A

Név:...........MEGOLDÁS................ NEPTUN kód:..................

Aláírás:... ÜLŐHELY sorszám..............

PONTSZÁM:Σ50p / p

Toll, fényképes igazolvány, számológépen kívül más segédeszköz nem használható!

1A. FELADAT (elméleti kérdések) (10pont = 10×1pont, csak a tökéletesen jó válasz ér 1-1 pontot)

1.1)Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét! Az Euler-egyenlet levezetésekor használt feltétel(ek):

A) stacioner áramlás

B) ideális közeg

C) súrlódásmentes közeg

D) összenyomhatatlan közeg

1.2)Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét! Melyik összefüggés(ek) fejezi(k) ki egy elemi folyadékrész lokális gyorsulását?

A) $\underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \frac{\partial \underline{\mathrm{v}}}{\partial \underline{r}}$

B) $\underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \frac{\partial \underline{r}}{\partial t}$

C) $\underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \underline{\underline{\boldsymbol{D}}} \cdot d\underline{\mathrm{r}}$

D) $\underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \frac{\partial \underline{\mathrm{v}}}{\partial t}$

1.3)Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét! A folytonosság tétel általános alakja(i):

A) $\int_V \frac{d\mathrm{v}}{dt} dV + \int_V div(\rho\underline{\mathrm{v}})\, dV = 0$

B) $\int_V \frac{\partial p}{\partial t} dV + \int_A \rho\underline{\mathrm{v}}\, d\underline{A} = 0$

C) $\int_V \frac{d\rho}{dt} dV + \int_V div(\rho\underline{\mathrm{v}})\, dV = 0$

D) $\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_A \rho\underline{\mathrm{v}}\, d\underline{A} = 0$

1.4)Egészítse ki a Bernoulli-egyenlet alábbi hiányos alakját helyesre! Kérem, adja meg minden Ön által beírt mennyiség nevét és mértékegységét is!

$$\int_1^2 \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} \cdot d\underline{s} + \int_1^2 grad\frac{\mathrm{v}^2}{2} \cdot d\underline{s} - \int_1^2 (\underline{\mathrm{v}} \times rot\underline{\mathrm{v}}) \cdot d\underline{s} = \int_1^2 \underline{g} \cdot d\underline{s} - \int_1^2 \frac{1}{\rho} grad p \cdot d\underline{s}$$

1.5)Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét! A légkörben ismert a tengerszinten z_0=0m magasságon érvényes p_0=101325Pa nyomás, T_0=288K hőmérséklet, R=287J/(kgK) gázállandó és g=9,81N/kg nehézségi gyorsulás. Izoterm atmoszféra feltétel esetén egy adott z_2 helyen érvényes p_2 nyomás az alábbi összefüggés(ek) segítségével számítható ki:

A) $p_2 = p_0 \cdot e^{-\frac{R\cdot(z_0 - z_2)}{g\cdot T_0}}$

B) $p_2 = p_0 \cdot e^{-\frac{R\cdot(z_2 - z_0)}{g\cdot T_0}}$

C) $p_2 = p_0 \cdot e^{-\frac{g\cdot(z_0 - z_2)}{R\cdot T_0}}$

D) $p_2 = p_0 \cdot e^{-\frac{g\cdot(z_2 - z_0)}{R\cdot T_0}}$

1.6)Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét! Az ún. természetes koordinátarendszerben felírt Euler-egyenlet szerint, az erőtér hatását elhanyagolva, a nyomásgradiens normális irányú komponensét ismerve kimondható, hogy párhuzamos egyenes áramvonalak esetén…

A) … $\frac{\partial p}{\partial n} < 0$ B) … $\frac{\partial p}{\partial n} > 0$

C) … $\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial n} > 0$ D) … $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$

1.7) Egészítse ki az impulzustétel alábbi hiányos integrál alakját helyesre, ha egy összenyomható, súrlódásmentes folyadékrészt körülvevő „A” zárt felülettel határolt „V” térfogat teljes mértékben tartalmaz egy szilárd testet, amelyre a folyadékról erő hat. Adja meg a minden (Ön által beírt hiányzó) mennyiség nevét és mértékegységét is!

