ábrából:** $z_2 - z_1 = h_{12} = 1$ m

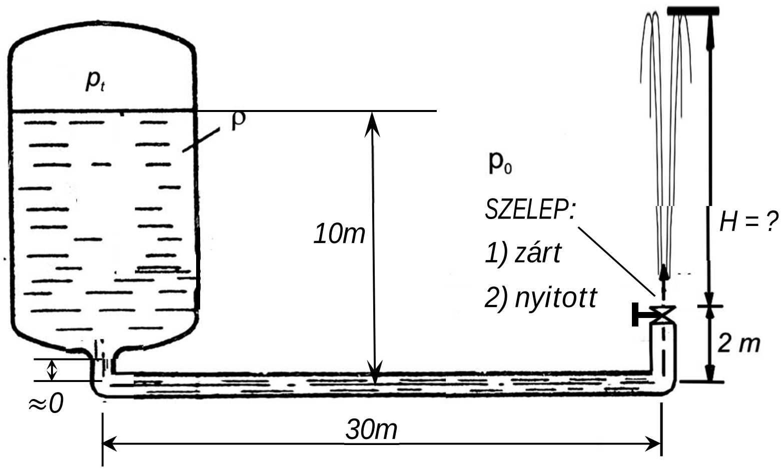
Folytonosság tétele ($\rho_{víz}$ =áll.**):**

$v_1\cdot A_1=v_2\cdot A_2$

v_1=1.5875 m/s

3. példa (7pont)

Egy zárt, p_t=2,2·10^{5}Pa nyomású víztartály aljára elhanyagolható hosszúságú (≈0) függőleges csőszakasszal csatlakozó ∅d=50mm állandó átmérőjű cső egy L_1=30m hosszú vízszintes szakasz után az utolsó L_2=2m hosszon függőlegesbe fordul. A csővégi szelep alapállapotban teljesen zárt. **ADATOK**: p_0=10^{5}Pa; $\rho_{víz} = 1000 kg/m^3$; g=10N/kg; μ=0; $A_{tartály}$>>$A_{cső}$



KÉRDÉSEK:

1) Számítsa ki a szelep belső (csőfelőli) oldalán érvényes túlnyomást! $p_{SZ}-p_0$=?

2) Kinyitva a szelepet és megvárva az állandósult (stacioner) kiáramlási állapotot, határozza meg csővégi kiáramló víz sebességét (v_{ki}=?) és a „szökőkút” magasságát (H=?)!

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

1) Bernoulli-egyenlet zárt szelepre:

$p_t+\rho_{víz}/2\cdot v_t^2+\rho_{víz}\cdot g\cdot z_1= p_{sz}+\rho_{víz}/2\cdot v_2^2+\rho_{víz}\cdot g\cdot z_2$

ahol

$v_t\approx 0$ (amúgy is), és $v_2=0$ **(zárt a szelep)**

z_1=10m; z_2=2m

Majd a Bernoulli-egyenlet rendezve:

p_{sz} =3bar

$p_{sz}-p_0$=2bar

2) Bernoulli-egyenlet nyitott szelepre, stacioner esetben:

$p_t+\rho_{víz}/2\cdot v_t^2+\rho_{víz}\cdot g\cdot z_1= p_0+\rho_{víz}/2\cdot v_2^2+\rho_{víz}\cdot g\cdot z_2$

ahol $v_t\approx 0$ (amúgy is) **, és** z_1=10m; z_2=2m

v_2=20m/s

majd pl. Bernoulli-egyenlet kifolyás és szökőkút teteje között:

$p_3+\rho_{víz}\cdot g\cdot z_3= p_2+\rho_{víz}/2\cdot v_2^2+\rho_{víz}\cdot g\cdot z_2$

ahol z_2 = 2m; z_3 = 2+H; és $p_2=p_3=p_0=10^5$Pa

rendezve H-ra:

H=20m

vagy

majd pl. Bernoulli-egyenlet tartály vízfelszín és szökőkút teteje között:

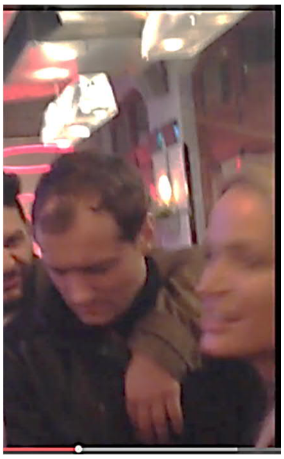
$p_t+\rho_{víz}\cdot g\cdot z_2 = p_3+\rho_{víz}\cdot g\cdot z_3=$

ahol z_1 = 10m; z_3 = 2+H; és $p_t=2.2\times 10^5$Pa és $p_3=p_0=10^5$Pa

rendezve H-ra:

H=20m

majd mozgási-helyzeti energiamegmaradás alapján **$v_2=\sqrt{(2gH)}$**



4. példa (6pont)

A Budapesten forgató Jude Law tegnap este a belvárosi Kolor klubban rendesen lerészegedve szelfizett minden boldog-boldogtalannal, ami a netre is felkerült. Hihetetlen módon az egészen véletlenül a helyszínen lévő Zimány Lindával is kevert-kavart, majd a szemtanúk szerint kettesben távoztak a klubból egy közösen rendelt taxival. Zimány Linda és Jude Law is elérhetetlen azóta.

