ABC
csoport

Név:..............MEGOLDÁS........... NEPTUN kód:.................

Aláírás:... ÜLŐHELY sorszám..............

PONTSZÁM:Σ50p / p

Toll, fényképes igazolvány, számológépen kívül más segédeszköz nem használható!

1. FELADAT (elméleti kérdések) (10pont = 10×1pont, csak a tökéletesen jó válasz ér 1-1 pontot)

1.1) Sorolja fel az ideális közeg sajátosságait!

homogén
folytonos (kontinuum)
összenyomhatatlan (ρ=áll.)
súrlódásmentes (μ =0)

1.2) Írja fel a folyadékokra vonatkozó Newton-féle viszkozitási törvényt a szögdeformáció-sebesség segítségével! Adja meg a kifejezésben szereplő minden mennyiség nevét és mértékegységét is!

$$\tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t}$$

τ csúsztatófeszültség [Pa]
μ dinamikai viszkozitás [kg/(ms)]
$\frac{\partial \gamma}{\partial t}$ deformációsebesség [rad/s]

1.3) Cseppfolyós közeg (pl. olaj) viszkozitása a hőmérséklet növekedésével

A) nő B) csökken C) nem változik

Légnemű közeg (pl. levegő) viszkozitása a nyomás növekedésével

D) nő E) csökken F) nem változik

1.4) Egy skalár mennyiség, mint pl. a ρ(r,t) sűrűség teljes megváltozása felbontható lokális és konvektív megváltozásra. Karikázza be a helyes kifejezés(ek) betűjelé(i)t!

A) $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial \underline{r}}\frac{\partial \underline{r}}{\partial t}$ B) $\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial \underline{r}}\frac{\partial \underline{r}}{\partial t}$

C) $grad\rho = \frac{\partial \rho}{\partial \underline{r}}$ D) $\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + grad\rho\,\underline{v}$

1.5) Az alábbiak közül mely(ek) a nyomásgradiens vektor tulajdonsága(i)? Karikázza be a helyes válasz vagy válaszok betűjelé(i)t! A nyomásgradiens vektor…

A) … a legnagyobb nyomáskülönbség irányába mutat.
B) … a nyomás legrohamosabb növekedésének irányába mutat.
C) … párhuzamos egy ekvipotenciális szintfelület adott pontbeli érintősík normálisával.
D) … merőleges az izobár (p=áll.) szintfelületre.

1.6) Karikázza be a $\underline{\underline{D}}$ deriválttenzor helyes alakjára vonatkozó jó válasz vagy válaszok betűjelét!

A) $\underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix}$

B) $\underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial y} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} & \frac{\partial v_y}{\partial z} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix}$

C) $\underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix}$

1.7) Egy $\underline{v}(\underline{r})$ sebességű, az $(\underline{r}+d\underline{r})$ helyre elúszó elemi folyadékrész megváltozott sebességvektora a deriválttenzor alkalmas felbontása segítségével felírható elmozdulás(transzláció), alakváltozás(deformáció) és forgás(rotáció) összetevőkre bontva. Karikázza be a helyes kifejezés(ek) betűjelét!

A) $\underline{v}(\underline{r}+d\underline{r})=\underline{v}(\underline{r}) + \underline{\underline{D}}\cdot d\underline{v}$

B) $\underline{\underline{A}}_S=\frac{1}{2}(\underline{\underline{D}}+\underline{\underline{D}}^T)$

C) $\underline{\underline{A}}_\Omega\cdot d\underline{r}=\frac{1}{2}\text{rot}\underline{v}\times d\underline{r}$

D) $\underline{\underline{D}}\cdot d\underline{r}=\underline{\underline{A}}_S\cdot d\underline{r} + \underline{\underline{A}}_\Omega\cdot d\underline{r}$

1.8) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok(ok) betűjelét! A folytonosság tétel általános alakja:

A) $\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_A \rho\, \underline{v}\, d\underline{A} = 0$

