



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék

Hídszerkezetek aerodinamikai vizsgálata



Tantárgy:

Épület aerodinamika

Áramlástan Tanszék
Gépészmérnöki kar

Készítette:

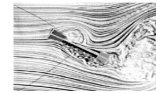
Szabó Gergely

Tervező mérnök, Pont-Terv Zrt.
Levelező doktorandusz
Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék
Építőmérnöki kar

Konzulens:

Dr. Goricsán István

Áramlástan Tanszék
Gépészmérnöki kar



Tartalomjegyzék:

1. Bevezetés	3.
2. Irodalmi adatok áttekintése	4.
2. 1. Örvényleválás	5.
2. 2. Táncolás	8.
2. 3. Széllökés	10.
<u>2. 4. Belebégés</u>	12.
2. 4. 1. Belebégésről általában	12.
2. 4. 2. Flutter instabilitások osztályozása	13.
2. 4. 3. Flutter jelenségét leíró alapegyenletek	15.
2. 4. 4. Áramlásba helyezett, mozgatott síklap	16.
2. 4. 5. Az "önvezérelt" rendszer mozgásegyenletének egyszerűsített megoldása	18.
2. 4. 6. Az aerodinamikai együttthatók	20.
2. 4. 6. 1. Származtatás a szabad rezgés módszerével	20.
2. 4. 6. 2. Származtatás az előírt mozgatás módszerével	21.
2. 4. 7. A kritikus szélesebbesség meghatározása	22.
3. Saját számítási eredmények	24.
3. 1. Hídsekcio alaki tényezőinek számítása különböző állásszögeknél	24.
3. 2. Mozgó síklapra ható áramlási erő számítása	25.
3. 3. Vasbeton kémény aerodinamikai vizsgálata	29.
4. Összefoglalás	30.
5. Felhasznált irodalom	31.
6. Köszönetnyilvánítás	32.



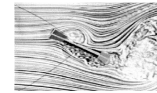
1. Bevezetés

A szerkezeti anyagok szilárdságának növekedésével egyre karcsúbb szerkezetek építésére nyílik lehetőség. Túlságosan nagy fesztávolság esetén azonban a szilárdsági követelmények teljesülése nem feltétlenül jelenti a szerkezet megfelelőségét. Igen karcsú szerkezetek esetén az alakváltozási követelményekre értelemszerűen nagy hangsúlyt kell fektetni a statikai vizsgálatok során. Emellett sajnos a dinamikai terheléseket is figyelembe kell vennünk, ami igencsak megbonyolítja a tervezési folyamatot. Jelen tanulmány célja, hogy röviden összefoglalja a hídszerkezetek esetén, szélterheléssel kapcsolatos jelenségeket, terhelési típusokat. Ennek igen nagy szerepe van, hiszen a szélterhelés a hidakat (és építőmérnöki szerkezeteket) érő, legnehezebben számítható hatás. A problémát az jelenti, hogy a szél jellege igen komplikált sztochasztikus folyamat, ráadásul a test körüláramlásaként keletkező erőhatások számítása igen nehéz feladat még abban az esetben is, ha a szerkezet a terhelés hatására kis elmozdulásokkal válaszol. Tovább bonyolódik a jelenség karcsú szerkezetek esetében, hiszen a terhelés során keletkező deformáció befolyásolja magát a terhelő dinamikus erőt. Emiatt általános esetben a szél dinamikus hatásának modellezése igen nagy elméleti felkészültséget, speciális szoftverismeretet, tapasztalatot igénylő feladat.

Szerencsére vagy éppen sajnos, a magyarországi hídépítésben ritkaságnak számítanak az igen nagy fesztávolságú szerkezetek. Ezekről eltekintve a szélterhelés meghatározása rutinfeladatnak bizonyul, amennyiben nincsenek karcsú szerkezeti elemek, amelyek veszélyeztetve lennének aerodinamikai instabilitás szempontjából. Az "átlagos" hidak hazánkban szélterhelésre vizsgálhatók a "jó öreg" 0.80 (szélnyomás, járművel terhelt híd esete) és 3.00 (széllökés, ekkor nincs feltételezve jármű a hídon) kN/m² felületi megoszló terhelés alkalmazásával. A megadott torlónyomási értékek dinamikus- és alaki tényezőket is magukba foglalnak. A torlónyomás és a jellemző felületek szorzataként megkapjuk a szerkezetre ható erőket, amiből igénybevételek számíthatók. Magyarországon jelenleg a hídtervezési gyakorlatban ezekkel a képletekkel számítjuk a szélterhet, de a közeljövőben az Eurocode használata fogja ezt felváltani nagy valószínűséggel.

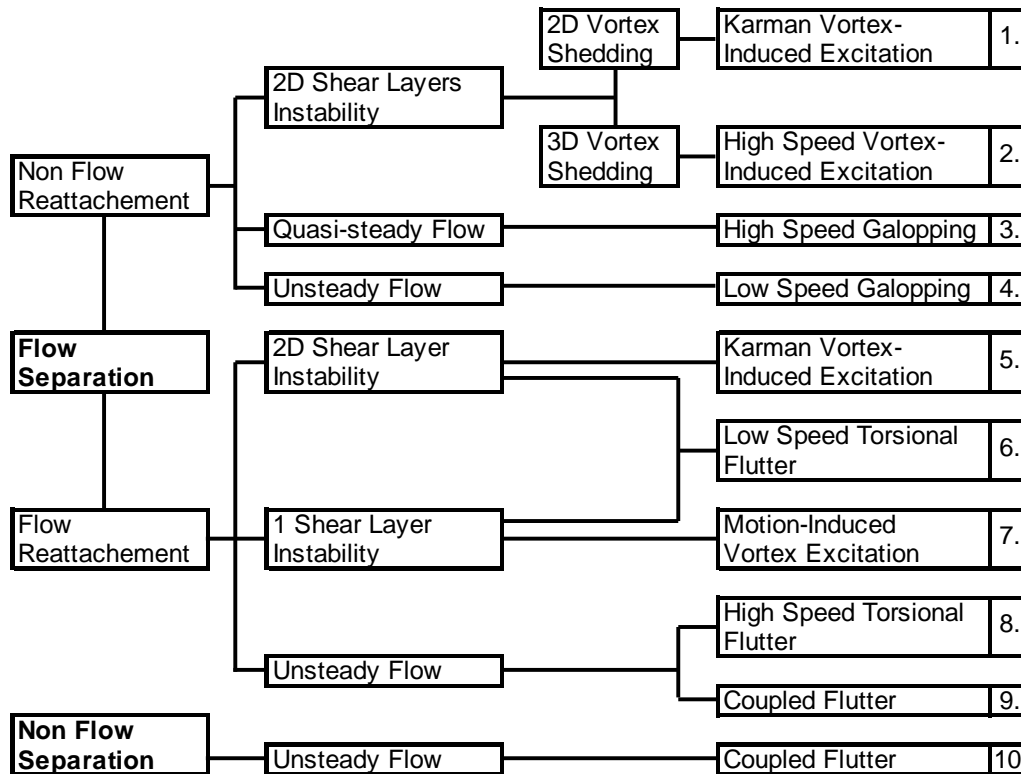
A magyarországi "átlag" hídszerkezetek nincsenek veszélyeztetve aerodinamikai instabilitás szempontjából. A szélterhelésre való méretezésnél többnyire a sarukra, szélrácsokra lehet mértékadó a számítás. Nem csoda tehát, hogy a hídtervező mérnökök nincsenek felkészülve egy komoly, részletes aerodinamikai vagy aeroelasztikus számítás elvégzésére. Az utóbbi években azonban olyan méretű hidak épültek és épülnek, amelyeknél nem csupán a megszokott statikus szélterhelés vizsgálatok, hanem az aerodinamikai illetve aeroelasztikus jelenségek vizsgálata is az érdeklődés középpontjába került.

Széldinamikai vizsgálatok közül érdekes lehet például egy hídpálya belebegés (flutter) vagy divergencia instabilitása, de létrejöhét táncolás (galloping), örvénygerjesztés (vortex shedding), széllökés (buffeting) is. Látható, hogy csak a hídpálya esetén legalább öt különféle aerodinamikai probléma léphet fel. Egy ferdekábeles híd pilonja esetében örvénygerjesztésre és széllökésre kell elsősorban gondolni. Talán a legnagyobb probléma a kábelek vizsgálatával van. Az örvénygerjesztés és széllökés esete viszonylag egyszerűen számítható, a táncolás azonban igen bonyolult lehet. A táncolás aerodinamikailag stabil kör keresztmetszetenél nem jön létre, de amint a kábelek alakja eltér eredeti alakjától, a kedvező keresztmetszet "elromlik". Ilyen lehet például a kábel jegesedése, de kör keresztmetszet ferde széliránynál már "ellipszissé válik", ami már instabil! Igen kedvezőtlen esetben az eső és szél együttes hatása igen nagy amplitúdójú rezgéseket hozhat létre. Ez a jelenség talán az összes közül a legösszetettebb, és csak néhány megfigyelés létezik az esetről, tudományosan nem tisztázott. A szél-eső-kábel interakcióját nagyon nagy érdeklődés övezi, igen komoly kutatási területet jelent. A továbbiakban a fent említett aerodinamikai problémákkal foglalkozom.



2. Irodalmi adatok áttekintése

A hidakat érintő konkrét aerodinamikai instabilitás-típusok bemutatása előtt fontosnak tartottam egy átfogó ismertetőt adni arra vonatkozóan, hogy egyáltalán milyen jelenségek léphetnek föl. Ezt követően lehet elmélyülni az egyes típusokban, aminek eredményeképpen egy bonyolult szerkezetnél "sejteni tudjuk" a mértékadó vizsgálatot. Ez pedig igen fontos a tervezői gyakorlatban, hiszen nincs idő az összes aerodinamikai instabilitás-típuson "végigzongorázni". Emiatt kerestem az irodalomban olyan rendszerezést, amelyben a lehető legrészletesebben összefoglalták a különböző instabilitásokat. Az aerodinamikai instabilitások osztályozása Matsumoto [8] szerint az 1. ábra szerint célszerű:

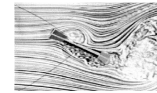


1. ábra: Aerodinamikai instabilitások osztályozása Matsumoto szerint

Az általánosan ismert instabilitások az örvényleválás (vortex extitaion), a táncolás (galloping), a belebegés (flutter) és a divergencia. A szerkezeteket szélleökések (bufetting) is terhelhetik dinamikusan, ezt a jelenséget azonban nem tartalmazza az 1. ábra, mert nem klasszikus értelemben vett instabilitási típus, de természetesen a tanulmányban kitérek rá fontossága miatt. A táblázatban nem szerepel a divergencia (ez viszont instabilitás!) sem, amire érintőlegesen ugyan, de szintén kitérek a későbbiekben.

