1.FAK. ZH-M

Név:..............**MEGOLDÁS**................ NEPTUN kód:.................

Aláírás:..............SJM.................... ÜLŐHELY sorszám..............

PONTSZÁM:Σ50p / p

Toll, fényképes igazolvány, számológépen kívül más segédeszköz nem használható!

1. FELADAT (elméleti kérdések) (10pont = 10×1pont, csak a tökéletesen jó válasz ér 1-1 pontot)

1.1) Írja fel a folyadékokra vonatkozó Newton-féle viszkozitási törvényt a **szögdeformáció-sebesség** segítségével! Adja meg a kifejezésben szereplő minden mennyiség nevét és mértékegységét is!

$$\tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \mu \cdot \dot{\gamma}$$

τ: csúsztatófeszültség [Pa] μ: dinamikai viszkozitás [kg/(ms)] $\dot{\gamma} = \frac{\partial \gamma}{\partial t}$: deformációseb. [rad/s]

1.2) Cseppfolyós közeg (pl. olaj) viszkozitása a **hőmérséklet növekedésével**...

A) csökken B) nő C) nem változik

Légnemű közeg (pl. levegő) viszkozitása a **nyomás növekedésével**...

D) csökken E) nő **F) nem változik**

1.3) Egy skalár mennyiség, mint pl. a $\rho(\underline{r},t)$ sűrűség teljes megváltozása felbontható ún. lokális és konvektív megváltozások összegére. Karikázza be a helyes kifejezés(ek) betűjelé(i)t!

A) $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial \underline{r}} \frac{\partial \underline{r}}{\partial t}$ B) $\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial \underline{r}} \frac{\partial \underline{r}}{\partial t}$

C) $\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial \underline{r}} + grad\rho$ D) $\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + grad\rho \cdot \underline{v}$

1.4) Egy elemi folyadékrész **lokális gyorsulása** az alábbi összefüggéssel írható fel:

$A)\ \underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \frac{\partial \underline{\mathbf{v}}}{\partial t}$ $B)\ \underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \frac{\partial \underline{\mathbf{r}}}{\partial t}$

$C)\ \underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \frac{\partial \underline{\mathbf{v}}}{\partial \underline{\mathbf{r}}} \frac{\partial \underline{\mathbf{r}}}{\partial t}$ $D)\ \underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\mathbf{v}}$

1.5) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok(ok) betűjelét! A folytonosság tétel általános alakja:

A) $\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_A \rho\, \underline{v}\, d\underline{A} = 0$ B) $\frac{\partial p}{\partial t} + div(p\underline{v}) = 0$

C) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \underline{v}) = 0$ D) $\int_V \frac{d\underline{v}}{dt} dV + \int_V div(\rho \underline{v}) dV = 0$

1.6) Az alábbiak közül mely(ek) a nyomásgradiens vektor tulajdonsága(i)? Karikázza be a helyes válasz vagy válaszok betűjelé(i)t! A nyomásgradiens vektor…

A) … a nyomás legrohamosabb csökkenésének irányába mutat.
B) … a nyomás legrohamosabb csökkenésének irányára merőleges.
C) … a nyomás legrohamosabb növekedésének irányába mutat.
D) … a nyomás legrohamosabb növekedésének irányára merőleges.

1.7) Melyik alábbi áramlástani fogalmat definiálja a következő mondat? Karikázza be a helyes válasz vagy válaszok betűjelét!

„Egy adott folyadékrész egymást követő időpillanatokban elfoglalt térbeli helyzeteit összekötő görbe.”

A) pálya
B) áramvonal
C) nyomvonal

1.8) Egészítse ki a Bernoulli-egyenlet alábbi hiányos alakját helyesre! Feltételek: ideális közeg instacioner áramlása, csak a potenciálos nehézségi erőtér hat, az „1” és „2” pontok egy áramvonalon helyezkednek el. Kérem, adja meg minden Ön által beírt mennyiség nevét és mértékegységét is!