B) $\frac{\partial p}{\partial t} + div(p\underline{v}) = 0$

C) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\underline{v}) = 0$

D) $\int_V \frac{dv}{dt} dV + \int_V div(\rho\underline{v}) dV = 0$

1.9) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok betűjelét! Az Euler-egyenlet levezetésekor használt súrlódásmentes közeg feltétel, mint egyetlen feltétel következménye az, hogy az Euler-egyenletben nem szerepelhet az elemi folyadékrészre ható erők között a …

A) … tömegére ható, felületre merőleges irányú erőhatást kifejező tag.
B) … tömegére ható, felülettel párhuzamos irányú erőhatást kifejező tag.
C) … felületén ható, felületre merőleges irányú erőhatást kifejező tag.
D) … felületén ható, felülettel párhuzamos irányú erőhatást kifejező tag.

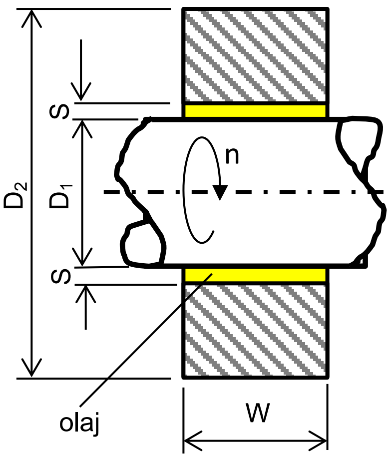
1.10) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok betűjelét! A $\underline{g}=-g_g\underline{k}$ térerősségvektorral jellemzett potenciálos nehézségi erőtérben egy nyugalomban lévő ρ=áll. sűrűségű folyadéktér két eltérő, de egymással azonos $z_1=z_2$ koordinátájú $P_1(x_1;y_1;z_1)$ és $P_2(x_2;y_2;z_2)$ pontjára igaz(ak) az alábbi állítás(ok).

A) $p_1 \neq p_2$
B) $U_1 = U_2$
C) A két pont izobár szintvonalon(szintfelületen) helyezkedik el.
D) Egyik előző válasz sem helyes.

1. FELADAT (7pont) A ∅D_1=30mm átmérőjű tengelyt állandó n=9550 ford/perc fordulatszámmal forgatjuk. A tengelyt egy W=30mm hosszúságú és ∅D_2=60mm külső átmérőjű álló csapágyház veszi körül (koncentrikus tengelyek). A tengely és a csapágyház között lévő S=0,05mm méretű rést állandó 800kg/m^3 sűrűségű és állandó $5\cdot10^{-6}$m^2/s viszkozitású kenőolaj tölti ki. **FELTÉTELEK**: stacioner állapot, vékony résben a sebességprofil lineáris, newtoni folyadék. **KÉRDÉSEK:**

a) Határozza meg a résben ébredő csúsztatófeszültséget, az ebből adódó átlagos kerületi erőt, a veszteség-nyomatékot és -teljesítményt!

b) Melyik esetben nő nagyobb mértékben a súrlódás okozta veszteségteljesítmény: ha a tengely fordulatszámát növeljük a kétszeresére, vagy ha kétszer ekkora viszkozitású olajat használunk? Válaszát indokolja!



MEGOLDÁS

a)

Fordulatszám: n=9550 ford/perc = 159,17 ford/s

Szögsebesség: $\omega=2\pi n=1000$ 1/s (kerekítve)

Kerületi sebesség: $v_{ker}=R_1\cdot\omega=15$m/s (kerekítve),

ahol $R_1=D_1/2=30mm/2=15mm=0{,}015$ m

Csúsztatófeszültség: $\tau = \mu\frac{\partial\gamma}{\partial t} \cong \mu\frac{\partial v_{ker}}{\partial r}$,

ahol $\partial v_{ker}= v_{ker}-0 = v_{ker} = 15$ m/s,

és $\partial r= S= 0{,}05mm=5\cdot10^{-5}$m

mivel a dinamikai viszkozitás: $\mu=\rho\cdot\nu=800\cdot5\cdot10^{-6}=4\cdot10^{-3}$kg/(m·s),