Az 1. ábrán látható összefoglalást nem elemzem részletesen, de a későbbiekben utalni fogok rá, kiváltképpen a jobb oldalon megnevezett, számmal ellátott instabilitási típusokra. A dolgozatban kitérek az összes instabilitási típusra, azonban célszerűnek mutatkozott ezek közül egyet kiválasztani, és azzal részletesen foglalkozni. Ez a belebegés (flutter) jelensége, amelyre konkrét számítási eredményeimet is be fogom mutatni. A többi instabilitásról csak a leglényegesebb ismereteket közlöm.

Az egyes aerodinamikai jelenségek bemutatásánál igen nagyszámú, bonyolult képlet, összefüggés található, ezek azonban feltétlenül szükségesek az adott számítás korrekt végrehajtásához, függetlenül attól, hogy analitikus, numerikus vagy szabvány szerinti számításról van szó.



2. 1. Örvényleválás (Vortex shedding)

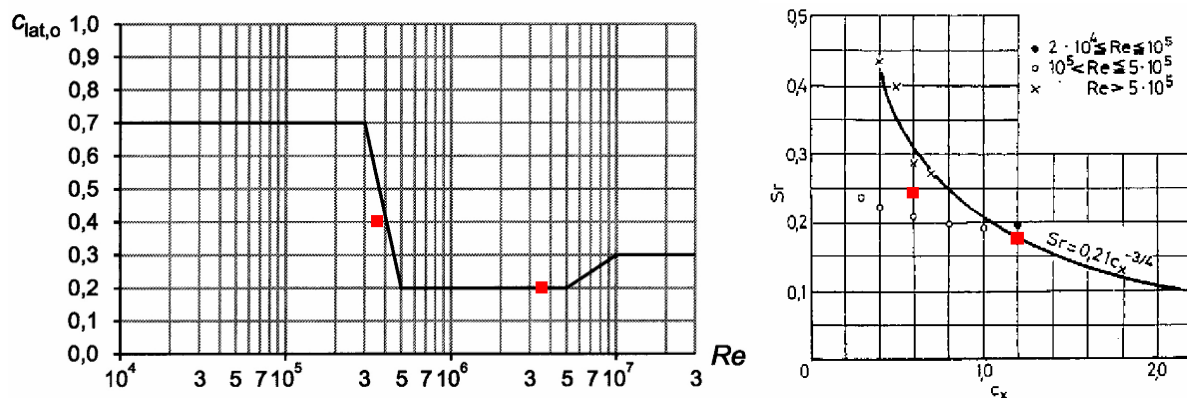
Hídszerkezetekkel kapcsolatos aerodinamikai jelenségek közül a mérnökök talán az örvényleválás jelenségét ismerik a leginkább. Ennek oka, hogy a jelenség ismerete régmúlta tekint vissza. Elég, ha csak a hídpillérek mögött jelentkező örvényekre gondolunk, amelyek mindféle műszer nélkül észlelhetők. Az örvényleválás feltűnik hengeres építményeknél is, például kéményeknél. Az örvényleválást jól ismerjük továbbá azért is, mert a megszokott építőmérnöki szerkezeteknél egyszerű, de a jelenséget jól leíró összefüggések állnak rendelkezésre.

Az építőmérnököket leginkább az áramlásban levő testre ható időfüggő erők érdeklik. Kör keresztmetszet esetére az alap áramlástani ismeretek szerint a Reynolds szám függvényében különböző esetek állnak fenn. A $Re=10^3-10^5$ tartományban erős örvényleválások észlelhetők (Kármán-féle örvények). Az örvénylés periodikus, ezért egy periodikus, áramlásirányra merőleges áramlási erő hat a szerkezetre. Ezt az erőt célszerűen szinusz függvénnyel közelítjük (például egy kémény vagy egy híd pilon esetében):

$$p(z, t) = p(z) \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot n_y \cdot t) \quad 1.$$

A fenti képletben az adott szerkezeti elem magassága mentén az időben változó megoszló terhelést számítjuk (p : magasság mentén megoszló teher, n_y : gerjesztő frekvencia). A két ismeretlen (merev szerkezetek esetén) a keresztirányú alaki tényező és a leválási frekvencia. A mérnöki köztudatban - körhenger - esetében a $c_y=0.20$ oldalirányú alaki tényező és a $St=0.20$ értékek az ismertek.

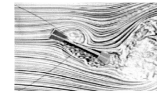
Fontos azonban megjegyeznünk, hogy ezek az értékek nyilván nem állandóak a Reynolds szám függvényében. Az 2. ábrán a keresztirányú alaki tényezők Reynolds szám függését (bal oldal), és a Strouhal szám szélirányú erőtenyező függését (jobb oldal) mutatja. A piros pontok CFD számításaimból származó eredményeket jelölnék (lásd 3. 3. fejezet).



2. ábra: Keresztirányú erőtenyezők és a Strouhal szám változása

A nagy méretű szerkezetek esetében (pl. kémények) azonban a Reynolds szám értéke olyan nagy, hogy a keresztirányú alaki tényező értéke a 0.20 körüli értéket, a Strouhal szám pedig a 0.20 körüli értéket adja, ami a köztudatban szerepel.

Az eddigiekben pusztán a merev szerkezetre működő áramlási erőket vizsgáltam, nem foglalkoztam azzal, hogy a szerkezet rezgő mozgást végezhet a gerjesztő erő hatására. Ha ez a mozgás nagy amplitúdójú, akkor nyilvánvalóan visszahat az áramlási erőkre. Ennek a vizsgálatára pedig igencsak elbonyolítja az amúgy egyszerűnek mondható jelenséget.



Másik fontos probléma, hogy az áramlási sebesség nem állandó a szerkezet hossza mentén, így nem azonos az örvényleválási frekvencia sem.

A probléma precízebb kezelésére érdemes a szabályzati előírásokat tanulmányozni. Erre javasoljuk először az egyszerűen alkalmazható MSZ 15021/1-86 szabályzatot használni, ami jelentős egyszerűsítéseket használ. A fent említett jelenségeket azonban igen részletesen vizsgálja MSZ EN 1991-2-4: 2005, ami az Eurocode terhelésekkel foglalkozó szabványrészletének magyarosított változata. Ebből fontosnak tartok bemutatni néhány összefüggést, ami alkalmas toronyszerű szerkezetek korrekt szélterhelés vizsgálatára. Tekintettel arra, hogy egy 100m magas vasbeton kémény esetére a szükséges számításokat egy másik tanulmány keretében [14] elvégeztük, a számszerű eredményeket közlöm a képletek jobb érzéketősége, érthetősége érdekében.

Először egy kritikus szélesebséget kell számolni, amelynél a szerkezet sajátfrekvenciája közel esik a szél által keltett örvénygerjesztés frekvenciájával:

$$v_{cr,1} = \frac{b \cdot n_{1,y}}{St} = \frac{5.2 \cdot 0.43}{0.18} = 12.42 \text{ m/s} \quad 2.$$

A képletben b : kéményátmérő, $v_{cr,1}$: 1. sajátfrekvenciához tartozó kritikus szélesebség, $n_{1,y}$: 1. keresztirányú sajátfrekvencia, St : Strouhal szám. Tekintettel arra, hogy a szélesebség terepadottságtól függően profil szerint oszlik meg a magasság mentén, csak adott magasságban egyezhet a leválási frekvencia a szerkezet sajátfrekvenciájával. Ezt a szabályzat egy karakterisztikus hosszal (L_1) veszi figyelembe, amely a torony tetejétől lefelé értendő. Ezen a szakaszon kell alkalmazni a konstans gerjesztő erőt, minden más magasságban zérus érték feltételezendő.

$$L_1 = 6b = 6 \cdot 5.2 = 31.2 \text{ m} \quad 3.$$

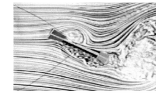
Egy vasbeton kémény tanulmányozása során végzett tanulmányban [14] kimutattuk, hogy a rezonáns gerjesztő komponensek hatásához képest a lentebb levő nem rezonáns gerjesztő tagok hatása elenyésző, ezért az Eurocode közelítése helyénvaló. A karakterisztikus hossz közvetve figyelembe veszi a *beragadás* (lock-in) jelenségét is, miszerint egy henger mozgása a mozgás frekvenciájához tartozó szélesebség alatti és feletti szélesebségnél is a mozgás frekvenciájával történő örvényleválást eredményez. Eszerint a mozgás mintegy rákényszeríti az örvényleválást a saját mozgására az adott szélesebség bizonyos tartományában.

A 3. képlet alakváltozási feltételhez van kötve. Mindaddig érvényes, amíg a kémény tetejének oldalirányú kitérése és az átmérő aránya kisebb, mint 0.1. Így tehát a mozgást elhanyagolja, ami azt jelenti, hogy a lock-in hatása nem jelentős ebben a mozgástartományban.

A Scrouton szám a szerkezet tehetetlenségét és belső csillapítását viszonyítja az áramló szél tömegéhez:

$$Sc = \frac{2 \cdot m_{i,y} \cdot \delta_s}{\rho \cdot b^2} = \frac{2 \cdot 8.001 \cdot 0.03}{1.25 \cdot 10^{-3} \cdot 5.2^2} = 14.20 \quad 4.$$

A 4. képletben $m_{i,y}$: megoszló tömeg, δ_s : a szerkezet logaritmikusan dekrementuma, ρ : levegő sűrűsége.



