A
csoport

Név:.........MEGOLDÁS......... NEPTUN kód:.................

Aláírás:... ÜLŐHELY sorszám.............

PONTSZÁM:Σ50p / p

Toll, fényképes igazolvány, számológépen kívül más segédeszköz nem használható!

1. FELADAT (elméleti kérdések) (10pont = 10×1pont, csak a tökéletesen jó válasz ér 1-1 pontot)

1.1) Sorolja fel a **valós közeget** és az **ideális közeget** jellemző legfontosabb sajátosságbeli különbségeket!

VALÓS KÖZEG	IDEÁLIS KÖZEG
inhomogén	homogén
molekuláris szerkezetű	folytonos (kontinuum)
összenyomható (kompresszibilis) $\rho \neq$áll.	összenyomhatatlan (inkompresszibilis) $\rho=$áll.
súrlódásos $\mu \neq 0$	súrlódásmentes $\mu=0$

1.2) Írja fel a folyadékokra vonatkozó Newton-féle viszkozitási törvényt a szögdeformáció-sebesség segítségével! Adja meg a kifejezésben szereplő minden mennyiség nevét és mértékegységét is!

$$\tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t}$$

τ csúsztatófeszültség [Pa]
μ dinamikai viszkozitás [kg/(ms)]
$\frac{\partial \gamma}{\partial t}$ deformációsebesség [rad/s]

1.3) Cseppfolyós közeg (pl. olaj) viszkozitása a **nyomás növekedésével**

A) nő   B) csökken   C) nem változik

Légnemű közeg (pl. levegő) viszkozitása a **hőmérséklet csökkenésével**

D) nő   E) csökken   F) nem változik

1.4) A sebességtér divergenciájának (div$\underline{v}$) mértékegysége:

A) s^{-1} B) $m \cdot s^{-1}$ C) $m^2 \cdot s^{-1}$ D) $m^3 \cdot s^{-1}$

1.5) Egy folyadéktér adott P(x;y;z) pontjában a $\underline{v}$ sebességvektor v_x ill. v_y komponenseinek saját irányukban vett megváltozásai ismertek: azok rendre 1m/s ill. -3m/s értékűek méterenként. Az adott térbeli pontban az elemi folyadékrész z tengely körüli forgási szögsebessége az alábbi összefüggéssel írható fel:

A) $2 \cdot \omega_z = \mathrm{rot}\underline{v}|_z$

C) $\omega_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right)$, értéke nem kiszámítható fenti adatokkal.

B) $\omega_z = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{rot}\underline{v}|_z$

D) $\omega_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x}\right) = \frac{1}{2}(1-(-3)) = 2\ \frac{1}{s}$

1.6) Egy skalár mennyiség, mint pl. a p($\underline{r}$,t) nyomás teljes megváltozása felbontható lokális és konvektív megváltozásra. Karikázza be a helyes kifejezés(ek) betűjelé(i)t!

A) $\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{dp}{dt} + \frac{\partial p}{\partial \underline{r}}\frac{\partial \underline{r}}{\partial t}$

B) $\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial \underline{r}}\frac{\partial \underline{r}}{\partial t}$

C) $\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial \underline{r}} + \frac{\partial p}{\partial t} \cdot \underline{v}$

D) $\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + grad p \cdot \underline{v}$

1.7) Egy vizsgált térrészre ideális közeg és stacioner áramlás esetén mely alábbi állítás(ok) biztosan igaz(ak)?

A) grad $\underline{v}$ = 0

B) div $\underline{v}$ = 0

C) rot $\underline{v}$ =0

D) $\frac{dq_V}{dV} = 0$.

1.8) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok(ok) betűjelét! A folytonosság tétel általános alakja:

A) $\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_V div(\rho \underline{v}) dV = 0$

B) $\frac{\partial p}{\partial t} + div(p\underline{v}) = 0$

C) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \underline{v}) = 0$

D) $\int_V \frac{dv}{dt} dV + \int_A \rho\, \underline{v}\, d\underline{A} = 0$

1.9) Egy elemi folyadékrész lokális gyorsulása az alábbi összefüggéssel írható fel:

A) $\underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \frac{\partial \underline{\mathbf{v}}}{\partial t}$

B) $\underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \frac{\partial \underline{\boldsymbol{r}}}{\partial t}$

C) $\underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \frac{\partial \underline{\mathbf{v}}}{\partial \underline{r}}\frac{\partial \underline{\boldsymbol{r}}}{\partial t}$

D) $\underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\mathbf{v}}$

1.10) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok betűjelét!