Ezekkel a csúsztatófeszültség: τ=1200Pa

A nyírt folyadék (rés) középátmérője $D_{közép}=D_1+S=$ 30mm+0,05mm=0,03005m,

azaz a középsugár $R_{közép}=D_{közép}/2=0{,}015025$m

A nyírt folyadékfelszín a résben egy hengerpalást felülete:

$A_{palást}=D_{közép}\cdot\pi\cdot W=0{,}03005m\cdot\pi\cdot0{,}03m=2{,}832\cdot10^{-3}m^2$

Kerületi erő: $F_{ker}=\tau\cdot A_{palást}=3{,}3998$ N (≈3,4 W)

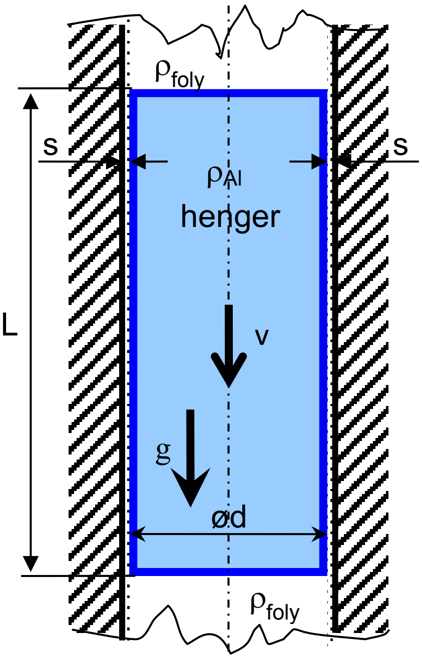
Veszteségnyomaték: $M_{veszt}=F_{ker}\cdot R_{közép}=$ 0,0510 Nm

A csapágy veszteségteljesítménye: $P_{veszt}=M_{veszt}\cdot\omega=$ 50,99 W (≈51 W)

b)

Mivel $P\sim n^2$ illetve $P\sim\mu$, így ha az n fordulatszámot növeljük kétszeresére, akkor négyszeresére nő a veszteség teljesítmény, míg kétszeres viszkozitás esetén az csak a kétszeresére nő.

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.



2. FELADAT (7pont) Egy speciális viszkoziméter a függőleges tengelyű álló hengeres egyenes cső, melyet ismeretlen viszkozitású, ismert ρ_{foly}=800kg/m^3 sűrűségű folyadék tölt ki. A csőben lefelé mozgó alumínium henger (∅d=10mm, L=50mm, ρ_{Al}=2700 *kg/m*^{3}) mozgási sebességét igen pontosan mérve tudjuk, hogy az állandósult sebességgel H=1m-t Δt=4s alatt tesz meg. A csőfal és a henger közötti rés állandó s=0,5mm méretű, melyben lineáris sebességprofilt tételezhetünk fel, a Newton-féle viszkozitási törvény alkalmazható.

ADATOK: g=10*N/kg*

KÉRDÉS: Csak a súlyerőt, a felhajtóerőt és a résben ébredő csúsztatófeszültségből adódó súrlódó erőt figyelembe véve határozza meg a folyadék kinematikai viszkozitását!

MEGOLDÁS

Állandósult axiális sebesség: v_{ax}=H/Δt=1m/4s =0,25 m/s

Ekkor a függőleges (g) irányú erők egyensúlya: $\Sigma F_{axiális}=0$

$F_{súly} - F_{felh} - F_{súrl}=0$

Henger térfogata: $V_{Al}= d^2\pi/4\cdot L$

Súlyerő: $F_{súly} = m_{Al}\cdot g = \rho_{Al}\cdot V_{Al}\cdot g$ = 2700kg/m$^3\cdot V_{Al}\cdot g$ = 0,106028752 N

