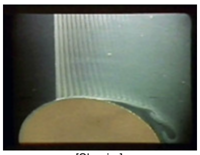
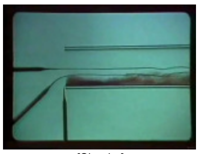
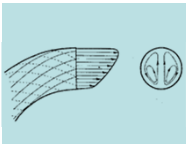
Határrétegek

Dr. Kristóf Gergely
BME Áramlástan Tanszék
2015 március 9.

Határréteggel kapcsolatos jelenségek


[Shapiro]


[Shapiro]


[Schlichting 20.25]

Leválás:
- Szabad nyíróréteg keletkezik;
- Jelentősen módosul a nyomásmegoszlás, nő az ellenállás;
- Szárnyak felhajtóerejének létrejötte is és drasztikus csökkenése is.

Turbulencia:
- A sebesség szabálytalan ingadozása;
- A határréteg megvastagodása
- Felületi transzporttényezők (pl. hőátadás, bőrsúrlódás) növekedése;
- A határréteg jobban ellenáll a leválásnak.

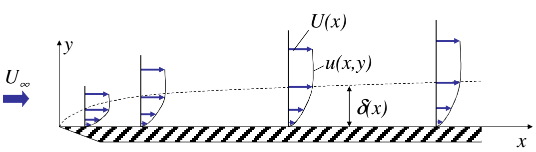
Szekunder áramlás:
- Folyadékforgalom a nagy és kisnyomású oldal között;
- Áramlás irányú örvényesség keletkezése;
- Keveredés erősödik, az ülepedő részecskék átrendeződnek a fenéken.

Kiszorítás: Virtuálisan megnő a test vagy szárny vastagsága.

A határréteg koncepció

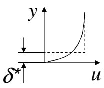
Ha a viszkozitás nagyon kicsi, a fali súrlódás csak egy vékony, δ vastagságú rétegben gyakorol hatást az áramlásra.

2D stacionárius áramlásra szorítkozunk: $\underline{v} = u\,\underline{e}_x + v\,\underline{e}_y$



A határréteg vastagsága

Definíció:



$\delta :$ $\quad u(\delta) = 0.99U$

$\delta^* :$ $\quad U\delta^* = \int_0^\infty (U - u(y))\,dy$ kiszorítási vastagság

Pl. 0 állásszögű sík lap esetén: $\delta \cong 3.26\,\delta^*$

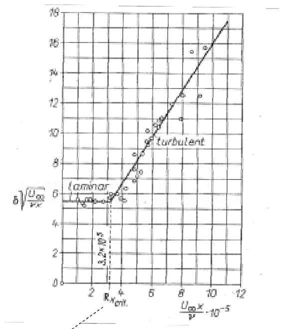
δ becsülhető, ha a tehetetlenségi erő és a viszkózus erő között egyensúlyt feltételezünk a határréteg szélén (y=δ). ν a kinematikai viszkozitás:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} \cong \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$U_\infty \frac{U_\infty}{x} \sim \nu \frac{U_\infty}{\delta^2} \longrightarrow \frac{\delta}{x} \sim \underbrace{\sqrt{\frac{\nu}{U_\infty x}}}_{Re_x^{-0.5}}$$

A határéteg vastagság változása 0 állásszögű síklapon

[Schlichting 2.16]



$\mathrm{Re}_{x,krit} = 3.2\times10^5$

A Reynolds-számot kétféleképpen definiálhatjuk:

$$\mathrm{Re}_x = \frac{U_\infty x}{\nu}$$

$$\mathrm{Re}_\delta = \frac{U_\infty \delta}{\nu}$$

Lamináris határrétegre tehát:

$$\frac{Re_\delta}{Re_x} = \frac{\delta}{x} = 5.64\,Re_x^{-0.5}$$

$$Re_\delta = 5.64\,Re_x^{0.5}$$

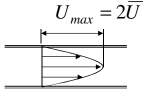
Re_{krit} síklapon és csőben

Hasonlítsuk össze a kritikus Reynolds-szám értékét síklap és cső esetén!

Síklap esetén:

$$Re_{x,crit} = 3.2\times10^5 \longrightarrow Re_{\delta,crit} = 5.64\,Re_{x,crit}^{0.5} = 3200$$

Lamináris áramlásban az átlagsebesség: $U_{max} = 2\overline{U}$



A cső sugara tekinthető a határréteg Vastagságának, így:

$$\mathrm{Re}_{\delta,crit} = \frac{U_{\max}\delta}{\nu} = \frac{\overline{U}D}{\nu} = 2300$$

A határrétegegyenlet

Referencia hossz: ℓ (pl. a síklap hossza)

Referencia sebesség: U_∞

A dimenziótlan számokat a következő mértékhez viszonyítjuk:

$$\varepsilon = \frac{\delta_{\max}}{\ell} \quad \text{és} \quad 1$$

$$x' = \frac{x}{\ell} \sim 1 \qquad u' = \frac{u}{U_\infty} \sim 1 \qquad p' = \frac{p - p_\infty}{\rho U_\infty^2} \sim ??$$

$$y' = \frac{y}{\ell} \sim \varepsilon \qquad v' = \frac{v}{U_\infty} \sim \varepsilon \qquad \mathrm{Re}_\ell = \frac{U_\infty \ell}{\nu} \sim \frac{1}{\varepsilon^2}$$

A határrétegegyenlet

Becsüljük meg az egyes tagok nagyságát ε-hoz képest!