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \cdot \underline{\mathbf{v}} \cdot dV + \int_A \underline{\mathrm{v}} \cdot \rho \cdot (\underline{\mathbf{v}} \cdot d\underline{A}) = \int_V \rho \cdot \underline{\mathrm{g}} \cdot dV - \int_A p \cdot d\underline{A} - \underline{R}$$

1.8) Karikázza be a helyes válasz (ok) betűjelét! A súrlódásos közegek általános mozgásegyenletének helyes alakja(i) az alábbi(ak):

A) $\frac{d\underline{\mathbf{v}}}{dt} = \underline{\mathbf{g}} - \frac{1}{\rho}\underline{\underline{\Phi}}\,\underline{\Delta}$ B) $\frac{d\underline{\mathbf{v}}}{dt} = \underline{\mathbf{g}} - \frac{1}{\rho}\underline{\underline{\Phi}}\,\underline{\nabla}$

C) $\frac{d\underline{\mathbf{v}}}{dt} = \underline{\mathbf{g}} + \frac{1}{\rho}\underline{\underline{\Phi}}\,\underline{\Delta}$ D) $\frac{d\underline{\mathbf{v}}}{dt} = \underline{\mathrm{g}} + \frac{1}{\rho}\underline{\underline{\Phi}}\,\underline{\nabla}$

1.9) Karikázza be a jó válasz(ok) betűjelét! A Reynolds-szám helyes alakja(i) az alábbi(ak):

A) $Re = \frac{\mathrm{v}_0^2 l_0}{\nu}$ B) $Re = \frac{\mathrm{v}_0 l_0 \mu}{\rho}$

C) $Re = \frac{\mathrm{v}_0 l_0}{\mu}$ D) $Re = \frac{\mathrm{v}_0 l_0}{\nu}$

1.10) Karikázza be a jó válasz(ok) betűjelét! A hirtelen keresztmetszet növekedés (ún. Borda–Carnot idom) nyomásvesztesége az alábbi helyes alak(ok)ban írható fel (áramlási irány „1” →„2”):

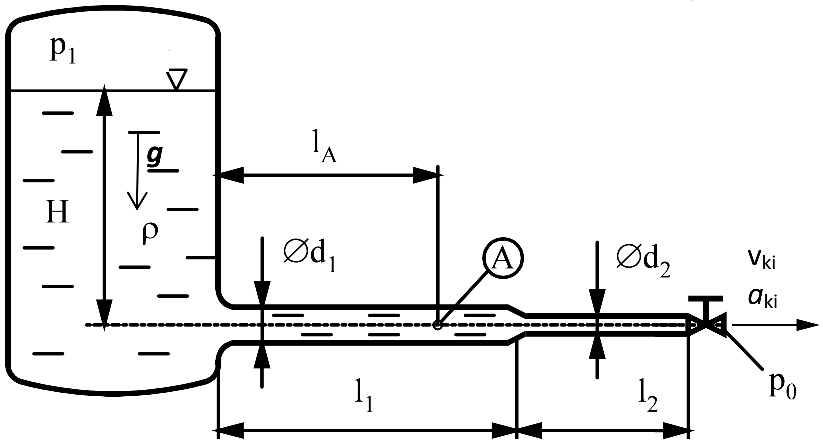
A) $\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2}(\mathrm{v}_2^2 - \mathrm{v}_1^2)$ B) $\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2}(\mathrm{v}_1^2 - \mathrm{v}_2^2)^2$

C) $\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2}\mathrm{v}_1^2\left(\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 - 1\right)$ D) $\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2}(\mathrm{v}_1 - \mathrm{v}_2)^2$

2A.FELADAT (10pont) Egy H=5m vízzel töltött, p_t=2.5bar nyomású zárt tartályhoz alul egy vízszintes tengelyű csővezeték csatlakozik. A csővégen egy alapállapotban zárt gömbcsap van.