Felhajtóerő: $F_{felh} = m_{foly}\cdot g = \rho_{foly}\cdot V_{Al}\cdot g$ = 800kg/m$^3\cdot V_{Al}\cdot g$ = 0,031415927 N

$F_{súrl} = F_{súly} - F_{felh} = (\rho_{Al} - \rho_{foly})\cdot V_{Al}\cdot g$ = 0,074612826 N

Viszkózus erő a résben: $F_{súrl}=\tau\cdot A_{palást}$

$\tau= F_{súrl}/A_{palást}$

A nyírt folyadékfelszín a résben egy közép hengerpalást felülete:

A nyírt folyadék (rés) középátmérője

$d_{közép}$=d+s= 10mm+0,5mm=0,0105m

$A_{palást}=d_{közép}\cdot\pi\cdot L$=0,0105m$\cdot\pi\cdot$0,05m = 1,649336143$\cdot10^{-3}$ m^2

A csúsztatófeszültség: $\tau= F_{súrl}/A_{palást}$= 45,24 Pa

A résbeli csúsztatófeszültségről tudjuk:

$$\tau = \mu\frac{\partial\gamma}{\partial t} \cong \mu\frac{\partial v_{ax}}{\partial r}$$

ahol $\partial v_{ax} = v_{ax}-0 = v_{ax}$ = 0,25 m/s

és ∂r=s=0,5mm=5$\cdot10^{-4}$m

A keresett dinamikai viszkozitás: $\mu \cong \frac{\tau\cdot s}{v_{ax}} \cong$ 9,0476$\cdot10^{-2}$ kg/(m$\cdot$s)

A keresett kinematikai viszkozitás: $\nu = \mu/\rho$ = 1,131$\cdot10^{-4}$ m^2/s

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.

3. FELADAT (7pont) Egy ρ=1,2 kg/m³ sűrűségű folyadék stacioner áramlási terében a p($\underline{r}$) nyomás x, y és z koordinátairányok szerinti megváltozásáról tudjuk az alábbiakat:

- x irányban a nyomás 200Pa-t csökken méterenként
- y és z irányokban a nyomásváltozások mértékei azonosak: mindkét irányban a nyomás 100Pa-t nő méterenként.

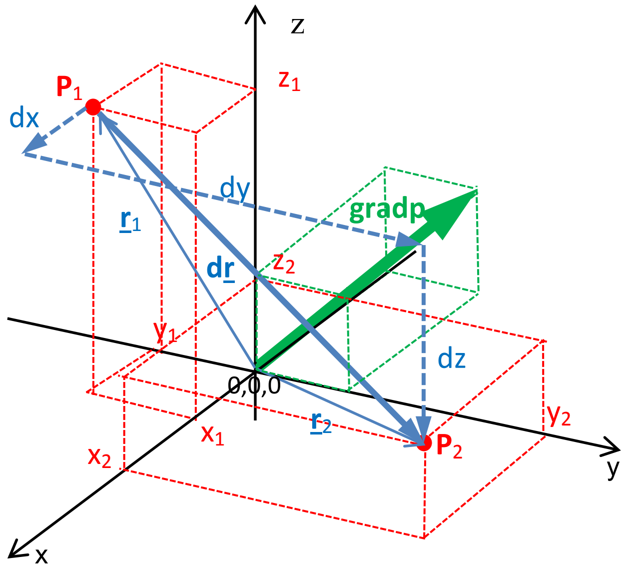
Ebben a folyadéktérben felvettünk két pontot, melyek elhelyezkedése $P_i(x_i;y_i;z_i)$ koordinátáikkal rendre adottak: P_1(1m;-1m;3m) és a P_2(2m;3m;1m).

KÉRDÉSEK: a)Rajzolja be az ábrába a P_1 és a P_2 pontot!

b)Definiálja a nyomásgradiens vektort a megadott adatok ismeretében és rajzolja be az ábrába jellegre (irány, irányítottság) helyesen!

c)Számítsa ki a két pont közötti $\Delta p=p_2-p_1$ nyomáskülönbséget! Milyen következtetések vonhatók le a kapott eredményből?

