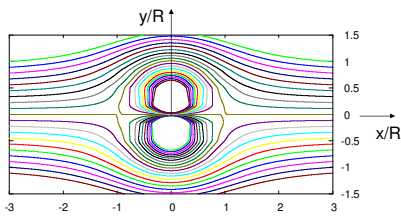


Henger körüli áramlás



$$w = c_\infty \left(z + \frac{R^2}{z} \right) \longrightarrow \bar{c} = c_\infty \left(1 - \frac{R^2}{z^2} \right)$$

$$\bar{c}|_{r=R} = c_\infty \left(1 - \frac{R^2}{R^2} e^{-2i\vartheta} \right) = c_\infty (1 - \cos 2\vartheta + i \sin 2\vartheta)$$

Henger körüli áramlás

$$\bar{c}|_{r=R} = c_\infty (1 - \cos 2\vartheta + i \sin 2\vartheta)$$

$$|c|_{r=R}^2 = (c\bar{c})|_{r=R} = c_\infty^2 [(1 - \cos 2\vartheta)^2 + \sin^2 2\vartheta]$$

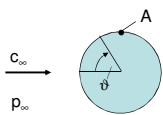
$$|c|_{r=R}^2 = c_\infty^2 \left[1 - 2 \cos 2\vartheta + \underbrace{\cos^2 2\vartheta + \sin^2 2\vartheta}_1 \right]$$

$$|c|_{r=R}^2 = 2c_\infty^2 [1 - \cos 2\vartheta]$$

$$|c|_{r=R}^2 = 2c_\infty^2 \left[\underbrace{\cos^2 \vartheta + \sin^2 \vartheta}_1 - (\cos^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta) \right]$$

$$|c|_{r=R}^2 = 4c_\infty^2 \sin^2 \vartheta \longrightarrow |c|_{r=R} = 2c_\infty |\sin \vartheta|$$

Henger körüli áramlás



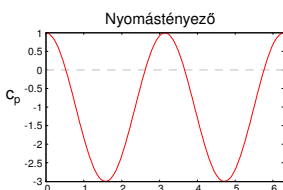
Maximális sebesség:

$$c_A = 2c_\infty$$

Nyomásmegoszlás:

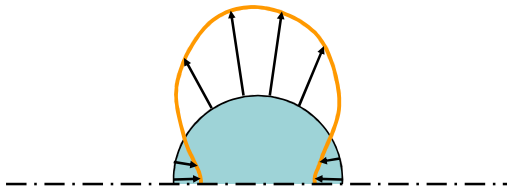
$$p_\infty + \frac{\rho}{2} c_\infty^2 = p + \frac{\rho}{2} |c|^2$$

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho}{2} c_\infty^2} = \frac{\frac{\rho}{2} c_\infty^2 - \frac{\rho}{2} |c|^2}{\frac{\rho}{2} c_\infty^2}$$



$$c_p = 1 - 4 \sin^2 \vartheta \longleftarrow c_p = 1 - \left(\frac{|c|}{c_\infty} \right)^2$$

Henger körüli áramlás

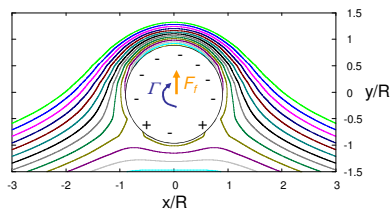


A legtöbb mozgó járműre felhajtóerő hat.

Flettner rotor

$$w = c_\infty \left(z + \frac{R^2}{z} \right) + i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln z$$

$$\frac{\Gamma}{c_\infty 2R\pi} = 1.6$$

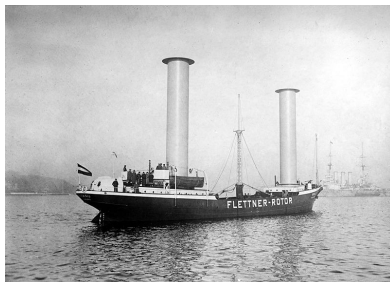
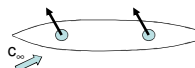


Mindkét torlópont eltörlődik lefelé.
A cirkulációval arányos felhajtóerő keletkezik.