Az alábbi képletek geometriai összefüggéseket használnak fel. A képletekben szerepel a korrelációs hossz, a kémény átmérője és magassága:

$$\lambda = \frac{1}{b} = \frac{100}{5.2} = 19.23 \quad 5.$$

$$\frac{L_1}{\lambda \cdot b} = \frac{31.2}{19.23 \cdot 5.2} = 0.312. \quad 6.$$

$$K_w = 3 \frac{L_1}{\lambda \cdot b} \left[1 - \frac{L_1}{\lambda \cdot b} + \frac{1}{3} \left(\frac{L_1}{\lambda \cdot b} \right)^2 \right] = 3 \cdot 0.312 \left[1 - 0.312 + \frac{1}{3} (0.312)^2 \right] = 0.674 \quad 7.$$

A fenti képletek kiszámítása után a tetőpont oldalirányú elmozdulása számítható az alábbi képletek segítségével:

$$\frac{\max y_F}{b} = K_w \cdot K \cdot c_{lat} \cdot \frac{1}{St^2} \cdot \frac{1}{Sc} = 0.674 \cdot 0.13 \cdot 0.2 \cdot \frac{1}{0.18^2} \cdot \frac{1}{14.20} = 0.0381 \quad 8.$$

(A 8. képletben c_{lat} : keresztirányú alakú tényező).

$$\max y_F = 5.2 \cdot 0.0381 = 0.198 \text{ m.} \quad 9.$$

Az Eurocode a maximális tetőponti eltolódásból magasság mentén gyorsulási értékeket számol:

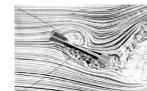
$$(2 \cdot n_{1,y} \cdot \pi)^2 \varphi_1(z) \cdot \max y_F = (2 \cdot 0.43 \cdot \pi)^2 \left(\frac{z}{100.4} \right)^2 \cdot 0.198 = 1.446 \left(\frac{z}{100.4} \right)^2 \quad 10.$$

A 10. képletben $n_{1,y}$: a szerkezet 1. sajátfrekvenciája, $\varphi_1(z)$: a kémény másodfokú feltételezett elhajlási függvénye. Ha ismerjük a gyorsulásokat magasság mentén, a tömegeloszlás ismeretében számíthatók a szerkezet nyomatékai, nyíróerői. Ezen mennyiségek végül a szerkezet teherbírás számításához használhatók fel közvetlenül.

Ebben a fejezetben az örvénygerjesztés hatását szemléltettem egy vasbeton kémény esetében, szabványok alkalmazásával. A szabvány természetesen korlátok között használható. Maximum 200m magasságig, a táblázatokban közölt keresztmetszetekre alkalmazható. Fontos kikötés továbbá, hogy nem lehet kikötött tornyot számítani a fenti összefüggésekkel. Látható, hogy speciális esetben nem élhetünk a szabvány útmutatásaival. Ilyenkor nekünk kell meghatározni olyan kérdéses paramétereket, mint például az említett karakterisztikus hossz, a keresztirányú gerjesztő frekvencia, erőtenyező.

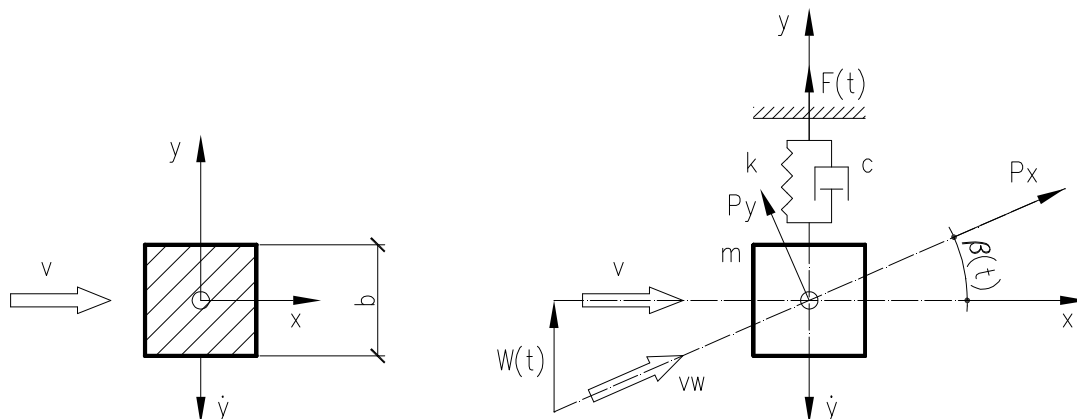
Hasznos lehet azonban a szabványos vizsgálat és numerikus szimuláció párosítása. Így például az erőtenyezőket, gerjesztő frekvenciákat szabvány szerint számítjuk, a szerkezet mechanikai modelljét a meghatározott dinamikai teherrel terheltjük, és meghatározzuk annak gyorsulásait, tömegereit. Ilyen megközelítéssel a szabvány korlátjai bizonyos mértékig "kiterjeszthetőek" [14], és összetettebb szerkezetet tudunk vizsgálni, mint például egy kikötött torony. Ha azonban a szerkezet alakja speciális, akkor nehéz a szélcsatorna kísérleteket vagy a CFD szimulációt megkerülni.

dwe



2. 2. Táncolás (Galopping)

A galopping instabilitás divergencia-szerű instabilitási jelenség, ami elsősorban nagy szélességeknél fordul elő. Főképpen eljegesedett villamos kábelek esetén észlelték. A táncolás legegyszerűbben egyszabadságfokú esetben érzékeltethető. Tekintsük az alábbi szerkezetet, amely rugóból, tömegpontból, és csillapítóelemből áll (3. ábra). A bal oldali ábrán a szél az x tengellyel párhuzamosan támadja a négyszög alakú testet. Ebben az esetben nincs keresztirányú mozgás (feltéve, hogy nincs turbulencia vagy örvénygerjesztés). Ha azonban a testet y irányba kitérítjük, rezgésbe jön. Ekkor az y irányú sebessége miatt egy $\beta(t)$ időfüggő támadási szög lép fel (3. ábra).



3. ábra: Táncolás mechanikai modellje

A keresztirányú mozgásból keletkező $W(t)$ erőt figyelembe véve és kis elmozdulásokat feltételezve az alábbi összefüggés írható:

$$\operatorname{tg} \beta(t) = \frac{W(t)}{v} \approx \beta(t) \quad 11.$$

Az időfüggő keresztirányú erőt $\beta=0$ körül linearizálva írható:

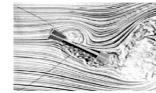
$$F(t) = \frac{\partial F}{\partial \beta} \beta = \frac{\partial F}{\partial \beta} \frac{W(t)}{v} \quad 12.$$

Tekintettel arra, hogy $W(t) = -\dot{y}$, 12. tovább alakítható:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F(t) = -\frac{\partial F}{\partial \beta} \frac{\dot{y}}{v} \quad 13.$$

A 13. egyenletben m a tömeg, c a csillapítás, k pedig a rugómerevség. Az egyes mozgáskomponensek szerint csoportosítva 13. az alábbi homogén másodrendű differenciálegyenletté alakítható.

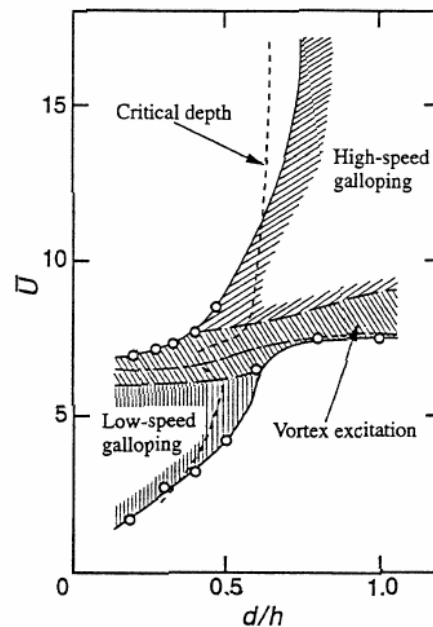
$$m\ddot{y} + \left(c + \frac{\partial F}{\partial \beta} \frac{1}{v} \right) \dot{y} + ky = 0 \quad 14.$$



A 14. egyenletből látható, hogy az egyszabadságfokú csillapított szabadrezgés differenciálegyenletét kaptuk vissza. A rezgéssebesség mindig a csillapítással van szorozva, ebben az esetben a szerkezeti csillapítás és a gerjesztésből adódó negatív csillapítás összegével. A rezgés erősödni fog, ha az alábbi egyenlőtlenség fennáll:

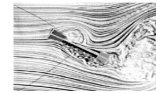
$$c + \rho \frac{vb}{2} \frac{\partial c_F}{\partial \beta} < 0 \quad 15.$$

Látható tehát a 15. egyenlőtlenségből, hogy annál kedvezőtlenebb a helyzet, minél kisebb a szerkezeti csillapítása és minél meredekebb a β szöghöz tartozó, β irányú erőtenyező a β függvényében. A nagy szélesség és arra merőleges méret további negatív hatást jelent. A táncolás jellege igen hasonló az örvényleválás okozta rezgésekhez, hiszen a rezgés iránya a szélirányra itt is merőleges, emiatt vizuálisan nehezen megkülönböztethető a két jelenség. Matsumoto [8] munkájában található 4. ábra segít az eligazodásban:



4. ábra: Galopping instabilitások esete

Az 4. ábrán egy d/h (d : szélirányra merőleges méret) oldalarányú téglalap alapú hasábot vizsgáltak. Megállapítható, hogy a Kármán-féle örvénygerjesztéshez tartozó redukált szélesség felett jelentkezik a nagysebességű galopping, ami a galopping klasszikus esetének nevezhető. A kísérletek azonban detektáltak egy másik tartományt, amelyben szintén galopping instabilitás lép föl, itt azonban kisebb a szélesség, mint az örvénygerjesztésnél. A galopping-nak ez az esete kis d/h (rövid, lapszerű) aránynál lép föl.



2. 3. Széllökés (Buffeting)

Az örvényleválás esetén nem foglalkoztunk azzal, hogy a szél időben nem állandó. Nem foglalkoztunk ezzel egyrészt azért, mert igencsak megbonyolítaná a jelenség megértését, és mert az örvényleválást a fluktuáció, turbulencia valószínűleg megzavarja, és csökkenti a rezonancia-szerű gerjesztés kialakulását. Így tehát a 2. 1. fejezetben bemutatott eljárás mellett, hogy egyszerűnek mondható, konzervatív is.

Más a helyzet azonban a szélirányú terhelés vizsgálatokkor. Ebben az esetben nem elegendő állandó szélesebséggel számolnunk, hiszen az időbeli ingadozások dinamikus terhelést jelentenek. A 2. 1. fejezethez hasonlóan itt is a vasbeton kéményen végrehajtott számításokat ismertetjük. Ennek ismeretében lehetővé válik egy híd pilonjának vagy merevítő tartójának vizsgálata "lökdöső" szélterhelésre (a "lökdösés" szó talán jobban kifejezi a jelenség lényegét, hiszen nem csak egy "lökés" lehet, de talán magyartalansága miatt nem ez terjedt el).