Mennyiségek neve, mértékegysége: $\underline{v}$[m/s] sebesség vektor; g [N/kg] térerősség vektor nagysága

$$\int_1^2 \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} d\underline{s} + \left[\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + g \cdot z \right]_1^2 = 0$$

1.9) Karikázza be a helyes válasz vagy válaszok betűjelét! Adott sűrűségű (ρ) levegő közeg stacioner áramlásában egy adott áramvonal adott pontjában a $\underline{v}$ sebességvektor és a pontbeli érintő gömb sugara (0<R<∞) ismert nem zérus értékű. Az ún. természetes koordinátarendszerben felírt Euler-egyenlet szerint, az erőtér hatását elhanyagolva, a nyomásgradiens normális irányú komponensét ismerve kimondható, hogy…

A) … az érintő kör középpontjából sugárirányban kifelé haladva a nyomás nő.
B) … az érintő kör középpontjából sugárirányban kifelé haladva a nyomás csökken.
C) … az érintő kör középpontja felé sugárirányban befelé haladva a nyomás nő.
D) … $\frac{\partial p}{\partial n} > 0$.

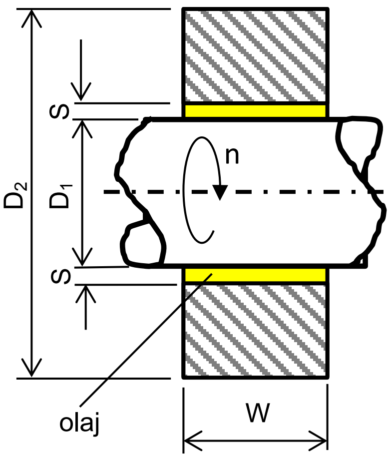
1.10) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok betűjelét! A $\underline{g}=-g_g\underline{k}$ térerősségvektorral jellemzett potenciálos nehézségi erőtérben egy nyugalomban lévő ρ=áll. sűrűségű folyadéktér két, térben eltérő helyen, de egymással azonos $z_1=z_2$ koordinátájú $P_1(x_1;y_1;z_1)$ és $P_2(x_2;y_2;z_2)$ pontjára igaz(ak) az alábbi állítás(ok):

A) $p_1 \neq p_2$
B) $U_1 = U_2$
C) A két pont izobár szintvonalon (szintfelületen) helyezkedik el.
D) Egyik előző válasz sem helyes.

2.FELADAT (8pont) A $\varnothing D_1$=40mm átmérőjű tengelyt állandó n=9600 percenkénti fordulatszámmal forgatjuk. A tengelyt egy W=30mm hosszúságú és $\varnothing D_2$=80mm külső átmérőjű álló csapágyház veszi körül. A tengely és a csapágyház között lévő S=0,01mm méretű rést állandó 800kg/m^3 sűrűségű és állandó 0,001kg/(m·s) viszkozitású kenőolaj tölti ki.

FELTÉTELEK: stacioner állapot, vékony résben a sebességprofil lineáris, az olaj newtoni folyadéknak tekinthető.

KÉRDÉSEK: Határozza meg a résben ébredő csúsztatófeszültséget, az ebből adódó átlagos kerületi erőt, a veszteség-nyomatékot és veszteségteljesítményt!



MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

Fordulatszám: n = 9600 ford/perc = 160 ford/s

Szögsebesség: $\omega = 2\cdot\pi\cdot n = 1005{,}31$ 1/s

Kerületi sebesség: $v_{ker} = R_1\cdot\omega = 20{,}106$ m/s

ahol $R_1 = D_1/2 = 40$ mm/2 = 20 mm = 0,02 m

Csúsztatófeszültség: $\tau = \mu\frac{\partial\gamma}{\partial t} \cong \mu\frac{\partial v_{ker}}{\partial r}$,

ahol $\partial v_{ker} = v_{ker} - 0 = v_{ker} = 20{,}106$ m/s

és $\partial r = S = 0{,}01$ mm = 10^{-5} m

mivel a dinamikai viszkozitás: $\mu = 0{,}001$ kg/(m·s)