MEGOLDÁS



a)lásd ábra: $\underline{\mathbf{r}}_1$, $\underline{\mathbf{r}}_2$: helyvektorok

$\underline{\mathbf{dr}} = dx\cdot\underline{i}+dy\cdot\underline{j}+dz\cdot\underline{k}$ elmozdulásvektor

b)Nyomásgradiens vektor: $grad p = \frac{\partial p}{\partial x}\underline{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\underline{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\underline{k}$

komponensei adottak:

$\frac{\partial p}{\partial x}$ = - 200 Pa/m

$\frac{\partial p}{\partial y}$ = 100 Pa/m

$\frac{\partial p}{\partial z}$ = 100 Pa/m

c)Nyomáskülönbség: $\Delta p = \mathbf{grad}p\cdot\underline{\mathbf{dr}} = \Delta p_x + \Delta p_y + \Delta p_z$

$\mathbf{grad}p = -200\cdot\underline{i}+100\cdot\underline{j}+100\cdot\underline{k}$

$\underline{\mathbf{dr}} = dx\cdot\underline{i}+dy\cdot\underline{j}+dz\cdot\underline{k}$

$dx = x_2-x_1 = 2m-1m = 1m$

$dy = y_2-y_1 = 3m-(-1m) = 4m$

$dz = z_2-z_1 = 1m-3m = -2m$

$\Delta p_x = \frac{\partial p}{\partial x}dx$ = -200 Pa/m · 1m = - 200Pa

$\Delta p_y = \frac{\partial p}{\partial y}dy$ = 100 Pa/m · 4m = 400Pa

$\Delta p_z = \frac{\partial p}{\partial z}dz$ = 100 Pa/m · -2m = - 200Pa

Δp= $\Delta p_x+\Delta p_y+\Delta p_z$ = -200Pa +400Pa -200Pa = **0Pa** **Δp = 0Pa**

Következtetések:

Mivel Δp=**grad**p·$\underline{\mathbf{dr}}$ = 0 Pa, így P_1 és P_2 pontokban a nyomás azonos, tehát azok egy izobár (p=áll.) szintvonalon (~felületen) helyezkedek el. (Emellett U=áll. ekvipotenciális akkor lenne, ha biztosan tudnánk,hogy hidrosztatikai feladatról van szó, de erre vonatkozóan nincs megadott információ.)

Továbbá ismert, hogy a nyomásgradiens nagysága sem zérus (|**grad**p|≠0), ez kiszámítható:

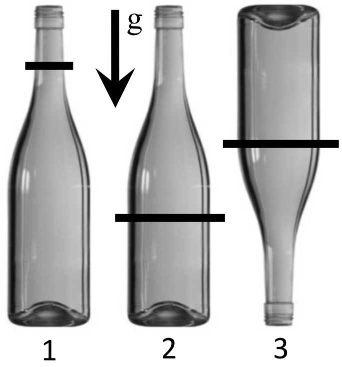
|**grad**p| = $\sqrt{(-200)^2+100^2+100^2}$ = $\sqrt{60000}$ ≅ 249,9489743Pa/m ≅ 250Pa/m,

valamint triviális, hogy az elmozdulásvektor nagysága sem zérus (| $\underline{\mathbf{dr}}$ |≠0), mivel a két pont térben különböző helyen van, távolságuk az elmozdulásvektor nagysága, ez is kiszámítható:

|$\underline{\mathbf{dr}}$| = $\sqrt{1^2+4^2+(-2)^2}$ = $\sqrt{21}$ ≅ 4,582575695m ≅ 4,583m,

így az eredményül kapott Δp=**grad**p·$\underline{\mathbf{dr}}$ = 0 Pa (illetve **grad**p·$\underline{\mathbf{dr}}$=|**grad**p|·|$\underline{\mathbf{dr}}$|·cosφ=0) alapján kimondható, hogy **gradp** és a d$\underline{\mathbf{r}}$ vektorok merőlegesek egymásra („térben!"). (A **grad**p és d$\underline{\mathbf{r}}$ vektorok által bezárt szög derékszög, φ=90° (cos90°=0).