Megközelítésként a 2. 1. fejezethez hasonlóan azt javaslom, az olvasó a 86-os magyar szabályzati előírást olvassa el először. Ebben a következő képlettel számíthatjuk a h magasság

mentén változó ($w_0 [\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}]$) torlónyomást:

$$w_0 = 0.7 \left(\frac{h}{10} \right)^{0.32} \quad 16.$$

A fenti terhelést az alábbi egyszerű képlettel számítható dinamikus tényezővel kapjuk, egyedül a szerkezet első T_s rezgés periódusidejét szükséges számítanunk:

$$c_d = 1 + 0.1T_s \leq 1.40 \quad 17.$$

A régi magyar szabályzatok mérnökök által könnyen használható, de bizonyos esetekben durva túlméretezéshez vezető képleteket nyújtottak. Korszerű méretezéshez jól használható a 2. 1. pontban említett MSZ EN 1991-2-4: 2005 szabályzat. Az örvénygerjesztéshez hasonlóan bemutatom a fontosabb összefüggéseket. Tekintettel arra, hogy a teljes számításhoz igen nagy mennyiségű képletet kell alkalmazni, ezeket mind nem közlöm.

Elsőként a szél profilját kell meghatároznunk, ami az adott ország NAD (nemzeti alkalmazási dokumentum) előírásában rögzített, az országra jellemző alap szélesebségtől és a vizsgált szerkezetet körülvevő terepadottságoctól függ.

A v_b alap szélesebségből számítható egy alap szélnyomás:

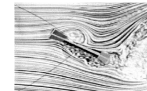
$$q_b = \frac{1}{2} \rho v_b^2 [\text{kN/m}^2] \quad 18.$$

Az alap szélnyomásból származtatható - a magasság mentén változó turbulencia intenzitás ($I_v(z)$) felhasználásával - egy csúcs szélnyomás, ami figyelembe veszi, hogy a szél időben ingadozik.

$$q_p(z) = \left[1 + 7I_v(z) \right] \frac{1}{2} \rho v_m^2(z) = c_e(z) q_b \quad 19.$$

Az erőtényező ($c_{f,0}$) a Reynolds szám és a felületi érdesség függvényében jól ismert grafikonokról lenézhető, az Eurocode azonban a képletet is ismerteti (k: homok érdesség, b: kéményátmérő):

$$c_{f,0} = 1.2 + \frac{0.18 \cdot \log(10 \cdot k/b)}{1 + 0.4 \cdot \log(\text{Re}/10^6)} = 1.2 + \frac{0.18 \cdot \log(10 \cdot 0.0385)}{1 + 0.4 \cdot \log(12.06)} = 1.148 \quad 20.$$

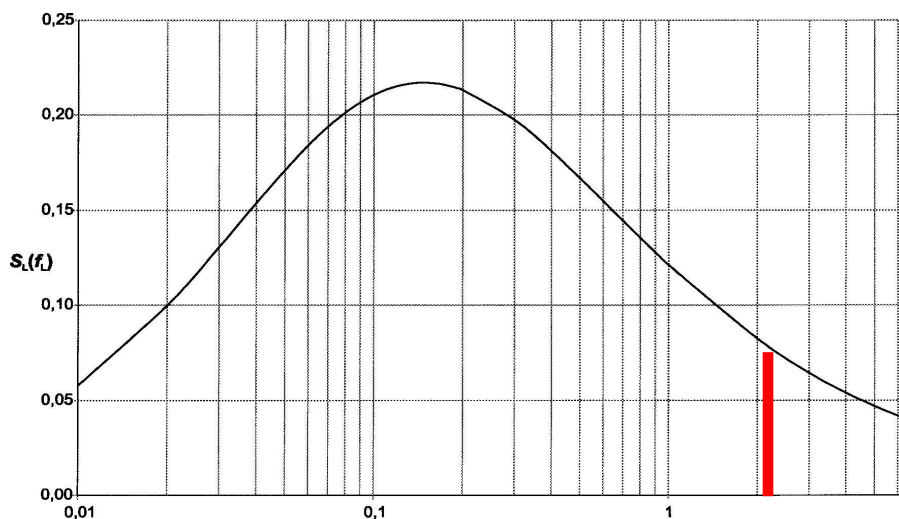


Egy adott A_{ref} felületre számítható a szélteher:

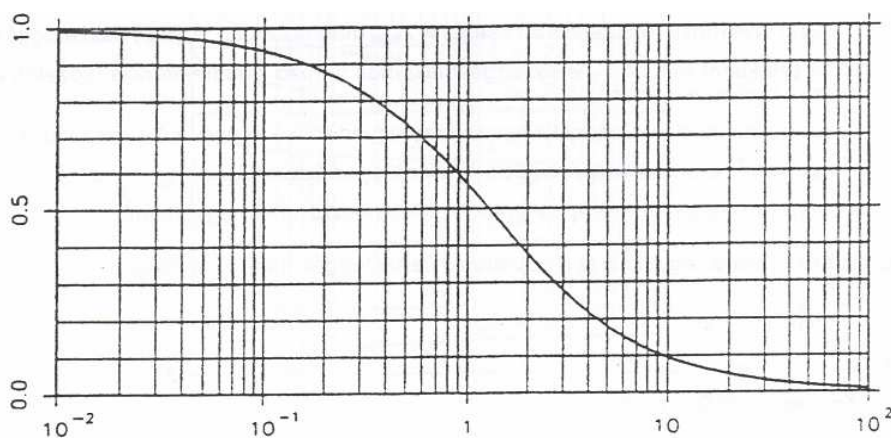
$$F_w = c_s c_d \cdot c_f \cdot q_p(z_e) \cdot A_{ref} \text{ [kN]} \quad 21.$$

A c_s tényező figyelme veszi, hogy a fluktuációkból keletkező maximumok az adott pontokon nem azonos időben keletkeznek. A c_d a dinamikus tényező. A c_s és c_d számítása igen hosszadalmas képleteken keresztül történik. A lényege, hogy figyelembe vesszük a szerkezet deformációját, térbeli korrelációt, a szél spektrális eloszlását, a kémény 3D jellegét (a kémény tetején megkerülő áramlás történi).

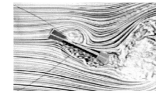
A szél spektrumát az Eurocode a dimenziótanított teljesítmény-spektrumfüggvénnyel adja meg. Ezt az 5. ábrán mutatjuk be, ahol a szerkezet első sajátfrekvenciáját jellemző 0.43Hz frekvenciához tartozó dimenziótanított értéket is feltüntettem. Az ábrából kitűnik, hogy a legerősebb fluktuáció egy nagyságrenddel kisebb tartományba esik, mint a vizsgált kémény első sajátfrekvenciája. Ebből az derül ki, hogy a lökdösésre az igen lágy szerkezetek lehetnek nagyon érzékenyek, melyeknek legkisebb sajátfrekvenciái 0.1Hz értéknél is lényegesen kisebbek. Ilyen szerkezetek pedig csak az igazán nagy fesztávolságú (>1000m) közötti hidak. A 6. ábrán a térbeli aerodinamikai korrelációs tényezőt mutatjuk be. Látható, hogy egymáshoz közeli pontok esetében a korreláció értéke 1, míg távoli pontok esetében az érték erősen csökken.



5. ábra: Dimenziótanított teljesítmény-spektrumfüggvény



6. ábra: Térbeli korrelációs függvény



2. 4. Belebégés (Flutter)

2. 4. 1. Belebégésről általában

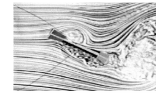
A tanulmányban bemutatott jelenségekhez képest a belebégést részletesebben kívánom bemutatni. A belebégés hídszerkezetek esetében egy olyan rezgés, amely áramlás közreműködésével jön létre. Az áramlás energiát közöl a hídpályának, ami - deformációja által - vezérli a felvett energia mennyiségét. Emiatt a jelenség rezonancia-szerű "tüneteket" mutat, azonban a rezonanciától eltérően a flutter-oláshoz szükséges szélsősebesség elérése után nem csökken a rezgés amplitúdó, tehát nem lehet definiálni rezonanciagörbét sem. Tekintettel arra, hogy egy hídpálya flutter-olása igen durva tönkremenetelt eredményezhet, fontos a téma gondos körüljárása. Elsőként bemutatom, hol fordulhat elő flutter-olás, ezt követően rátérek a hídszerkezetek esetére.

A flutterolás síklapszerű, rugalmas tulajdonságot mutató szerkezeteknél fordulhat elő, amelyek a síkjukkal közel párhuzamos áramlásba helyezünk. Fontos szerepe van a szerkezet merevségi jellegének, és a merevségéhez képesti áramlási sebességnek, az áramló közeg sűrűségének, és természetesen a szerkezet aerodinamikai jellemzőinek.

Szép példa a természetben a falevelek mozgása (7. ábra), ami szépen mutat flutter-szerű jelleget. Természethez közelinek mondható a vízben vontatott egyes műcsalik (nem mindegyik ilyen) mozgása, amelyek a falevelekhez hasonló flutter-szerű "imbolgást" produkálnak, támadásra ösztönözve a ragadozó halakat. A témához leginkább közel álló eset a vitorlázó gépek szárnyain esetlegesen jelentkező flutter instabilitás. Repülőgép modellezők körében sem ismeretlen a jelenség, gépeik szárnyai esetenként (flutter miatt) törnek.