Ezekkel a csúsztatófeszültség: $\tau = 2010{,}62$ Pa

A nyírt folyadék (rés) középátmérője $D_{közép} = D_1 + S = 40$ mm + 0,01 mm = 0,04001 m

azaz a középsugár $R_{közép} = D_{közép}/2 = 0{,}020005$ m

A nyírt folyadékfelszín a résben egy hengerpalást felülete:

$A_{palást} = D_{közép}\cdot\pi\cdot W = 0{,}003770853662$ m^2

Átlagos kerületi erő: $F_{ker} = \tau\cdot A_{palást} = 7{,}58175$ N (≈7,6 N)

Veszteség-nyomaték: $M_{veszt} = F_{ker}\cdot R_{közép} = 0{,}151673$ Nm

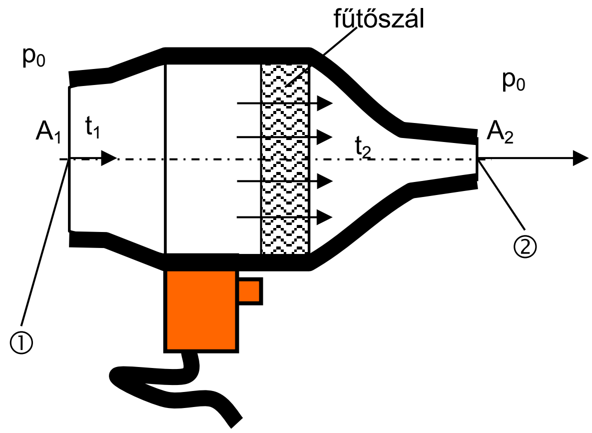
A csapágy veszteségteljesítménye: $P_{veszt} = M_{veszt}\cdot\omega = 152{,}478$ W (≈152,5 W)

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.

3.FELADAT (8pont) Az ábrán látható hőlégfúvó ún. áramcsőnek tekinthető: csak az A_1=50cm^2 belépő és az A_2=25cm^2 kilépő keresztmetszetén nyitott. A hőlégfúvóban lévő fűtőszál a beszívott t_1=17°C levegőt t_2=97°C-ra fűti fel (R=287 J/(kgK)). A kiáramló levegő átlagsebessége ismert: $\bar{v}_2 = 20 m/s$.

FELTÉTELEK: stacioner állapot, a sűrűség kiszámításának szempontjából a nyomás mindenhol $p_0 = 10^5\ Pa$ értékűnek vehető.

KÉRDÉSEK: Határozza meg a hőlégfúvó be- ill. kilépő keresztmetszeteiben a térfogatáramokat, a belépő levegő átlagsebességét és a tömegáramot!



MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

A hőlégfúvó áramcsőnek tekinthető, ahol a tömegáram q_m=állandó az áramcső bármely keresztmetszetében. A hőmérséklet változása miatt a sűrűségváltozás nem elhanyagolható! $\Delta\rho$>5%, így $\rho \neq$állandó! A folytonosság tétele így stacioner esetben:

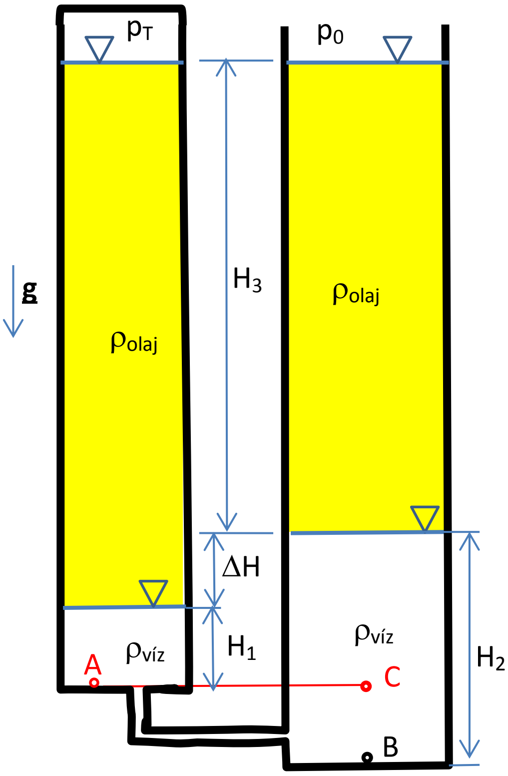
$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2$$
$$\rho_1 \cdot q_{V,1} = \rho_2 \cdot q_{V,2}$$