A) Hidrosztatikában a folyadék felszíne egyben izobár vonal (felület) is.

B) Hidrosztatikában a nyomásgradiens iránya merőleges az U=állandó vonalra (felületre).

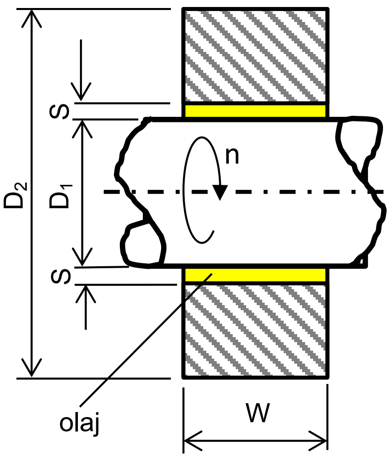
C) Hidrosztatikában két ekvipotenciális pontban a nyomás mindig azonos.

D) Hidrosztatikában két, azonos nyomású pontban a potenciál is azonos.

1. FELADAT (7pont) A $\varnothing D_1$=40mm átmérőjű tengelyt állandó n=9550 ford/perc fordulatszámmal forgatjuk. A tengelyt egy W=40mm hosszúságú és $\varnothing D_2$=100mm külső átmérőjű álló csapágyház veszi körül (koncentrikus tengelyek). A tengely és a csapágyház között lévő S=0,01mm méretű rést állandó 800kg/m^3 sűrűségű és állandó 0,001kg/(m·s) viszkozitású kenőolaj tölti ki. **FELTÉTELEK**: stacioner állapot, vékony résben a sebességprofil lineáris, newtoni folyadék. **KÉRDÉS**:

a)Határozza meg a résben ébredő csúsztatófeszültséget, az ebből adódó átlagos kerületi erőt, a veszteség-nyomatékot és -teljesítményt!

b)Hányszorosára változik a súrlódás okozta veszteségteljesítmény: ha télen hideg, 0,005kg/(m·s) viszkozitású olajat használunk? Válaszát indokolja!



MEGOLDÁS

a)

Fordulatszám:	n=9550 ford/perc = 159,17 ford/s
Szögsebesség:	$\omega=2\pi n$=1000 1/s (kerekítve)
Kerületi sebesség:	$v_{ker}=R_1\cdot\omega$=20m/s (kerekítve),
ahol	$R_1=D_1/2$=40mm/2=20mm=0,02 m
Csúsztatófeszültség:	$\tau = \mu\frac{\partial\gamma}{\partial t} \cong \mu\frac{\partial v_{ker}}{\partial r}$,
ahol	$\partial v_{ker}= v_{ker}-0 = v_{ker}$ = 20 m/s,
és	∂r= S= 0,01mm=10^{-5}m
mivel a dinamikai viszkozitás:	μ=0,001kg/(m·s),
Ezekkel a csúsztatófeszültség:	τ=2000Pa
A nyírt folyadék (rés) középátmérője	$D_{közép}=D_1+S$= 40mm+0,01mm=0,04001m,
azaz a középsugár	$R_{közép}=D_{közép}/2$=0,020005m

A nyírt folyadékfelszín a résben egy hengerpalást felülete:

	$A_{palást}=D_{közép}\cdot\pi\cdot W$=0,005028 m^2
Kerületi erő:	$F_{ker}=\tau\cdot A_{palást}$=10,0564 N (≈10 N)
Veszteségnyomaték:	$M_{veszt}=F_{ker}\cdot R_{közép}$= 0,2011 Nm
A csapágy veszteségteljesítménye:	$P_{veszt}=M_{veszt}\cdot\omega$= 201,14 W (≈201 W)