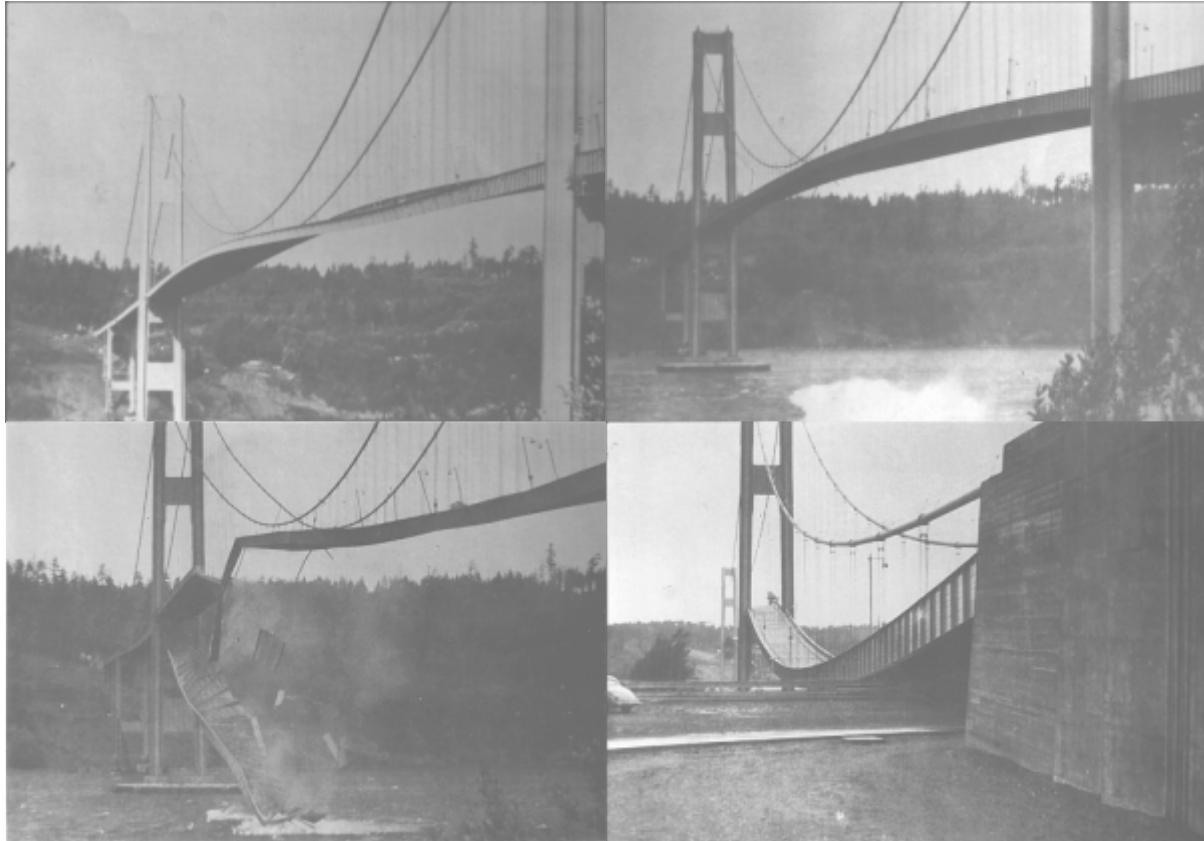


7. ábra: Flutter a természetben



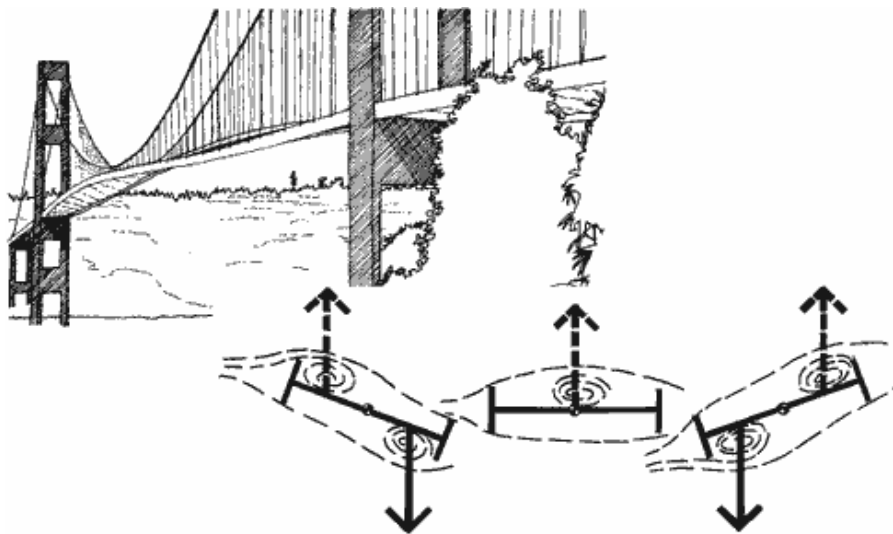
2. 4. 2. Flutter instabilitások osztályozása

Klasszikus példa a flutter instabilitásra hídszerkezetek esetében a Tacoma-Narrows híd mozgása, tönkremenetele. A tragédia középiskolákban elrettentő példa, a gyakorlatban pedig egy igen költséges "modellkísérlet". A jelenségről az alábbi 8. képsorozat tanúskodik:

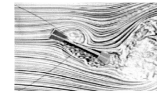


8. ábra: A Tacoma híd leszakadása

A jelenséget szépen magyarázza a 9. ábra, amelyen látható az egyes állapotokhoz tartozó, a pályára ható erők.



9. ábra: A jelenséget magyarázó ábra

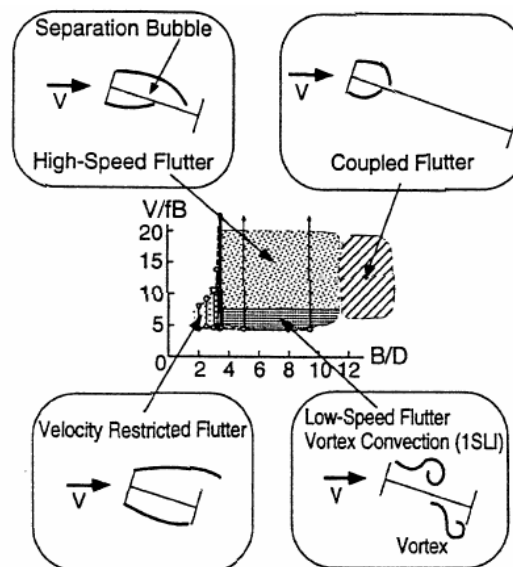


A Tacoma híd aerodinamikai instabilitása nem számít a flutter legegyszerűbb esetének. A Matsumoto által készített összefoglalás szerint a low speed torsional flutter (6. típus, 1. ábrán) és a high speed torsional flutter (8. típus, 1. ábrán) "közé" sorolható (lásd később részletesebben). A 9. rajzon láthatóan a hídpálya tetején és alján nagy méretű és energiatartalmú örvények gördülnek végig, amik az éles széloldali kontúrokon történő határréteg leválások eredményei. Ezen örvények erősen változó erőrendszerrel terhelik a pályát, ami emeli is, de főleg csavarja azt. Ez a flutter típus tehát igen komplikált és nehezen "érezhető".

Talán "klasszikusabb" esetnek tekinthető, amelynél pusztán a pálya elfordulása és felle-mozgása valamint a fellépő felhajtóerők és nyomatékok kapcsolata az alapvető a jelenség szempontjából. Az 1. ábra szerint a coupled flutter (9. és 10. típusok) esete tartozhat ide. Ha egy test áramvonalas (vagy legalább "élég lapos"), és nem keletkezhetnek intenzív örvények, amelyek erősen befolyásolnák a testre ható erőket, az valószínűleg coupled flutter-t végezhet. Ilyen lehet például egy repülőgép szárny, vagy egy igen széles, lapos hídpálya. A coupled flutter határréteg leválás nélkül és leválással is létrejöhethet, de ekkor a levált réteg újra "visszatapad".

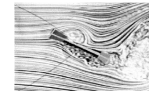
Összefoglalva tehát a flutter két fő csoportba osztható. Az egyik a coupled flutter, amelynél csavarodás és hajlítás is egyszerre jelen van. A másik csoportba tartozik a torsional flutter, ami tisztán csavarodó mozgás. Az elsőnél a mozgás szabályozta erőváltozások, a másikonál a leváló örvények, és azok mozgása dominálják a jelenséget.

A 10. ábrán látható összefoglalásból kiderül (B: szélesség), hogy H-alakú keresztmetszetek esetén a nagy szélességű pályáknál nem az örvények dominálnak, ezért ezekre a coupled flutter a mértékadó. Kisebb relatív szélességnél azonban a torsional flutter lesz a jellemző. Láthatóan a high speed és a low speed változat egyaránt előfordulhat ugyanarra a keresztmetszetre. A Tacoma híd alacsony (kb. 17-19m/s) szélességnél lebegett be, ami alatta volt a tervezési értéknek. Összefoglalva a low speed torsional flutter alacsony szélességnél jelentkezik, ami igen veszélyes.



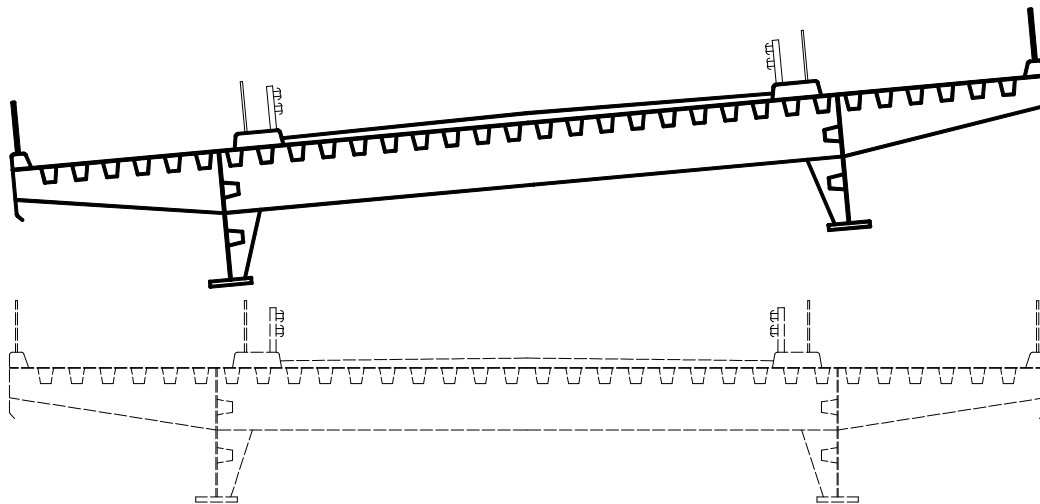
10. ábra: A torsional flutter típusai

Eddig nem említett, de fontos instabilitási típus a divergencia (a divergencia itt nem a dinamikai értelemben vett divergenciát jelenti, amikor a gerjesztő frekvencia egybeesik egy sajátfrekvenciával, de nyilván köze van hozzá). Ez a típus akkor keletkezik, amikor az első csavaró sajátfrekvencia kisebb, mint az első hajlító sajátfrekvencia.

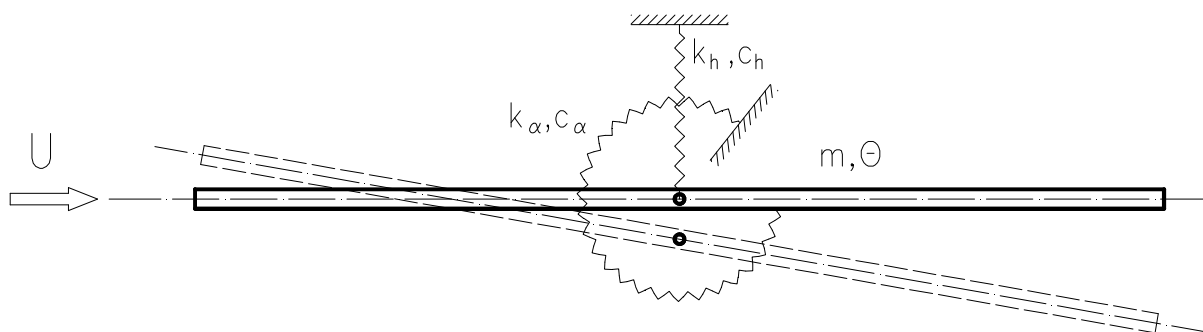


2. 4. 3. Flutter jelenségét leíró alapegyenletek

Tekintsük a 11. ábrán látható híd keresztmetszetet (két főtartós, nyitott, ortotrop pályalemezes hídpálya), amely egy kimozdult állapotában látható. A hídpályát (egy adott szeletét) két szabadságfokú, áramlásba helyezett rendszerrel lehet modellezni (12. ábra), ahol egy m tömegű, θ elfordulási tehetetlenségű síklap látható k merevségű, c csillapítású (függőleges és csavaró) felfüggesztésen. Az egyik szabadságfok a függőleges mozgás, a másik a súlypont körüli forgás. A mozgást a 22. mátrix-differenciál egyenlet írja le, ami látszólag megegyezik az általános külső gerjesztésű lineáris rezgő rendszerek mozgásegyenletével, azzal a különbséggel, hogy ebben az esetben a gerjesztő erő a gyorsulás, a sebesség és az elmozdulás függvénye (és így természetesen az idő függvénye is).