Ahol a térfogatáramok:
$$q_{V,1} = v_1 \cdot A_1$$
$$q_{V,2} = v_2 \cdot A_2$$

A levegő sűrűsége gáztörvényből: $\rho_1 = p_1/(R\cdot T_1) \approx p_0/(R\cdot T_1)$ = 1,20149 kg/m^3 (felesleges kiszámolni!)
$\rho_2 = p_2/(R\cdot T_2) \approx p_0/(R\cdot T_2)$ = 0,94171 kg/m^3 (felesleges kiszámolni!)

	„1”	„2”
A [m^2]	$50\cdot10^{-4}$=0,005	$25\cdot10^{-4}$=0,0025
t [°C]	17	97
T [K]	290	370
p [Pa]	10^5	10^5
ρ [kg/m^3]	1,201489847 (felesleges kiszámolni!)	0,941708259 (felesleges kiszámolni!)
v [m/s]	$=v_2\cdot\rho_2/\rho_1\cdot A_2/A_1=$ $=v_2\cdot(T_1/T_2)\cdot(A_2/A_1)$=7,6316 m/s	20 m/s (ismert)
q_V [m^3/s]	$q_{V,1}=v_1\cdot A_1$=0,0381578 m^3/s	$q_{V,2}=v_2\cdot A_2$=0,02 m^3/s
q_V [m^3/h]	0,0381578·3600=137,4 m^3/h	0,02·3600=180 m^3/h
q_m [kg/s]	$\rho_1\cdot v_1\cdot A_1= \rho_2\cdot v_2\cdot A_2$=0,045846323=4,585·$10^{-2}$ kg/s	
q_m [kg/h]	0,045846323·3600=165,05 kg/h	

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen”, a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.



4.FELADAT (8pont) Az ábrán látható két függőleges tartály, melyek alul egy csővel össze vannak kötve. A baloldali tartály zárt fedelű (tartálynyomás: p_T), a jobboldali $p_0=10^5$Pa nyomásra nyitott szabadfelszínű. A tartályokban alul víz, felette olaj van, melyek jelen helyzetükben nyugalomban vannak. A olaj felső folyadékfelszínei a két tartályban azonos *z* magasságban vannak. **Feltételek:** ideális közeg, stacioner állapot, az ábrán látható elrendezésben a nem keveredő folyadékok nyugalomban vannak.

ADATOK:

$g=10$N/kg; $p_0=10^5$Pa; $\rho_{víz}=1000\text{kg/m}^3$; $\rho_{olaj}=800\text{kg/m}^3$

$H_1=1$m; $H_2=3$m; $H_3=8$m; $\Delta H=1$m

KÉRDÉSEK:

A) Határozza meg a baloldali tartály nyomását! $p_T=?$

B) Határozza meg a tartályok alján lévő „A" és „B" pontbeli nyomásokat! $p_B=?$; $p_A=?$

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

A)

Vegyünk fel az „A" pont *z* magasságával azonos magasságban, azonos folyadékban lévő „C" segédpontot a jobboldali tartályban! Megtehetjük, hiszen ez a két pont azonos sűrűségű folyadékban (vízben) van, közeghatáron nem kell áthaladnunk, hogy „A" pontból a „C" pontba jussunk. Hidrosztatika alapegyenletéből következően:

$$z_A = z_C$$
$$U_A=U_C$$
$$p_A = p_C$$
$$p_T + \rho_{olaj}\cdot g\cdot(H_3+\Delta H) + \rho_{víz}\cdot g\cdot H_1 = p_0 + \rho_{olaj}\cdot g\cdot H_3 + \rho_{víz}\cdot g\cdot(\Delta H+ H_1)$$