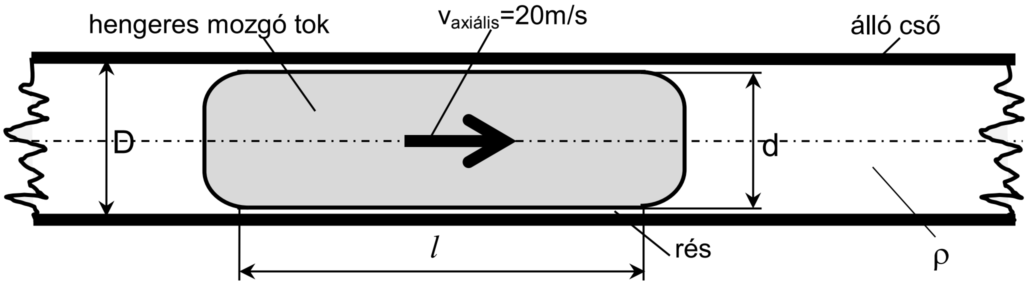
b)

5-szörösére növekvő viszkozitás miatt a veszteségteljesítmény is 5-szörösére nő. ($P \sim \mu$)

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.

2. FELADAT (7pont) A Egy áruház pneumatikus csőpostájának vizsgált szakasza egy vízszintes, ØD=100mm belső átmérőjű egyenes, L=100m hosszú cső, melyben $v_{axiális}$=20m/s állandó sebességgel mozog a (Ød=99,5mm, l=200mm) henger alakú tok. A csőben lévő levegő sűrűsége 1,25kg/m^3, viszkozitása $1{,}6\cdot10^{-5}$ m^2/s, R=287J/kg/K. **Feltételek**: stacioner állapot, ρ=áll., lineáris sebességprofil az l hosszú résben, ahol a Newton-féle viszkozitási törvény használható.

KÉRDÉS: Mekkora P[W] teljesítmény szükséges a légrésveszteség legyőzéséhez?



MEGOLDÁS

Axiális sebesség: v_{ax}=20m/s

Csúsztatófeszültség: $\tau = \mu\frac{\partial\gamma}{\partial t} \cong \mu\frac{\partial v_{ax}}{\partial r} = \mu\frac{v_{ax}}{s}$,

és ∂r= S= 0,25mm

mivel a dinamikai viszkozitás: $\mu=\rho\nu=2\cdot10^{-5}$ kg/(m·s),

Ezekkel a csúsztatófeszültség: τ=1,6Pa

A nyírt folyadék (rés) középátmérője $d_{közép}$=d+S= 99,5mm+0,25mm=99,75m,

A nyírt folyadékfelszín a résben egy középátmérőjű hengerpalást felülete:

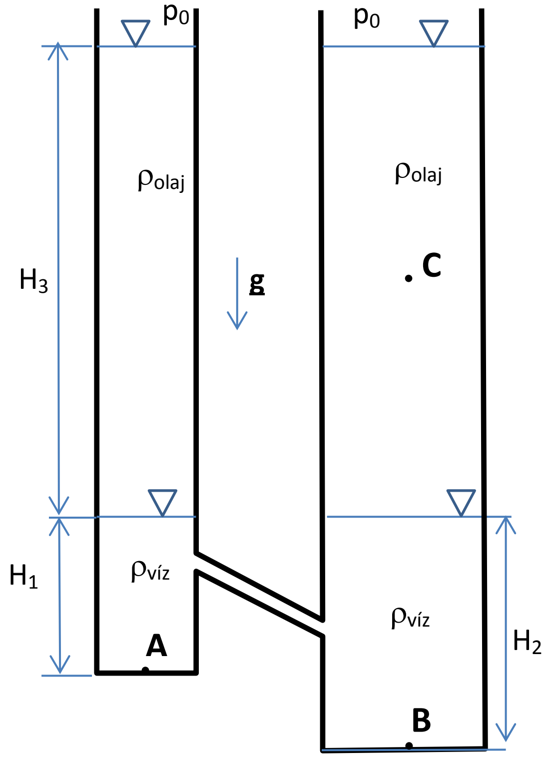
$A_{palást}=d_{közép}\cdot\pi\cdot l=6{,}2674773\cdot10^{-2}$ m^2

Axiális erő: $F_{ax}=\tau\cdot A_{palást}$=0,100279636 N (≈0,1 N)

A veszteségteljesítménye: $P_{veszt}=F_{ax}\cdot v_{ax}$ = 2,005592736 W (≈2 W)

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.