Dzsudzsák Balázs nagyon dühös. Már hajnalban ezzel a hírrel ébresztették a haverjai. Ma Balázs és az egész filmes stáb is Jude Law-t és Zimány Lindát keresik, de nem találják. Nem tudják hol töltötték az éjszakát.

Ráadásul Linda egyik exe, Kedves Ferenc is besegít a keresésbe, de csak annyit sikerült taxis és szállodás ismeretségein keresztül kiderítenìük Balázzsal, hogy Pest egyik Lánchídhoz közeli előkelő szállodájának legfelső emeleti lakosztályában vannak. Több hotel is van a környéken.

Balázs többször hívta már Lindát telefonon, de persze nem veszi fel. Inkább délben a mellékelt telefonos fotót (2. kép) küldi Zimány Linda Dzsudzsák Balázsnak és Kedves Ferencnek is megnyugtatásul, hogy semmi nem történt, minden rendben van, a használhatatlan Jude Law-t hazavitte taxin a Gresham-be és ő meg otthon aludt a körúti I. emeleti lakásában a hálószobájában, amit most bizonyítékként le is fotózott.

Se Ferenc, se Balázs nem volt még Linda lakásában, mert csak Linda lakott náluk, így nem tudják, hogyan néz ki Linda hálószobája. Kedves Ferenc gazdag de naiv, hisz neki. Balázs rutinosabb, ő nem. Egyébként is Balázs sejti már valamiből, hogy Linda hazudik. Linda előéletét ismerve nem véletlenül telepítette korábban titokban a nő iPhone-jára az „izoterm atmoszféra” nevű ingyenes app-ot, mely a *z*[m] tengerszintfeletti magasság ismeretében a helyi légnyomást kiszámítja és kijelzi. Ráadásul az iPhone-nal küldött fotókra is öt tizedesjegy pontossággal ráteszi ezt a légnyomás adatot [Pa]-ban, amiről Linda azt hiszi, hogy csak a fénykép sorszáma. Az iPhone app az I.S.A. adatok (z_0=0m; p_0=101325*Pa;* T_0=288*K;* levegőre: *R*=287 *J/(kgK), g*=9.81 *N/kg)* alapján számol.

Balázs sokmindent megtud délutánra a google -ból. Tudja, hogy a Duna budapesti vízszintjének tengerszint feletti magassága ekkor épp z=96m. Azt is tudja, hogy Linda körúti lakása az I. emeleten van, melynek tengerszint feletti magassága **z=111m**. Kideríti még, hogy a Lánchíd pesti oldalán egymás közelében lévő három hotel legfelső szinti lakosztálya eltérő magasságban van:

Four Seasons Hotel Gresham Palace legfelső szint tengerszint feletti magassága z=**131**m

InterContinental Budapest legfelső szint tengerszint feletti magassága z=**151**m

Sofitel Budapest Chain Bridge Hotel legfelső szint tengerszint feletti magassága z=**171**m

Innen már csak egy kis számolás és Dzsudzsák Balázs 20 perc alatt a helyszínen van.

Melyik hotel legfelső emeleti lakosztályában találja meg Zimány Lindát Jude Law-val?

Válaszát számítással indokolja!

MEGOLDÁS

Izoterm atmoszféra feltétellel a *p* nyomás adott *z* magasságban számítható: $\boldsymbol{p = p_0 \cdot e^{-\frac{g \cdot z}{R \cdot T_0}}}$. Az öt helyszín *z* magassága alapján a *p* nyomás (időigényes) kiszámítása is eredményt hoz: **1.: p=99761,81360Pa; 2.: p=99525,29048Pa;** 3.: **p=99289,32811Pa.**
Legközelebb nem három helyszínt, hanem 20 helyszínt adok meg, hogy ne legyen idejük próbálgatásra. :-) **Ehelyett** a fotón látható p=99289,32811Pa alapján kell a *z* magasságot kiszámítani.

$\boldsymbol{z = -\frac{R \cdot T_0}{g} \cdot \ln\frac{p}{p_0} = -\frac{287 \cdot 288}{9,81g} \cdot \ln\frac{99289,328111}{101325}}$**=171m,** **így Sofitel Budapest Chain Bridge Hotel a megoldás. (**A Gresham-ba mégse mehettek, ott várta Jude Law-t minden fotós.**)**

(A Duna budapesti vízszintjének tengerszint feletti magassága viszont csak Dzsudzsákot érdekelte, de nem Linda miatt. Linda lakásának tengerszint feletti magassága sem releváns információ, hiszen Kedves Ferenctől tudjuk, hogy Linda biztos hazudik, és az egyik hotel legfelső szintjén kell lennie.)