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0$$

$$1/1 \qquad \varepsilon/\varepsilon$$

$$u'\frac{\partial u'}{\partial x'} + v\frac{\partial u'}{\partial y'} = -\frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{1}{Re_\ell}\left(\cancel{\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2}} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}\right)$$

$$1 \qquad \varepsilon/\varepsilon \qquad ? \qquad \varepsilon^2 \qquad 1 \qquad 1/\varepsilon^2$$

$$\cancel{u'\frac{\partial v'}{\partial x'}} + \cancel{v'\frac{\partial v'}{\partial y'}} = -\frac{\partial p'}{\partial y'} + \frac{1}{Re_\ell}\left(\cancel{\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2}}\right) \longrightarrow \frac{\partial p'}{\partial y'} \cong 0$$

$$\varepsilon \qquad \varepsilon \qquad ? \qquad \varepsilon^2 \qquad \varepsilon \qquad 1/\varepsilon$$

Határrétegegyenlet

Az egyenlet y komponense alapján arra következtethetünk, hogy a külső nyomás behatol a határrétegbe: $\frac{\partial p'}{\partial y'} = 0$

Ezért a nyomás csak az x koordináta függvénye, a nyomásgradiens pedig a külső áramlás sebessége alapján kiszámítható.

$$p(x) \longrightarrow -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = U\frac{dU}{dx}$$

$$\left.\begin{aligned} &\boxed{u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = U\frac{dU}{dx} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}} \\ &\boxed{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0} \end{aligned}\right\}$$

Ez a határréteg-egyenlet lamináris áramlásra. Mezőváltozóink: $u(x,y)$ és $v(x,y)$

A lamináris határréteg önhasonlósága

$$\frac{\partial u'}{\partial x'}+\frac{\partial v'}{\partial y'}=0 \qquad u'\frac{\partial u'}{\partial x'}+v'\frac{\partial u'}{\partial y'}=U'\frac{dU'}{dx'}+\frac{1}{Re_\ell}\frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}$$

Újabb skálázást alkalmazunk:

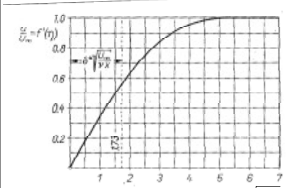
$$y''=y'\sqrt{Re_\ell}=\frac{y}{\ell}\sqrt{\frac{U_\infty \ell}{\nu}} \quad \text{és} \quad v''=v'\sqrt{Re_\ell}=\frac{v}{U_\infty}\sqrt{\frac{U_\infty \ell}{\nu}}$$

így a dimenzió nélküli HRE:

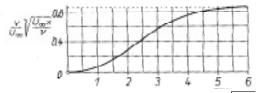
$$\frac{\partial u'}{\partial x'}+\frac{\partial v''}{\partial y''}=0 \qquad u'\frac{\partial u'}{\partial x'}+v''\frac{\partial u'}{\partial y''}=U'\frac{dU'}{dx'}+\frac{\partial^2 u'}{\partial y''^2}$$

Ennek a megoldása független Re_l értékétől: $u'(x', y'')$

Síklap feletti határréteg



$$y''=y\sqrt{\frac{U_\infty}{\nu_0 \ell}}$$



$$y''=y\sqrt{\frac{U_\infty}{\nu \ell}}$$

[Schlichting, 7.8, 7.9]

0 állásszögű síklapra a HRE megoldását Blasius (1908) adta meg.

$\delta:\quad y''=5.64$

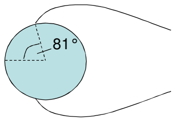
$\delta^*:\quad y''=1.73$

$$\delta=3.26\,\delta^*$$

Az önhasonlóság miatt ezek a profilok nem függenek Re_x értékétől.

Henger körüli áramlás

Ha a külső áramlás nyomása Reynolds-számtól függetlennek tekinthető, akkor a leválási pont helye sem függ Re-től.



$x'=\frac{x}{\ell}\propto \text{szög} \quad 0\le x'\le \frac{\ell\pi}{2}$ független Re_l-től

A külső áramlás örvénymentes, $U'\frac{dU'}{dx'}$ független Re_l-től

A leválás feltétele: $\left.\frac{\partial u'}{\partial y''}\right|_{y''=0}=0$ független Re_l-től