3.FELADAT (7pont) Az ábrán látható két függőleges tartály, melyek alul egy ferde csővel össze vannak kötve. Mindkét tartály levegőre nyitott szabadfelszínű ($p_0=10^5$Pa), a tartályokban alulra vizet, majd rá olajat töltöttünk, melyek nyugalomban vannak. A víz és olaj folyadékszintjei a két tartályban azonos magasságban vannak. **Feltételek:** ideális közeg, stacioner állapot, az ábrán látható elrendezésben a nem keveredő folyadékok nyugalomban vannak.



ADATOK: $g=10$N/kg; $p_0=10^5$Pa; $\rho_{víz}=1000$kg/m^3; $\rho_{olaj}=800$kg/m^3; $H_1=2$m; $H_2=3$m; $H_3=8$m;

KÉRDÉSEK:

a)Határozza meg a tartályok alján lévő „A" és „B" pontok közötti nyomáskülönbséget! $\Delta p=p_B-p_A=?$

b)Határozza meg a jobboldali tartályban 4 méterrel az olajfelszín alatt lévő „C" pontbeli nyomást! $p_C=?$

MEGOLDÁS

a)

„Gyors" megoldás:

Mivel nyugalomban van a rendszer és azonos H_3 magasságú olajoszlop van a két tartályban, így a jobboldali tartály alján 1m vízoszlop nyomásával kell nagyobbnak lennie:

$\Delta p = p_B - p_A = \rho_{víz} \cdot g \cdot (H_2 - H_1) = 1000 \cdot 10 \cdot 1 =$ **10 000 Pa**

„Hosszú" megoldás:

$p_A = p_0 + \rho_{olaj} \cdot g \cdot H_3 + \rho_{víz} \cdot g \cdot H_1$ $\quad$ $p_A = 100\,000\text{Pa} + 800 \cdot 10 \cdot 8 + 1000 \cdot 10 \cdot 2 = 184\,000$ Pa

$p_B = p_0 + \rho_{olaj} \cdot g \cdot H_3 + \rho_{víz} \cdot g \cdot H_2$ $\quad$ $p_B = 100\,000\text{Pa} + 800 \cdot 10 \cdot 8 + 1000 \cdot 10 \cdot 3 = 194\,000$ Pa

Rendezve a gyors megoldás összefüggését kapjuk:

$\Delta p = p_B - p_A = \rho_{víz} \cdot g \cdot (H_2 - H_1) = 1000 \cdot 10 \cdot 1 = 10\,000$ Pa

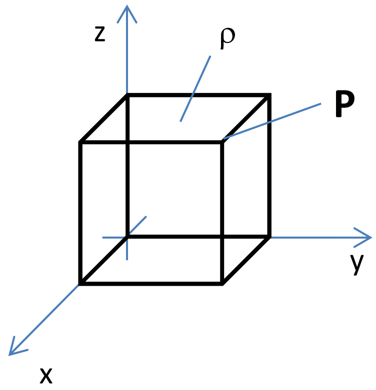
b)

A „C" pontbeli nyomás

Mivel „C" pont a jobboldali tartály olajfelszínéhez képest lejjebb van 4m-rel:

$p_C = p_0 + \rho_{olaj} \cdot g \cdot 4\text{m} = 100\,000 \text{ Pa} + 800 \cdot 10 \cdot 4 =$ **132 000 Pa**

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.