4. FELADAT (7pont) Egyik csoporttársa tegnap este megunta az áramlástan zh-ra való készülést, és felbontott inkább egy üveg bort, ami a kollégiumi szobában tartva szobahőmérsékletű (25°C) volt. A 0,75 literes üvegben („1" ábra) lévő 0,7 liter bor felét megitta („2" ábra), majd miután a csavaros kupakjával tökéletesen hermetikusan lezárta, betette az üveget az 5°C hőmérsékletű hűtőszekrénybe.



ADATOK: levegőre R=287J/(kgK), $p_0=10^5$Pa, $\rho_{bor}=10^3$kg/m^3

FELTÉTELEK: Tételezze fel, hogy a bor összenyomhatatlan, nem párolgó, levegővel nem keveredő folyadék, valamint hogy a borosüveg és a kupak tökéletesen merev / alaktartó, tehát egyáltalán nem deformálódik hőmérsékletváltozás hatására és hermetikusan zár. A szoba légköri nyomása (p_0) és a szoba hőmérséklete (25°C), valamint a hűtőbeli (5°C) hőmérséklet végig állandó. A folyadékszinteket az ábrákon vonallal jelöltük.

KÉRDÉSEK:

a) Amikor ma este előveszi a hűtőből az üveget („2" ábra), a kupak lecsavarása előtt mekkora a nyomáskülönbség a kupak belső és külső oldala között? (Az üveg asztalra téve függőlegesen áll)

b) A borosüveget ekkor fejre állítva („3" ábra) is ugyanekkora a kupak belső és külső oldala közötti nyomáskülönbség? Indokolja válaszát!

c) A „2" vagy a „3" ábra szerinti helyzetben nagyobb a nyomáskülönbség az üvegben elhelyezkedő 3,5 deciliter bor legalsó és legfelső pontja között? Indokolja válaszát!

MEGOLDÁS

a)

A hűtőbe rakás előtti borosüvegben lévő szobahőmérsékletű („m": „meleg") levegő

térfogata $V_m=4\text{dl} = 4\cdot10^{-4}$ m^3

hőmérséklete $T_m=273+t_m=273+25=298$K

nyomása $p_m=p_0=100000$Pa

A lezárás előtti üvegben lévő „meleg" levegő m_m tömege lezárás (majd lehűlés) utáni üvegben lévő h: „hideg" levegőével) azonos, mivel hermetikusan zárt a rendszer:

$$m_m = m_h$$

$$\rho_m V_m = \rho_h V_h$$

Valamint nincs sem üveg, sem kupak, sem bor térfogat/alak deformáció, tehát a meleg és hideg levegő térfogata és tömege is azonos, így a sűrűsége is azonos: $\rho_m = \rho_h$, ami csak úgy lehet, hogy a lehűlt levegő a nyomása lecsökken. A gáztörvény $\rho=p/(RT)$ felhasználásával a zárt palackbeli „hideg" levegő nyomására kapjuk:

$$p_h=p_m\cdot(T_h/T_m) = 100000\cdot(278/298) = 93289 \text{ Pa}$$

Az a) kérdésben keresett nyomáskülönbség a kupak két oldala között:

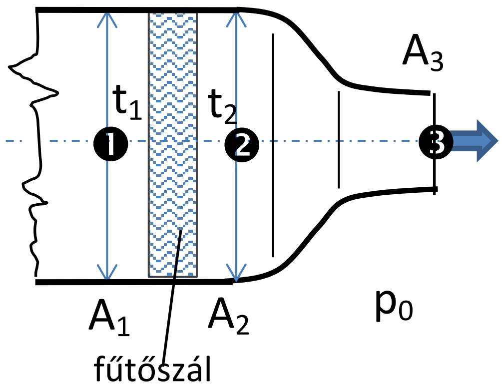
$$\Delta p_a=p_{külső}-p_{belső}=p_m - p_h = 100000 - 93289 = 6711 \text{ Pa}$$