Magnus-hatás

Kutta-Zsukovszkij tétel:

$$F_f \left[\frac{N}{m} \right] = \rho c_\infty \Gamma$$



[<http://hu.wikipedia.org/wiki/Magnus-effektus>]

A torlópont

A felületi sebesség 0:

$$\underbrace{c_\infty 2 \sin \vartheta_0}_{\text{henger}} + \underbrace{\frac{\Gamma}{2R\pi}}_{\text{örvény}} = 0$$

Mekkora cirkuláció szükséges, hogy éppen ϑ_0 szöggel tolódjanak lejjebb a torlópontok?

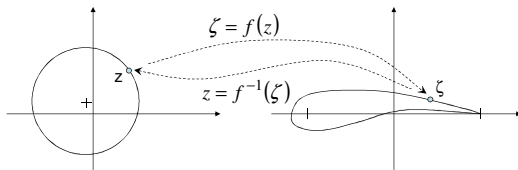
$$\Gamma = -c_\infty R 4\pi \sin \vartheta_0$$

$$\frac{\Gamma}{c_\infty 2R\pi} \begin{cases} < 2 & \text{két torlópont} \\ = 1 & \text{egy torlópont} \\ > 2 & \text{nincs torlópont a henger felületén} \end{cases}$$

Komplex leképezések

w más pontokban fogja fölvenni ugyanazokat az értéket:

$$w(z) = w(\zeta)$$



Pl. egy forgó henger körüli áramlásból szárny körüli áramlást csinálhatunk.

Zsukovszkij transzformáció

Egy komplex leképezést konform, ha nem módosítja a függvény távolférfi jellemzőit.

Az ilyen transzformációk a következő alakban írhatók fel általában:

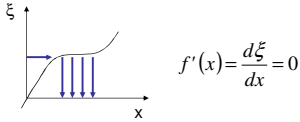
$$\zeta = f(z) = z + \frac{a_1}{z} + \frac{a_2}{z^2} + \frac{a_3}{z^3} + \dots \quad \text{ahol } a_1, a_2, a_3, \dots \text{ komplex számok.}$$

A legegyszerűbb változatot a Zsukovszkij transzformáció:

$$\zeta = z + \frac{a_{10}}{z} \quad \text{ahol } a_{10} \text{ valós.}$$

Szinguláris pontok

Ahol a transzformációs összefüggés deriváltja 0, a transzformáció inverze nem egyértelmű.
Egy valós függvénnyel szemlélítve:



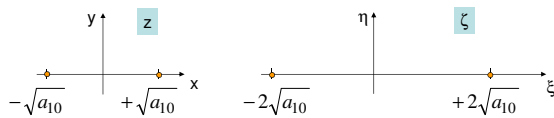
$$\zeta = z + \frac{a_{10}}{z} \longrightarrow \frac{d\zeta}{dz} = 1 - \frac{a_{10}}{z^2} = 0$$

A Zsukovszkij transzformáció szinguláris pontjai: $z = \pm\sqrt{a_{10}}$

Szinguláris pontok

A szinguláris pontok transzformált képei:

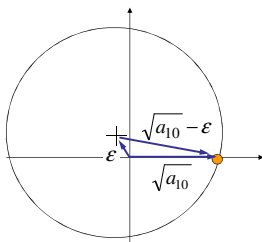
$$\zeta = \pm\sqrt{a_{10}} + \frac{a_{10}}{\pm\sqrt{a_{10}}} = \pm 2\sqrt{a_{10}}$$



A Zsukovszkij szárnyszelvények olyan körök képei, melyek legalább az egyik szinguláris ponton áthaladnak.

Zsukovszkij profilok

Hogyan írható fel egy ε középpontú, $\sqrt{a_{10}}$ -en áthaladó kör egyenlete?