4. FELADAT (7pont) Egy folyadéktérben felvett, a mellékelt ábrán látható, térben rögzített, dx=dy=dz=100mm élhosszúságú, kocka alakú V térrészre az alábbiak ismeretesek:

I.) Inkompresszibilis folyadék, ρ=1000kg/m^3.
II.) Stacioner állapot.
III.) Egyik sebességkomponens sem változik saját irányától különböző irányban.
IV.) Az x irányú többlet tömegkiáramlás 10kg másodpercenként.
V.) Az áramlási sebesség y komponense 5m/s értékkel csökken saját irányában méterenként.
VI.) Az áramlási sebesség z komponense 5m/s értékkel csökken saját irányában méterenként.

KÉRDÉSEK:

A) Mekkora a lokális gyorsulás vektor x komponense a kocka ábrán látható egyik P csúcspontjában?
B) Számítsa ki a sebességtér divergenciáját!
C) Mekkorák az y és z irányú többlet tömegkiáramlások másodpercenkénti értékei?

MEGOLDÁS

A) $a_{lok,x}$=0, zérus, mivel stacioner az áramlás. (lásd II. feltétel)
B) div$\underline{v}$=0, zérus, mivel inkomresszziblis a folyadék (lásd I. feltétel)
C)
y irányban:
$\Delta q_{m,y}=\rho\cdot\Delta v_y\cdot A_y$
Itt V. feltételből következik, hogy Δy =0,1m-en a Δv_y= — 0,5 m/s, tehát $\Delta q_{m,y}$= — 5 kg/s.
z irányban:
$\Delta q_{m,z}=\rho\cdot\Delta v_z\cdot A_z$
Itt VI. feltételből következik, hogy Δz =0,1m-en a Δv_z= — 0,5 m/s, tehát $\Delta q_{m,z}$= — 5 kg/s.

Megjegyzés: Az (I. + IV. + V.) feltételekből kiadódnak a VI. feltételben leírtak, azt meg sem kellett volna adnom, kiszámítható lett volna div$\underline{v}$=0 és a x irányú tübbletkiáramlás és a y irányú sebesség-komponens megváltozás értékei ismeretében.

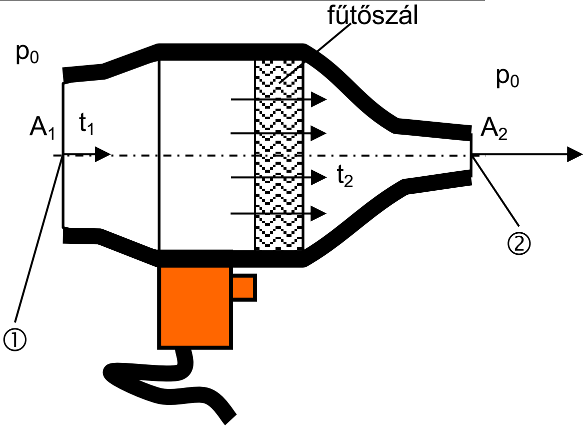
MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.

5. FELADAT (6pont) Egy hőlégfúvó ún. áramcsőnek tekinthető: csak az A_1=50cm^2 belépő és az A_2=10cm^2 kilépő keresztmetszetén nyitott. A fűtőszál a beszívott t_1=17°C levegőt t_2=87°C-ra fűti fel. A kiáramló levegő átlagsebessége v_2=20m/s. R=287 J/(kg·K)

Feltételek: stacioner állapot; a sűrűségszámítás szempontjából p_0=10^{5}Pa vehető mindenhol.

KÉRDÉSEK: Határozza meg a

- hőlégfúvó belépő keresztmetszetében a térfogatáramot,
- a belépő levegő átlagsebességét,
- valamint a levegő tömegáramát!



MEGOLDÁS

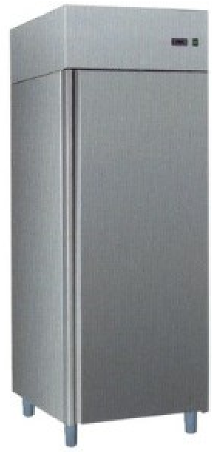
		keresztmetszet	
Jel	**mértékegység**	**„1"**	**„2"**
R	J/(kgK)	287	
p	Pa	10^5	
A	m2	0,0050	0,001
t	°C	17	87
T	K	290	360
qV	m3/perc		1200
v	m/s		**20**
qV	m3/s		=0,005
ρ	kg/m3	=p/(RT)=1,201489847	=**0,967866821**
qm	kg/s	$=\rho_2 v_2 A_2$=0,019357336	
qm	kg/perc	1,16144	
qm	kg/h	69,6864	
v	m/s	$=q_m/(\rho_1 A_1)$=3,222	
qV	m3/s	$=q_m/(\rho_1)$=0,016111	
qV	m3/perc	0,96666	
qV	m3/h	58	