(vagy $\Delta p_a=p_{belső}-p_{külső}=p_h - p_m = 93289 - 100000 = -6711$ Pa)

b) Jelölje paraméteresen H_1, H_2 és H_3 a bor folyadékoszlop magasságát (rajz szerinti üveg alja és folyadékszint között). Fejjel lefelé (3. ábra) nem ugyanekkora a kupak két oldala közötti nyomáskülönbség, mint 2. ábra szerinti helyzetben, mert $p_{belső}= p_h + \rho_{bor}\cdot g\cdot H_3$, tehát a belső nyomás a boroszlop $\Delta p_3 = \rho_{bor}\cdot g\cdot H_3$ nyomásával nagyobb, tehát a $\Delta p_b < \Delta p_a$

c) Az üveg nyaka szűkebb, mint a teste, így a 3,5 dl bor úgy tölti ki az üveget 2. ábra (normál) ill. 3. árba (fejjel lefelé) helyzetben, hogy $H_3 > H_2$ (ezek értékét nem tudjuk). A bor legalsó és legfelső pontja közötti nyomáskülönbségre $\Delta p_3 > \Delta p_2$, mivel $\Delta p_3=\rho_{bor}\cdot g\cdot H_3$ és $\Delta p_2=\rho_{bor}\cdot g\cdot H_2$. Tehát a „3" ábra szerinti helyzetben nagyobb a nyomáskülönbség az üvegben elhelyezkedő 3,5 deciliter bor legalsó és legfelső pontja között.

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.



5. FELADAT (6pont) Egy $A_1=A_2=2m\times2m$ négyzet keresztmetszetű légcsatorna egy konfúzoron keresztül $A_3=1m\times1m$ keresztmetszetre szűkül. Egy villamos fűtőszál a $t_1=20°C$ hőmérsékletű levegőt $t_2=80°C$ hőmérsékletűre melegíti fel, majd hőmérsékletváltozás nélkül ($t_2=t_3$) a szabadba áramlik ki. A forró levegő ❸ keresztmetszetbeli térfogatárama $q_{V,3}=600m^3/perc$.

ADATOK: $R=287J/(kgK)$, $p_0=10^5Pa$ (A közeg sűrűségének kiszámításánál mindenhol p_0 vehető.)

KÉRDÉSEK: Számítással határozza meg

a) az A_1, A_2 és A_3 keresztmetszetbeli átlagsebességeket,

b) az A_1 keresztmetszetbeli térfogatáramot,

c) és az áramló levegő tömegáramát!

MEGOLDÁS

		keresztmetszet		
Jel	**mértékegység**	**„1”**	**„2”**	**„3”**
R	J/(kgK)	287		
p	Pa	10^5		
A	m2	4		1
t	°C	20	80	
T	K	293	353	
qV	m3/perc			600
qV	m3/s			=600/60=10
v	m/s			$=q_{V,3}/A_3=$**10**
ρ	kg/m3	=p/(RT)=**1,189188**	=**0,987060**	
qm	kg/s	$=\rho_3 v_3 A_3=$**9,870596**		
v	m/s	$=q_m/(\rho_1 A_1)=$**2,075071**	$=q_m/(\rho_2 A_2)=$**2,5**	
qV	m3/s	$=q_m/(\rho_1)=$**8,300283**		

a) v_1 **=2,08 m/s** v_2**=2,5 m/s** v_3**=10m/s**

b) $q_{V,1}$**=8,3** m^3/s

c) q_m**=áll.=9,87kg/s** $q_{m,1}$ = $q_{m,2}$ = $q_{m,3}$

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen”, a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.