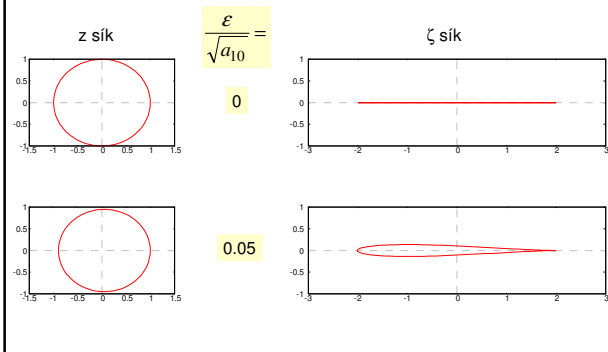
Ha ε zérus, akkor:

$$z_c = \sqrt{a_{10}} e^{i\vartheta}$$

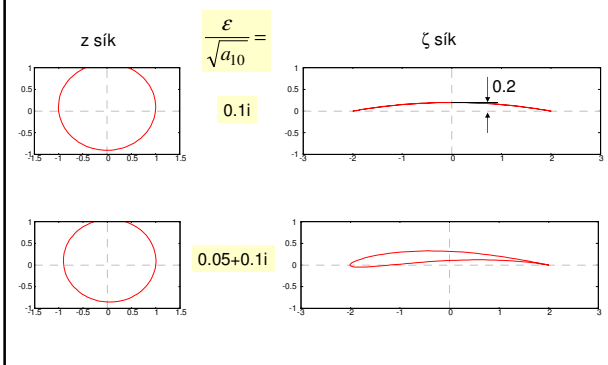
Nem zérus ε esetén:

$$z_c = (\sqrt{a_{10}} - \varepsilon) e^{i\vartheta} + \varepsilon$$

Zsukovszij profilok

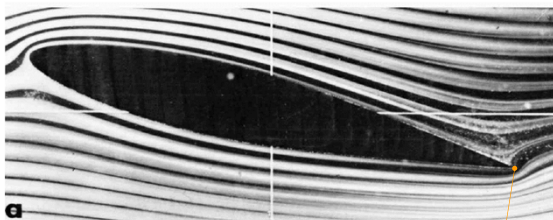


Zsukovszkij profilok



Cirkuláció nélkül

... így néz ki a henger körüli áramlás képe:



Hele-Show kísérlet: egy 13° állásszögű szárny körüli áramlás képe. Ilyen áramlásban nem lenne felhajtóerő!

Végtelen sebesség jön létre itt

A cirkuláció meghatározásához fel kell használnunk a szélsatornás tapasztalatokat!

[An album of fluid motion]

Kutta feltétel

A valóságban a hátsó torlópont mindig a kilépő élbe kerül.

A torlópont eltolódásának szöge alapján a cirkuláció kiszámítható!

Állásszög: α

$\epsilon, \alpha \rightarrow v_0 \rightarrow \Gamma$

$\alpha + \beta$ szöggel kell eltolni a hátsó torlópontot.

Ívelt lap

Becsüljük meg c_f felhajtóerő-tényező értékét ívelt lap esetén!
Feltételezhető, hogy α, f, h adottak, továbbá α és f/h értékei kicsik.

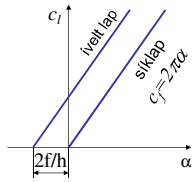
$$c_f = \frac{F_f}{\frac{\rho}{2} c_\infty^2 h}$$

Ívelt lap

A torlópont eltolásának szöge:
 $v_0 = -(\alpha + \beta)$
melyből a cirkuláció:
 $\Gamma = c_\infty 4R\pi \sin(\alpha + \beta)$
 $\Gamma \approx c_\infty h\pi(\alpha + \beta)$
 $\beta = \text{atg}\left(\frac{f/2}{h/4}\right) \approx \frac{2f}{h}$

$$c_f = \frac{\rho c_\infty \Gamma}{\frac{\rho}{2} c_\infty^2 h} = \frac{2\Gamma}{c_\infty h} \approx 2\pi \left(\alpha + \frac{2f}{h} \right)$$

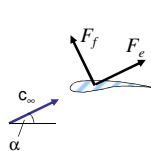
Ívelt lap



Pl. $\alpha=2^\circ$: $c_f=0.219$

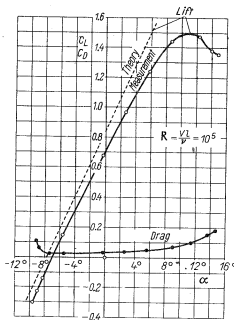
Mért érték: $c_f=0.200$

Mérésekkel összevetve



$$c_f = \frac{F_f}{\frac{\rho}{2} c_\infty^2 A}$$

$$c_e = \frac{F_e}{\frac{\rho}{2} c_\infty^2 A}$$



Egy Zsukovszkij felhajtóerő- és ellenállás-tényezője.