a) $q_{V,1}$=**0,0161 m^3/s**

b) v_1 = **3,22 m/s**

c) q_m=áll.= **0,01936kg/s** = $q_{m,1}$ = $q_{m,2}$

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.



6. FELADAT (6pont) A 700 literes belső térfogatú, kikapcsolt ipari fagyasztószekrény $A_{ajtó}$=800mmX1600mm méretű ajtaját sokáig nyitva hagyták, így a teljes belső levegő (R=287 J/(kgK)) nyomása és hőmérséklete az aktuális külső környezeti nyomással (p_0=99500Pa) és hőmérséklettel (t_0=20°C) azonos. Ezután a fagyasztószekrény hermetikusan zárható ajtaját becsukjuk és bekapcsoljuk a hűtést. Másnapra a fagyasztóládában t=–20 °C hőmérsékletre hűl le a levegő. A levegőt tekintsük ideális gáznak, a p_0 és t_0 nem változik a külső térben.

KÉRDÉS: Mekkora a nyomáskülönbség alakul ki a belső és külső tér között és ebből adódóan mekkora ajtóra ható erő ébred?

MEGOLDÁS

A lezárás előtti hűtőben lévő „meleg" levegő m_m tömege lezárás (majd lehűlés) utáni h: „hideg" levegőével) azonos, mivel hermetikusan zárt a rendszer:

$$m_m = m_h$$

$$\rho_m V_m = \rho_h V_h$$

Tehát a meleg és hideg levegő térfogata és tömege is azonos, így a sűrűsége is azonos: $\rho_m = \rho_h$, ami csak úgy lehet, hogy a (T_h=253K-re) lehűlt levegő a nyomása lecsökken. A gáztörvény ρ=p/(RT) felhasználásával a zárt palackbeli „hideg" levegő nyomására kapjuk:

$$p_h = p_m \cdot (T_h/T_m) = 100000 \cdot (253/293) = 85916 \text{ Pa}$$

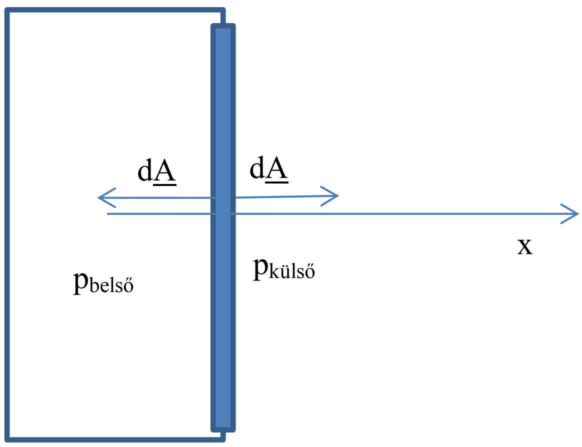
A keresett nyomáskülönbség a kupak két oldala között:

$$\Delta p_a = p_{külső} - p_{belső} = p_m - p_h = 100000 - 85916 = \mathbf{13584\ Pa}$$

(vagy $\Delta p_a = p_{belső} - p_{külső} = p_h - p_m = 85916 - 100000 = -13584$ Pa)

b) $\underline{F} = -\int_{A_{ajtó}} p\, d\underline{A} = -\left[-p_{belső}A_{ajtó} + p_{külső}A_{ajtó}\right] = (p_{belső} - p_{külső})A_{ajtó} = -17{,}387kN$

Ha felvesszük az x tengely irányítottságát az ábrának megfelelően (hűtőből kifelé mutat), akkor azzal ellentétes irányú erővektor jön ki, tehát F befelé mutat. (A külső nyomás nagyobb, mint a belső.)



MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.