Ezt rendezve p_T-re kapjuk:

$$p_T = p_0 + (\rho_{víz}-\rho_{olaj})\cdot g\cdot\Delta H$$
$$p_T = 10^5 + (1000\text{-}800)\cdot 10\cdot 0{,}01 = 102\,000\text{Pa}$$

B)

$p_A = p_T + \rho_{olaj}\cdot g\cdot(H_3+\Delta H) + \rho_{víz}\cdot g\cdot H_1$ $\qquad$ $p_A = 102\,000\text{ Pa} + 800\cdot 10\cdot(8+1) + 1000\cdot 10\cdot 1 = 184\,000\text{ Pa}$

$p_B = p_0 + \rho_{olaj}\cdot g\cdot H_3 + \rho_{víz}\cdot g\cdot H_2$ $\qquad$ $p_B = 100\,000\text{Pa} + 800\cdot 10\cdot 8 + 1000\cdot 10\cdot 3 = 194\,000\text{ Pa}$

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.

5.FELADAT (8pont) Öt barátja elutazott ötfelé (lásd alábbi helyek). Mind az öten az alábbi hotelekben pont egy-egy 10. emeleti szobát kapnak. A hotelek földszintjének z_0=0m tengerszint feletti z_i[m] magasságai ismertek:

		z_i
Nepál	**Hotel Kathmandu**	**1298 m**
Zimbabwe	**Hotel Harare**	**1480 m**
USA	**Hotel Denver**	**1625 m**
Svájc	**Hotel Alpine**	**1700 m**
Mexikó	**Hotel Tequila**	**2216 m**

Tudjuk, hogy a hotelek emeletei mindenhol 3m magasak. Egyikük a mellékelt képet, a saját 10. emeleti hotelszoba ablakából készített fotót küldi Önnek a mai fak-zh-ra bíztatásul. Tudja, hogy az okostelefonjára mindenkinek fel van telepítve az „izoterm atmoszféra" nevű ingyenes app, amely a GPS és I.S.A. adatok alapján a helyi p[Pa] légnyomást kiszámítja és öt tizedesjegy-pontossággal ráteszi a fotó bal alsó sarkára.

ADATOK: Az I.S.A. (Int.Stand.Atm.) adatok: p_0 = 101325 Pa; T_0 = 288 K; R = 287 J/(kgK); g = 9,81 N/kg

KÉRDÉS: Izoterm atmoszféra feltétellel számítással indokolja, honnan küldte Önnek a fotót az egyik barátja!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

Izotermikus atmoszféra feltétel esetén a p=*f*(z) függvény ismert:

$$p(z) = p_0 \cdot e^{-\frac{g(z-z_0)}{RT_0}}$$

A fénykép alapján ismert a p(z)=83240,33436 Pa nyomás értéke, ehhez keressük a z magasságot.

Fenti alakot rendezve z-re kapjuk:

$$\ln\frac{p}{p_0} = -\frac{g(z-z_0)}{RT_0}$$

azaz:

$$z = -\frac{RT_0}{g} \cdot \ln\frac{p}{p_0}$$

behelyettesítve:

$$z = -\frac{287 \cdot 288}{9{,}81} \cdot \ln\frac{83240{,}33436}{101325} = 1656{,}5m$$

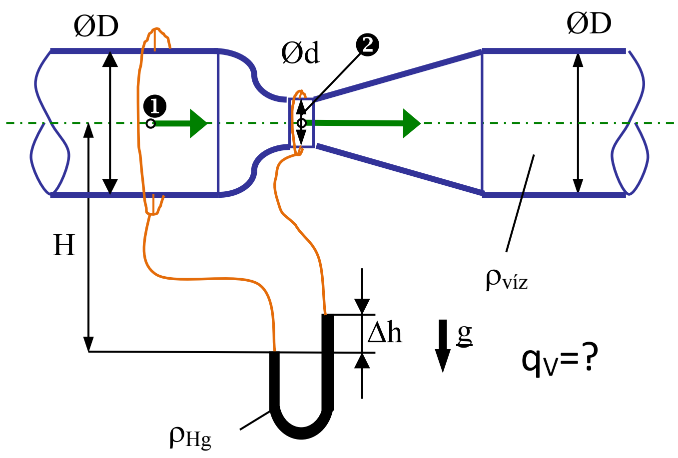
Tehát a fotó z = 1656,5 m tengerszint-feletti magasságban készült valamelyik hotelben.