[Schlichting 1.11]

Alkalmazási példák

BME Áramlástan Tanszék

Olajtermelés vízszintes kúttal

The top part shows two schematic diagrams of a wellbore. The left one, labeled 'WATER CONING', shows a wellbore where the water level in the reservoir is rising towards the well. The right one, labeled 'WATER CRESTING', shows a wellbore where the water level is rising above the oil level. The bottom part is a cross-section of a reservoir with three layers: 'gáz' (gas) at the top, 'olaj' (oil) in the middle, and 'víz' (water) at the bottom. A wellbore is shown penetrating the oil layer.

Olajtermelés vízszintes kúttal

Hele-Show kísérlet

The photograph shows a laboratory setup for a Hele-Show experiment. It consists of a glass tank containing a liquid, with a horizontal wellbore-like structure made of tubes and valves. The setup is used to study the flow characteristics of a horizontal well in a thin layer.

[Dr. Lajos Tamás kutatási jelentéséből]

Partiszűrés

The diagram shows a plan view of a river flow with a wellbore. A yellow arrow labeled 'River flow' points downwards. The wellbore is shown as a vertical line with several orange dots representing sand particles being filtered out. Below the plan view are two cross-sections of the wellbore. The top cross-section shows a wellbore with a sand filter, and the bottom cross-section shows a wellbore without a sand filter, illustrating the difference in sand production.

A kút termelőkapacitása függ:

1. A folyó szintjétől és a part alakjától (lásd fenti ábra);
2. A maximális megengedhető beszívási sebességtől;
3. A kavicságyban megengedhető maximális sebességtől.

Guber József víztároló

A Fővárosi Vízművek 1970-ben átvette egy modern müncheni víztároló terveit.

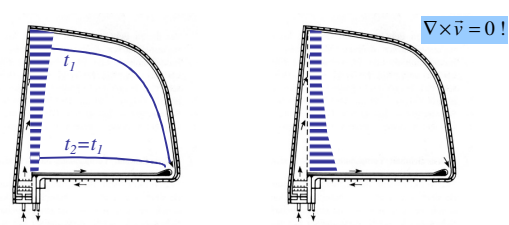


2 zongora alakú, 40.000 m³ kapacitású tároló.

Eltérő üzemeltetés


Münchenben
Átfolyásos tároló.
A teljes termelt vízmennyiség áthalad rajta, mindig van áramlás.

Budapesten
Ellennyomó tároló.
A hálózat nyomását stabilizálja, éjszaka töltődik, nappal ürül. A víz vagy csak be, vagy csak ki áramlik.

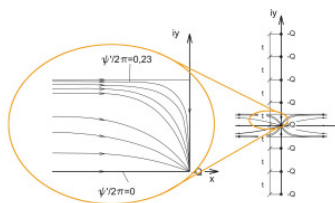


$\nabla \times \vec{v} = 0!$

Gruber József (1915-1972)



Javasolta, hogy a potenciális áramképet kellene megközelíteni. Szintén javaslatot tett az analitikus megoldás módszerére:

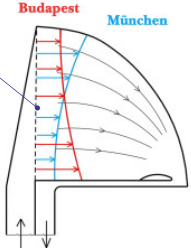


A BME Áramlástan Tanszék tanszékvezetője: 1950-1972

Végtelen nyelősor körüli áramvonalak

Laborkísérletek

Variábilis vízelosztó rács



- Kísérleti berendezés
- Egyenletes perforációval
- A müncheni változat
- A budapesti változat