11. ábra: Hídpálya belebegése

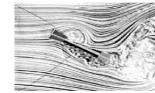


12. ábra: Hídpálya leegyszerűsített modellje

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(t) = \mathbf{Q}(\ddot{\mathbf{x}}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{x}(t)) \quad 22.$$

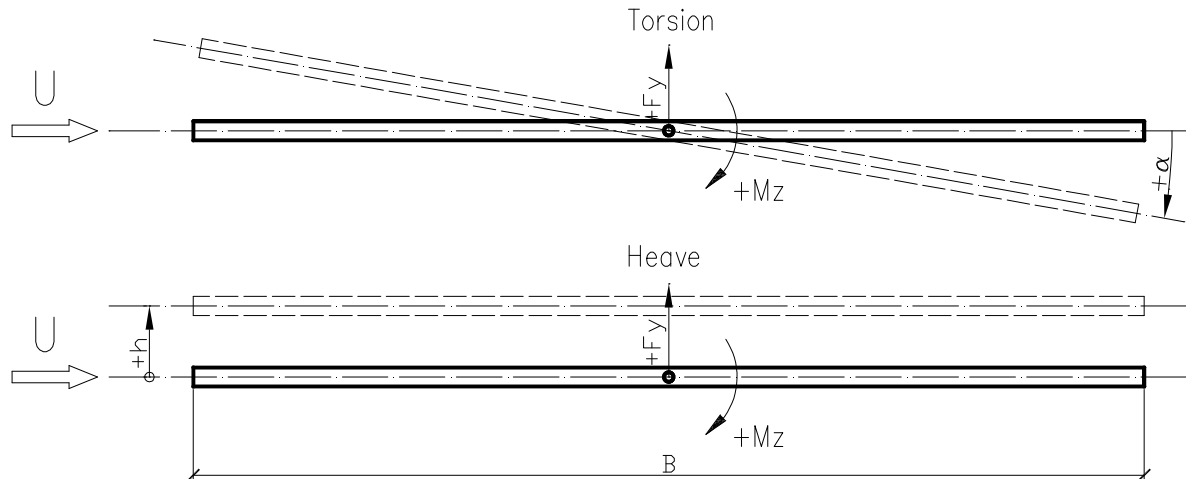
Látható tehát, hogy egy olyan mozgásegyenletet kell megoldanunk, amelynél ismeretlen a külső gerjesztő erő, hiszen az a meghatározandó ismeretlenek (és a szélsébség, szélsébség eloszlás) függvénye. Emiatt nevezhetjük a fluttert végző dinamikai rendszert önvezérlő rendszernek, a mozgást pedig önvezérelt rezgésnek, hiszen a szerkezet a mozgásával maga szabályozza, hogy a szél kinetikai energiájából mekkora mennyiséget vesz fel, és alakít át mozgási energiává.

(Megemlítem, hogy talán az elterjedt öngerjesztett rezgés kifejezés félrevezető lehet, mert ez azt sugallja, mintha külső hatás nélkül a szerkezet önmagától mozogna, ami nyilván ellentmond az energia megmaradás törvényének).



2. 4. 4. Áramlásba helyezett, mozgató sík

Áramlásba helyezett síkakra ható erők számítása régóta foglalkoztatja a kutatókat. Bár a valós szerkezetek ritkán sík alakúak, analitikus módszer levezetése általános alakú testre nem lehetséges, emellett "lapos" szerkezetek viselkedése jól közelíthető síklappal. A 13. ábrán látható mozgások, és az U sebességgel áramló közeg esetében levezették zárt alakban a lapra ható felhajtóerő és nyomaték összefüggéseit (Theodorsen [1935]). Fent a csavarás, lent pedig fel-le mozgás esete látható elkülönítve a jobb érthetőség érdekében.



13. ábra: Két szabadságfok szerinti mozgások és a fellépő erők

Az alábbi képletek (23., 24.) szolgáltatják a felhajtóerőt és a nyomatékot az idő függvényében. A képletben két szabadságfok szerinti mozgások (h , α), valamint azok első és második idő szerinti deriváltjai szerepelnek (sebességek, gyorsulások).

$$L_h = -\pi\rho b^2 (\ddot{h} + U\dot{\alpha}) - 2\pi\rho b C(k) \left[\dot{h} + U\alpha + \frac{b}{2}\dot{\alpha} \right] \quad 23.$$

$$= -\pi\rho b^2 \left[\frac{2U}{b} C(k)\dot{h} + \ddot{h} + \frac{2U^2}{b} C(k)\alpha + U(C(k) + 1)\dot{\alpha} \right]$$

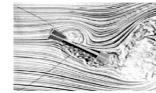
$$M_\alpha = -\pi\rho b^2 \left[\frac{Ub}{2}\dot{\alpha} + \frac{b^2}{8}\ddot{\alpha} \right] + \pi\rho Ub^2 C(k) \left[\dot{h} + U\alpha + \frac{b}{2}\dot{\alpha} \right] = \quad 24.$$

$$= \pi\rho b^2 \left[UC(k)\dot{h} + U^2 C(k)\alpha + \frac{Ub}{2}(C(k) - 1)\dot{\alpha} - \frac{b^2}{8}\ddot{\alpha} \right]$$

A fenti képletek alkalmazhatóságához szükség van még a $C(k)$ és k definiálására. A k az úgynevezett *redukált frekvencia* (reduced frequency):

$$k = \frac{b\omega}{U} \quad 25.$$

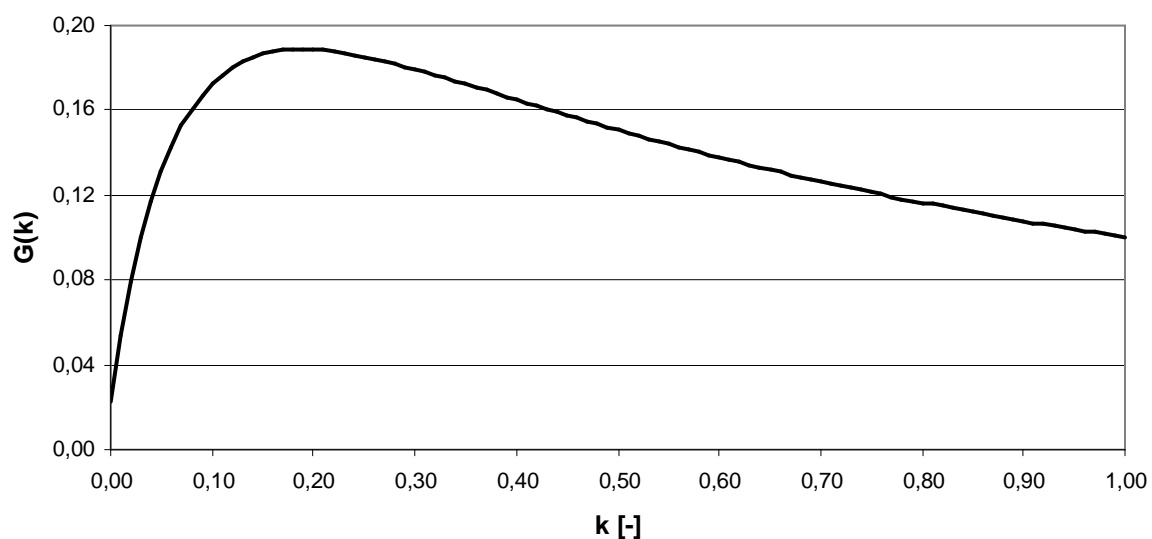
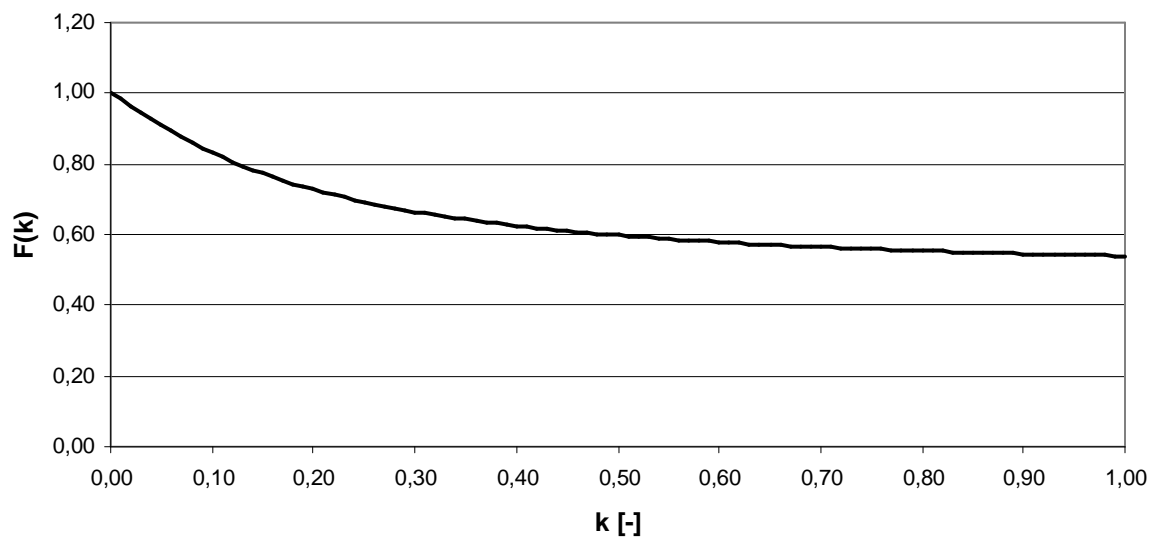
A képletben b a sík fél szélessége. Figyelnünk kell arra, hogy k mellett az irodalomban használatos egy K is, amit hasonlóan redukált frekvenciának hívnak, de b helyett a teljes sík szélességgel (B) számolnak.