Bármelyik hotel 10. emeletén állva és a fényképezőgépet kb. 1,5m magasságban tartva a fotókészítés tengerszint-feletti magassága $z = z_i + 10 \cdot 3\text{m} + 1{,}5\text{m} = z_i + 31{,}5$ m.

Ebből $z_i = z - 31{,}5$m, vagyis $z_i = 1656{,}5 - 31{,}5 = 1625$ m,
azaz a barátja a fotót a Hotel Denver (USA) 30. emeletén készítette.

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.

6.FELADAT(8pont) Egy vízszintes tengelyű ∅D=100mm vízvezeték csőbe térfogatáram-mérés céljából egy Venturi-csövet (∅d=50mm) építünk be. Az „1" és „2" keresztmetszetekben kialakított statikus nyomás megcsapolásokhoz körvezetékekkel csatlakozik a függőleges szárú, higannyal töltött U-csöves manométer, mely az ábrán látható módon H=5m-rel alacsonyabban van a csőtengelynél. A manométeren leolvasott kitérés értéke 10 higanyoszlopmilliméter, azaz Δh_{Hg}=10mm.



ADATOK: $\rho_{víz}=1000 kg/m^3$; $\rho_{Hg}=13600 kg/m^3$; g=10N/kg

FELTÉTELEK: μ=0, stacioner áramlás.

KÉRDÉSEK: Határozza meg a csőben áramló víz térfogatáramát!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

Alapegyenleteink:

- **I.** hidrosztatika alapegyenlete ="manométeregyenlet"
- **II.** Bernoulli-egyenlet (csőbeli „1"->"2" pontok között)
- **III.** folytonosság tétele (csőbeli „1"->"2" keresztmetszetekre)

I. A **manométeregyenlet** az U-csöves manométer baloldali higanyfelszínének szintjére:

$$p_{bal} = p_{jobb}$$
$$p_1 + \rho_{víz} \cdot g \cdot H = p_2 + \rho_{víz} \cdot g \cdot (H - \Delta h) + \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h$$
$$p_1 - p_2 = (\rho_{Hg} - \rho_{víz}) \cdot g \cdot \Delta h$$

Ezzel a statikus nyomáskülönbség számítható:

$$p_1 - p_2 = (\rho_{Hg} - \rho_{víz}) \cdot g \cdot \Delta h = (13600 - 1000) \cdot 10 \cdot 0{,}01 = 1260 Pa$$

II. A stacioner esetre a **Bernoulli-egyenlet** alakja:

$$p_1 + \frac{\rho_{víz}}{2} \cdot v_1^2 + \rho_{víz} \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho_{víz}}{2} \cdot v_2^2 + \rho_{víz} \cdot g \cdot z_2$$

A z=0m referencia szintet bárhova felvehetjük, most legyen $z_1=z_2$=0m a csőtengelyben.

	„1"	„2
p [Pa]	?	?
v [m/s]	v_1=?	**III. folytonosság tételéből**: $v_2=v_1(A_1/A_2)= v_1 \cdot 4$
z [m]	z_1=0m	z_2=0m

Ezzel paraméteresen a statikus nyomáskülönbség

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho_{víz}}{2} \cdot (v_2^2 - v_1^2) = \frac{\rho_{víz}}{2} \cdot v_1^2(16 - 1) = 7500 \cdot v_1^2$$

A manométeregyenletből tudjuk, hogy $p_1 - p_2 = 1260 Pa$

Melyből az „1" pontbeli áramlási sebesség v_1 = 0,40988 m/s (≅0,41 m/s),

így a keresett térfogatáram $q_{V,1} = v_1 \cdot A_1$ = 0,003219174525 m^3/s (≅0,00322 m^3/s = 11,6 m^3/h)

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.