FELTÉTELEK: μ=0, ρ=áll., $A_{tartály} >> A_{cső}$; Az átmeneti idomok és a gömbcsap hossza elhanyagolható. A gömbcsap be- és kiáramlási keresztmetszete azonos.

ADATOK: $p_0=10^5$Pa; $\rho_{víz}=10^3$kg/m^3; L_1=20m; L_2=10m; L_A=15m; d_1=100mm; d_2=50mm; g=10N/kg;



KÉRDÉSEK:

A) A gömbcsap hirtelen nyitása utáni megfigyelt $t_0 < t < \infty$ időpillanatban a csővégi kiáramlási sebesség éppen v_{ki}=10m/s. Mekkora ebben az időpillanatban a víz csővégi gyorsulása? a_{ki}=?

B) Határozza meg ebben a *t* időpillanatban a víz „A" pontbeli p_A (statikus) nyomását! L_A=15m

MEGOLDÁS

A) Instacioner Bernoulli egyenlet felírva a tartály vízfelszín és a szelep kilépő keresztmetszete között, majd rendezve a_{ki}-re, ha van v_{ki}=10m/s is:

$$a_{ki} = \frac{p_t - p_0 + \rho \cdot g \cdot H - \frac{\rho}{2} v_{ki}^2}{\rho \cdot \left(\frac{A_2}{A_1} L_1 + L_2\right)} = \frac{250000 - 100000 + 1000 \cdot 10 \cdot 5 - \frac{1000}{2} 10^2}{1000 \cdot (5 + 10)} = \frac{150}{15} = 10 m/s^2$$

B) A $v_A A_A = v_{ki} A_{ki}$ folytonosság tétel felhasználásával v_A=2,5m/s, valamint $a_1 A_1 = a_{ki} A_{ki}$ alapján a_1=2,5m/s^2, ezzel instacioner esetben tartály vízfelszín és „A" pont között a Bernoulli-egyenlet:

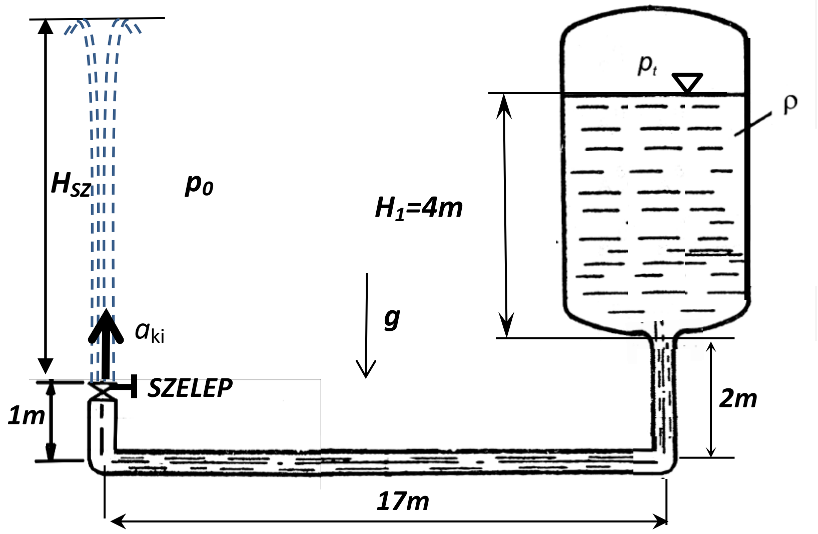
$$p_t + \rho g H = p_A + \frac{\rho}{2} \cdot v_A^2 + \rho a_1 L_A$$

Mely a keresett p_A nyomásra rendezhető. p_A = 259375 Pa

3A.FELADAT (10pont) Adott egy H_1=4m szintig töltött p_t=2.5bar nyomású zárt tartály. A tartály aljára csatlakozik állandó keresztmetszetű, összesen L=20m csővezeték, a végén egy zárt szelep van.