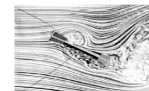
Az L_h és M_α kifejezésekben $C(k)$ a Bessel-féle függvényekből származtatható. A körülményes részleteket mellőzve: $C(k)=F(k)-iG(k)$, ahol $i = \sqrt{-1}$ a képzetes egység. Az $F(k)$ és $G(k)$ értékeit a k redukált frekvenciák függvényében a 26. és 27. összefüggésekkel közelítették (14. ábrán grafikusán is megjelenítettem). Látható, hogy a fenti összefüggésekben komplex szám szerepel, ami igen jól fejezi ki, hogy az egyes mozgáskomponensek között 90 fokos fáziseltérés van, például a le-föl mozgás és annak deriváltja között. Mivel azonban a mérnöki felfogásban nem kívánatos a komplex szám jelenléte, célszerű más reprezentációban leírni az időben változó erőt és nyomatékot. Erre az aerodinamikai együtthatókat használjuk (lásd 2. 4. 6.).

$$F(k) = \frac{0.500502k^3 + 0.512607k^2 + 0.210400k + 0.021573}{k^3 + 1.035378k^2 + 0.251239k + 0.021508} \quad 26.$$

$$G(k) = \frac{0.500502k^3 + 0.512607k^2 + 0.210400k + 0.021573}{k^3 + 1.035378k^2 + 0.251239k + 0.021508} \quad 27.$$



14. ábra: $F(k)$ és $G(k)$ függvénye



2. 4. 5. Az "önvezérelt" rendszer mozgásegyenletének egyszerűsített megoldása

Abban az esetben, ha ismerjük a hídkeresztmetszet szögelfordulása és a felhajtóerő, valamint a szögelfordulás és a nyomaték közötti összefüggéseket, akkor kvázi-statisztikus számítás végezhető. Ekkor ugyanis figyelembe vesszük ugyan a szerkezet dinamikai jellemzőit és a szögelfordulás hatását a tehervektorra, de nem vesszük figyelembe, hogy a szerkezet mozgása hogyan befolyásolja az áramlási erőket. Látható, hogy ez a módszer jelentős elhanyagolásokkal él.

A közelítő jellege ellenére érdemes mégis foglalkozni vele, hiszen a szükséges paraméterek meghatározása viszonylag egyszerű. Szükség van tehát a különböző támadási szögekhez tartozó felhajtóerőkre és nyomatékokra. Erre irányuló szélcsatorna kísérleteket láthattunk az Áramlástan Tanszék M8-as autópálya Duna hídjának vizsgálatakor. Az eredményeket, amelyeket saját CFD számításaimmal hasonlítok össze, a 3. 1. fejezetben mutatom be. A 28. differenciálegyenlet rendszert még egyszer felírva:

$$\mathbf{M}_S \cdot \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}_S \cdot \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_S \cdot \mathbf{x}(t) = \mathbf{Q}(\ddot{\mathbf{x}}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{x}(t)) \quad 28.$$

A fenti differenciálegyenlet-rendszert időben diszkrétizálva az alábbi képletekkel összefoglalt eljárást (Newmark- β) használhatjuk a kérdéses mennyiségek (elmozdulások, sebességek, gyorsulások) meghatározására:

$$\hat{\mathbf{K}}\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{p}_{i+1} \quad 29.$$

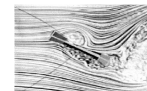
$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + \frac{1}{\beta\Delta t^2}\mathbf{M} + \frac{\alpha}{\beta\Delta t}\mathbf{C} \quad 30.$$

$$\mathbf{p}_{i+1} = \mathbf{q}_{i+1} + \mathbf{M} \left\{ \frac{1}{\beta\Delta t^2} [\mathbf{x}_i + \dot{\mathbf{x}}_i\Delta t] + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{x}}_i \right\} + \mathbf{C} \left\{ \frac{\alpha}{\beta\Delta t} \mathbf{x}_i + \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1 \right) \dot{\mathbf{x}}_i + \left(\frac{\alpha}{2\beta} - 1 \right) \Delta t \ddot{\mathbf{x}}_i \right\} \quad 31.$$

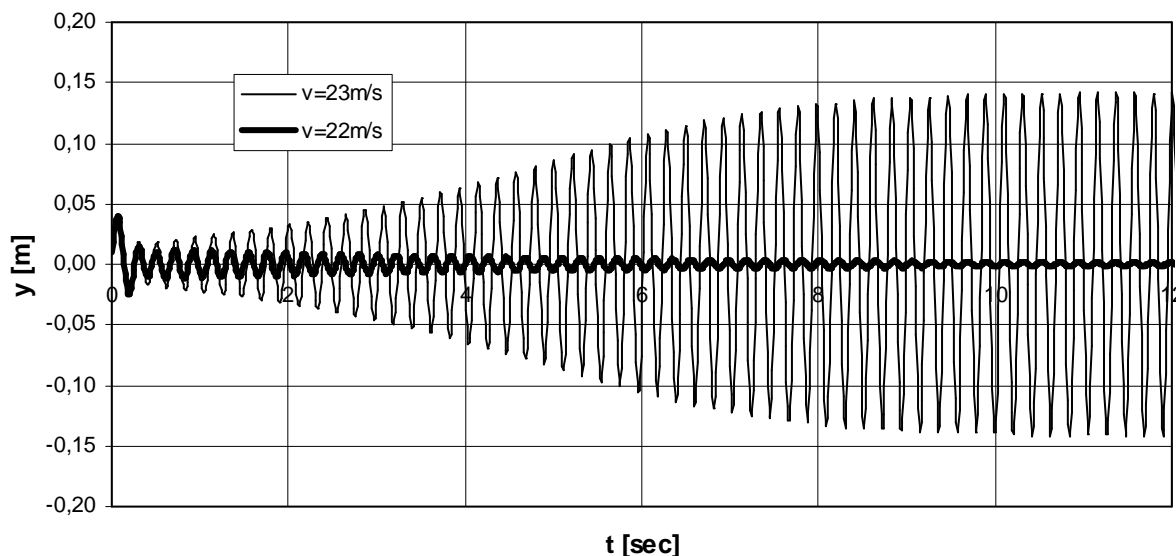
$$\ddot{\mathbf{x}}_{i+1} = \frac{1}{\beta\Delta t^2} [\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i - \dot{\mathbf{x}}_i\Delta t] - \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{x}}_i \quad 32.$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{i+1} = \frac{\alpha}{\beta\Delta t} (\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i) + \left(1 - \frac{\alpha}{\beta} \right) \dot{\mathbf{x}}_i + \left(1 - \frac{\alpha}{2\beta} \right) \Delta t \ddot{\mathbf{x}}_i \quad 33.$$

A fenti képletekben α és β stabilitási paraméterek, Δt az időlépés, \mathbf{K} : merevségi mátrix (esetünkben 2x2-es), \mathbf{M} : tömegmátrix, \mathbf{C} : csillapítási mátrix, \mathbf{x} : elmozdulások vektora (esetünkben két eleme van). Az eljárás lényege, hogy az elmozdulások (függőleges eltolódás, elfordulás) ismeretében az említett diagram segítségével a következő időpillanathoz tartozó, a testre ható külső erők számíthatók. Ezt követően a 29. lineáris egyenletrendszerből (melynek elemei a 30. és 31. kifejezések) kiszámítható a következő időpontbeli elmozdulások vektora. Az elmozdulásokból pedig a 32. és 33. segítségével a gyorsulások és a rezgésebességek számíthatók. Ismert tehát az összes mozgásjellemező az adott időpontban, így tehát a számítás folytatható tetszőleges időpontig. Ily módon minden szélsősebességhez előáll egy elmozdulás idősor, amiből kiderül, van-e flutter, vagy nincs. A bemutatott Newmark módszerhez hasonló időlépéses módszerből igen sokféle létezik (Taylor, Wilson, Runge-Kutta, Predictor-Korrector, stb.). Részletek találhatóak [2] és [13]-ban.



A rezgésegyenlet megoldásának eredményeképpen előáll a szerkezet (szekció) függőleges irányú mozgása az időben, amit két szélsősebesség esetére elvégeztem. A [2]-ben található módszerben a dunaújvárosi híd szekciójának modelljét analitikus stabilitásvizsgálattal elemezték, és kimutatták, mely sebességnél alakulhat ki flutter-instabilitás. Az [5]-ben a gerjesztő erőfüggvényt egyszerűsítve vették fel, így én is ezt alkalmaztam. A stabilitás 22 és 23 m/s értékek között alakult. A számításom során 22 és 23 m/s értékekre vizsgáltam a mozgást. Az 15. ábrán láthatóan 22 m/s értéknél a kimozdított modell lecsillapodott, míg 23 m/s-nál kialakult a határciklus (önvezérelt mozgás, flutter).



15. ábra: Függőleges mozgás az időben két különböző szélsősebességnél

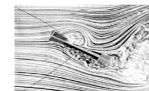
Alternatív - és igen elegáns - megoldás, ha csak a mozgásegyenlet stabilitását vizsgáljuk a Routh-Hurwitz kritérium segítségével, és nem számítunk a 15. ábrához hasonló rezgést az időben. Ehhez lineáris rendszerre van szükség, tehát a diagramjainkat linearizálnunk kell a nulla támadásszög körül. Egy analitikus eredményekre épülő megoldás eredményeképpen az alábbi linearizált gerjesztő függvény írható fel:

$$\mathbf{Q}_{lin} = \begin{bmatrix} \pi \rho v^2 l B (q_2 - \frac{\dot{q}_1}{v}) \\ \frac{1}{4} \pi \rho v^2 l B^2 (q_2 - \frac{\dot{q}_1}{v}) \end{bmatrix} \quad 34.$$

Ily módon az alábbi lineáris, homogén differenciálegyenlet-rendszert kell vizsgálnunk:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8ks + 4vc & 0 \\ vd & 2ksb^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8s & -4v^2c \\ 0 & 2sb^2 - v^2d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 35.$$

Az egyenlet kétdimenziós szekciómodellre vonatkozik, a 34. egyszerűsített gerjesztő függvény alkalmazásával. A módszer egy CFD szimuláció segítségével számított diagram segítségével is elvégezhető, így lehetséges a módszer finomítása. A gerjesztő függvény nemlinearitásának figyelembevételével, a Hopf bifurkációs algoritmus alkalmazásával a dinamikai stabilitásvesztés is részletesen elemezhető. További részletek a [4] és [5]-ben találhatóak. Hangsúlyozni kell azonban, hogy a módszer kvázi-dinamikus jellegű, nem veszi figyelembe a mozgás hatását az erőkre.