6. FELADAT (6pont) Egy $V_{kád}$=200liter térfogatú kád lefolyója be van dugva. A kezdetben üres kádba vizet ($\rho_{víz}$=1000kg/m^3) csak egy olyan zuhanyrózsával eresztettünk a kádba (állandó csapbeállítással), amelyen 50db azonos Ød=1mm átmérőjű kör keresztmetszetű fúvóka található. A fúvókákon v=5m/s a kiáramlási átlagsebesség. /A kád mellé nem folyt víz, valamint a párolgási veszteséget is elhanyagolhatjuk./

FELTÉTELEK: stacioner állapot, ideális közeg

KÉRDÉSEK:

a)Mennyi idő szükséges a kád feltöltéséhez? Mekkora egy fúvókán kiáramló víz térfogatárama és tömegárama?

b)Az a) kérdésre kapott időnél rövidebb, vagy hosszabb idő szükséges a kád feltöltéséhez, ha a kádat nem zuhanyrózsával, hanem a kádcsapból kifolyó ØD=10mm átmérőjű vízsugárral töltjük fel, melyre ismert, hogy a sebességprofil másodfokú (n=2) forgásparaboloid alakú és a vízsugár tengelyében v_{max}=6m/s az áramlási sebesség értéke? Válaszát számítással indokolja!

MEGOLDÁS

a)Zuhanyrózsa N=50db fúvókáival töltött kád:

$q_{V,f} = V_{kád} / \Delta T_f$

$\Delta T_f = V_{kád}/q_{V,f}$

$q_{V,f} = v_f \cdot A_{összf} = v_f \cdot (N \cdot A_f) = 5m/s \cdot (50 \cdot 0{,}001^2\pi/4)$

A teljes térfogatáram :

$q_{V,f}$ = 0,00019635 m3/s = 0,011780972 m3/min = 0,706858347 m3/h

A teljes tömegáram $q_m=\rho_{víz} q_V$:

$q_{m,f}$ = 0,196350 kg/s = 11,78097245 kg/min = 706,8583471 kg/h

Így a töltési idő:

$\Delta T_f = V_{kád}/q_{V,f} = V_{kád} / (v_f \cdot (N \cdot A_f)) = 0{,}2 / (5 \cdot (50 \cdot 0{,}001^2\pi/4))$

Ezzel:

ΔT_f = 1018,591636 sec = 16,97652726 min = 0,282942121 h

Egy fúvókán a térfogatáram 50-ed része fenti teljesnek:

$q_{V,1f}$ = 3,927E-06 m3/s = 0,00024 m3/min = 0,0141 m3/h

$q_{V,1f}$ = 0,003927 liter/s = 0,23562 liter/min = 14,1372 liter/h

Egy fúvókán a tömegáram $q_{m,1f}=\rho_{víz} q_{V,1f}$:

$q_{m,1f}$ = 3,927E-03 kg/s = 2,36E-01 kg/min = 1,41E+01 kg/h

b)

Átlagsebesség a kádcsap csövében n=2 forgásparaboloid alakú sebességprofil esetén:

$v_{csap} = v_{max} [n/(n+2)] = 3$ m/s

$q_{V,csap} = v_{csap} \cdot A_{csap} = v_{csap} \cdot (D^2\pi/4) = 3m/s \cdot (0{,}01^2\pi/4)$

A kádat zuhanyrózsával ill. csappal töltő térfogatáramok aránya:

$q_{V,f} / q_{V,csap} = [5 \cdot (50 \cdot 0{,}001^2\pi/4)] / [3 \cdot (0{,}01^2\pi/4)] = [5 \cdot 50 \cdot 0{,}001^2]/[3 \cdot 0{,}01^2] =$ **5/6 (= 0,833•)**

Tehát rövidebb időre van szükségünk, ha kádcsappal töltjük fel. $\Delta T_{csap} = 5/6 \cdot \Delta T_f$

ΔT_{csap} = 848,8263632 sec = 14,14710605 min = 0,235785101 h

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.