FELTÉTELEK: μ=0; ρ=áll;

ADATOK: $p_0=10^5$Pa; $\rho_{víz}=10^3$kg/m^3, g=10N/kg; $A_{tartály}>>A_{cső}$; $A_{szelep}=A_{cső}$; az átmeneti idom, a könyökidomok és a szelep hossza elhanyagolható.



KÉRDÉSEK:

A) Mekkora a kiáramlási keresztmetszetbeli víz gyorsulás a szelep hirtelen nyitásának t_0=0s időpillanatában? a_{ki}=?

B) Stacioner állapotban mekkora a szökőkút ábrán jelölt H_{SZ} magassága? H_{SZ}=?

MEGOLDÁS

A) Instacioner Bernoulli egyenletet felírva a tartály vízfelszín és a szelep kilépő keresztmetszete között, majd rendezve a_{ki}-re (H_1=4m, H_2=2m, H_3=1m jelöléssel)

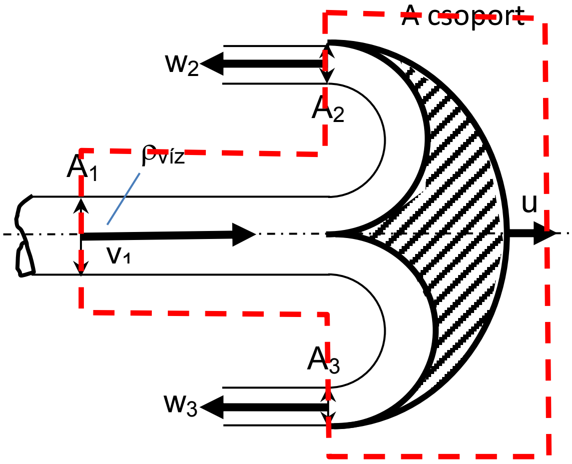
$$a_{ki}=\frac{p_t-p_0+\rho\cdot g\cdot(H_1+H_2-H_3)}{\rho\cdot L}=\frac{250000-100000+1000\cdot 10\cdot(4+2-1)}{1000\cdot(20)}=\frac{200}{20}=10m/s^2$$

B) Stacioner állapotban Bernoulli egyenlet tartály vízfelszín és szökőkút legfelső pontja között

$$p_t+\rho g(H_1+H_2)=p_0+\rho g(H_3+H_{SZ})$$

Mely a keresett H_{SZ} magasságra rendezhető. H_{SZ} = 20 m

4A.FELADAT (10pont) Egy A_1=0,01m^2 keresztmetszetű víz szabadsugár v_1=40m/s abszolút sebességgel áramlik egy vele azonos irányban u=10m/s sebességgel mozgó íves szimmetrikus idomra (pl. egy Pelton-turbina lapátra). Az A_2=A_3 azonos keresztmetszetű idomról leáramló vízsugarak tengelyei a ráárámlással párhuzamosak. A leáramlás relatív sebességei az ábrán jelöltek.



FELTÉTELEK: stacioner állapot, síkáramlás, ρ=áll., μ=0, a nehézségi erőtér hatása elhanyagolható.

ADATOK: p_0=10^{5}Pa, g=10N/kg; $\rho_{víz}$=10^3*kg/m^3*

KÉRDÉS: Határozza meg az idomra ható **R** erőt!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába a felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! A példa megoldása ezek nélkül nem értelmezhető!

MEGOLDÁS

A mozgó idomhoz rögzített $A_{e.f.}$ felvétele (lásd ábra), valamint szintén a mozgó idomhoz rögzített (x→, y↑) irányítottságú koordinátarendszer felvétele az első lépés.
A nyomás az $A_{e.f.}$ –en mindenhol p_0.

Folytonosság relatív rendszerben $w_1A_1= w_2A_2+ w_3A_3$

Az 1-2 és 1-3 relatív áramvonalakon felírt Bernoulli-egyenletekből $w_1=w_2=w_3$
w_1=40-10=30m/s, illetve $A_1= A_2+ A_3$

A sűrűség állandó. Szimmetria miatt $A_2=A_3$
Az impulzusáram vektoroknak csak x irányú komponense van.

Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

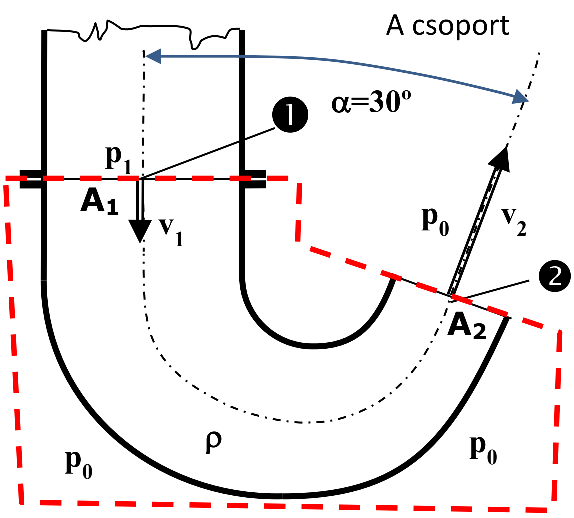
$$-\rho_1 w_1^2 A_1 - \rho_2 w_2^2 A_2 - \rho_3 w_3^2 A_3 = -R_x$$

Az impulzustétel **y irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

$$0 = -R_y$$

A ható erő komponenseire fenti két komponensegyenlet rendezhető, majd *R* nagysága és iránya kiszámítható, felrajzolható. R_x=18kN, R_y=0N

5A.FELADAT (10pont) Egy A_1=0,001m^2 keresztmetszetű cső végén egy áramlás irányban szűkülő (A_2=A_1/2) könyökidom (α=30°) van. A könyökidom tengelye a vízszintes síkban van. A víz (ρ=1000kg/m^3) az A_1 keresztmetszeten ismert v_1=20m/s átlagsebességgel áramlik.



FELTÉTELEK: μ=0; ρ=áll.; p_0=10^{5}Pa; stacioner áramlás, a nehézségi erőtér hatása elhanyagolható.

KÉRDÉS: Határozza meg az idomra ható **R** erőt!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába az Ön által felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! Ezek nélkül a megoldása nem értelmezhető!

MEGOLDÁS

Folytonosság tétele: $v_1 A_1$=$v_2 A_2$, és A_1/A_2=2

A feltételek szerinti stac. Bernoulli –egyenletet felírva „1" és „2" pontok közé a nyomáskülönbség (p_1-p_0= 600 000 Pa) ismeretében folytonosság tételét kihasználva v_1=20/s, v_2=40m/s

Az $A_{e.f.}$ felvétele (lásd ábra), valamint (x⟶, y↑) irányítottságú koordinátarendszer felvétele az első lépés.
A nyomás az $A_{e.f.}$ –en mindenhol p_0., kivéve A_1 keresztmetszetet, ahol p_1.
A sűrűség állandó.

Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete:

$$\rho_2 v_2^2 A_2 sin30° = -\int_{Ax} p\, d\underline{A} - R_x$$

Ahol a nyomáseloszlásból származó erő x komponense zárus: $-\int_{Ax} pd\underline{A} = 0$

Az impulzustétel **y irányban** felírt komponensegyenlete rendszerben:

$$+\rho_1 v_1^2 A_1 + \rho_2 v_2^2 A_2 cos30° = -\int_{Ay} pd\underline{A} - R_y$$

Ahol a nyomáseloszlásból származó erő y komponense: $-\int_{Ay} pd\underline{A} = -(p_1 A_1 - p_0 A_1) = -(p_1 - p_0) A_1$

A ható erő komponenseire fenti két komponensegyenlet rendezhető, majd *R* nagysága és iránya kiszámítható, felrajzolható. R_x=-400N, R_y=-1693N