2. 4. 6. Az aerodinamikai együtthatók (flutter derivatives)

Az előző pontban bemutatott közelítés nem minden esetben alkalmazható. Ilyenek például az igen karcsú, nagy mozgásokat végző hídszerkezetek. Ezekben az esetekben az aerodinamikai stabilitásvizsgálat lényegesen bonyolódik. Ilyenkor már ugyanis figyelembe kell vennünk, hogy a szerkezet mozgása hogyan hat az aerodinamikai erőkre és viszont.

Ennek a komoly problémának a leküzdésére vezette be Scanlan és Tomko [1971] az aerodinamikai együtthatók fogalmát. A 36. és 37. a gerjesztőerőket az un. aerodinamikai együtthatók függvényében írjuk fel (lásd később).

$$L_h(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[KH_1^*(K) \frac{\dot{h}(t)}{U} + KH_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}(t)}{U} + K^2 H_3^*(K) \alpha(t) + K^2 H_4^*(K) \frac{h(t)}{B} \right] \quad 36.$$

$$M_\alpha(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[KA_1^*(K) \frac{\dot{h}(t)}{U} + KA_2^*(K) \frac{B\dot{\alpha}(t)}{U} + K^2 A_3^*(K) \alpha(t) + K^2 A_4^*(K) \frac{h(t)}{B} \right] \quad 37.$$

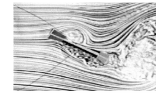
2. 4. 6. 1. Származtatás a szabad rezgés módszerével (free vibration method)

Az aerodinamikai együtthatókat többnyire szélcsatornában, szekció modellen végzett kísérletekből származtatják. Ennek során a szekciómodellt rugós felfüggesztésekre helyezik, így modellezve a szerkezet flexibilitását. Adott esetben kiegészítő csillapító elemeket is elhelyeznek. A módszer egyszerűbb elemekkel kivitelezhető, azonban az eredménykiértékelés egy kissé körülményes. Első lépésként a szekciómodellt függőleges irányú, majd hossztengety körüli forgó mozgással kitérítjük, és elengedjük. Ezt először "szélcsendben" (wind-off) tesszük, és meghatározzuk a sajátfrekvenciákat és a csillapítást a szerkezet mozgásából kiindulva. Második lépésként az eljárást különböző szélsébségek (wind-on) esetére végezzük el és digitálisan rögzítjük a mozgást. Az eljárás során az alábbi rendszer-mátrixok számíthatóak:

$$\bar{C}_{\text{eff}} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11}^{\text{mech}} - \frac{\rho B^2 \omega_h^2}{2m} H_1^* & \bar{C}_{12}^{\text{mech}} - \frac{\rho B^3 \omega_\alpha}{2m} H_2^* \\ \bar{C}_{21}^{\text{mech}} - \frac{\rho B^3 \omega_h^2}{2I} A_1^* & \bar{C}_{22}^{\text{mech}} - \frac{\rho B^4 \omega_\alpha}{2I} A_2^* \end{bmatrix} \quad 38.$$

$$\bar{K}_{\text{eff}} = \begin{bmatrix} \bar{K}_{11}^{\text{mech}} - \frac{\rho B^2 \omega_h^2}{2m} H_4^* & \bar{K}_{12}^{\text{mech}} - \frac{\rho B^3 \omega_\alpha^2}{2m} H_3^* \\ \bar{K}_{21}^{\text{mech}} - \frac{\rho B^3 \omega_h^2}{2I} A_4^* & \bar{K}_{22}^{\text{mech}} - \frac{\rho B^4 \omega_\alpha^2}{2I} A_3^* \end{bmatrix} \quad 39.$$

A fenti képletekben szerepelnek a $\bar{K}_{ij}^{\text{mech}}$ és $\bar{C}_{ij}^{\text{mech}}$ elemek, melyek csak a szerkezettől függenek, és a $\bar{K}_{ij}^{\text{eff}}$ és $\bar{C}_{ij}^{\text{eff}}$ elemek, amelyek természetesen függenek a megfújási sebességektől is. A kitérített és elengedett szekciók mozgásjeleiből képzett mátrixok segítségével a keresett rendszer-mátrixok meghatározhatóak. A konkrét számításukra jelenleg nem áll rendelkezésemre irodalom. A 38. és 39. összefüggésekből kifejezhető az aerodinamikai együtthatók. Mivel a tanulmányom szoros kapcsolatban áll a numerikus szimulációval, ezt a módszert nem ismertetem részletesen. Részletek találhatóak [16]-ban.



2. 4. 6. 2. Származtatás az előírt mozgás módszerével (forced vibration method)

A forced vibration method módszere kevésbé elterjedt, mivel számos hátránnyal rendelkezik szélcsatorna kísérletek esetében. Ezek közül a legfontosabb, hogy a vizsgált szekciót nem elegendő rugókra elhelyezni, hanem annak mozgásáról külön berendezéssel kell gondoskodni. Ez többnyire drága és körülményes. Emellett az előírt mozgások (emelkedősüllyedő, illetve csavarodó) során nem egyszerű a modellre ható erők mérése sem.

A manapság egyre inkább teret hódító áramlástani szimulációs szoftverek segítségével azonban az imént felsorolt problémák pillanat alatt szertefoszlának, ugyanis a vizsgált szekcióra előírt mozgást alkalmazni igen egyszerű, és az adott időpontban a testre ható nyomás eredő integrált értéke egyszerűen adódik. Így tehát kézenfekvőnek látszik a CFD szimuláció és a forced vibration method párosítása. Megjegyzendő, hogy a CFD free vibration method-dal való párosításának elvileg semmi akadálya nincsen, de éppen az egyszerűséget veszítenénk el, amit a CFD kínál. Emellett azonban érdekes lehet a két módszer alkalmazása CFD szimulációval, így összehasonlítás is végezhető.

A forced vibration method során a szekciómodell (valóságban vagy virtuálisan) két, egymástól független szabadságfok szerint mozog. Elsőként a modellt a hossz tengelye körül az alábbi függvény szerint forgatjuk:

$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin(\omega t) \quad 40.$$

A fenti összefüggést a 36. és 37. képletekbe behelyettesítve, és tekintetbe véve, hogy ebben az esetben a függőleges mozgás zérus, az alábbi kifejezéseket kapjuk:

$$\frac{2L(t)}{\alpha_0 K^2 \rho U^2 B} = [H_2^* \cos(\omega t) + H_3^* \sin(\omega t)] \quad 41.$$

$$\frac{2M(t)}{\alpha_0 K^2 \rho U^2 B^2} = [A_2^* \cos(\omega t) + A_3^* \sin(\omega t)] \quad 42.$$

Látható, hogy a 41. képletben H_2^* és H_3^* szerepelnek ismeretlenként, feltéve, hogy az $L(t)$ függvény ismert (méréssel vagy számítással módszertől függően). Ebből látható, hogy ha például $\cos(\omega t)$ értéke zérus, a H_3^* számítható az $L(t)$ adott pillanathoz tartozó értékéből.

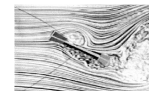
Hasonlóan számítható H_2^* értéke. Ezt követően A_2^* és A_3^* számítása hasonlóan történik.

Most tekintsük mozdulatlanak a szekciót a forgó szabadságfok szerint, és mozgassuk le-föl a 43. függvény szerint. A 44. és 45. képletekből a szükséges összes további együttható számítható. Így tehát a nyolc aerodinamikussal együttható a rendelkezésünkre áll.

$$h(t) = h_0 \sin(\omega t) \quad 43.$$

$$\frac{2L(t)}{h_0 K^2 \rho U^2} = [H_1^* \cos(\omega t) + H_4^* \sin(\omega t)] \quad 44.$$

$$\frac{2M(t)}{h_0 K^2 \rho U^2 B} = [A_1^* \cos(\omega t) + A_4^* \sin(\omega t)] \quad 45.$$



2. 4. 7. A kritikus szélesség meghatározása

Egy hídszerkezet flutter instabilitással szembeni ellenállásában nagy szerepe van az aerodinamikai együtthatóknak. Az együtthatók számításáról az előző fejezetekben írtam. Az együtthatók meghatározása azonban még nem elég, hiszen meg kell mondanunk, mekkora szélességnél lép fel nem kívánt mozgás. Erre a 2. 4. 5. fejezetben mutattam be két egyszerű eszközzel végrehajtható közelítő módszert. A dinamikai stabilitásvizsgálat korrektté végrehajtásához azonban az aerodinamikai együtthatókat használjuk. A többféle módszer közül Starossek [15] módszerét mutatom be. Írjuk föl a rezgés mátrix-differenciálegyenletét (46.):

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}^d \mathbf{x} = \mathbf{F}_L \quad 46.$$

A képletben $\mathbf{M}_s = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$ a tömegmátrix (m a tömeg, I az elfordulási tehetetlenség), $\mathbf{K}^d = \begin{bmatrix} (1 + i2\xi_h)k_h & 0 \\ 0 & (1 + i2\xi_\alpha)k_\alpha \end{bmatrix}$ pedig a merevségi-csillapítási mátrix (k: merevségek hajlításhoz és csavaráshoz). Az elmozdulás vektort $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}e^{i\alpha t}$ komplex alakban keressük (47.).

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}e^{i\alpha t} = \begin{bmatrix} h/b \\ \alpha \end{bmatrix} e^{i\alpha t} \quad 47.$$

A részleteket mellőzve az alábbi sajátérték-sajátvektor feladatra jutunk:

$$(\mathbf{A}(k) - \lambda^e \mathbf{E}) \tilde{\mathbf{x}} = 0 \quad 48.$$

A feladat a fenti (48.) rendszer vizsgálata. A stabilitás határán felül kialakul a határciklus, harmonikus rezgés indul el. Ha a komplex elmozdulás vektor nem zérus, csak az együttható mátrix determinánsának zérusértékűségével lehet stabil a rendszer. A 48. képletben $\lambda^e = \frac{1}{\omega^2}$,

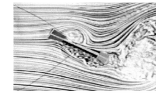
$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ és az } \mathbf{A} \text{ mátrix:}$$

$$\mathbf{A}(k) = \frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} \frac{\mu + c_{hh}}{\omega_h^2(1 + i2\xi_h)} & \frac{c_{h\alpha}}{\omega_h^2(1 + i2\xi_h)} \\ \frac{c_{\alpha h}}{r^2\omega_\alpha^2(1 + i2\xi_\alpha)} & \frac{\mu r^2 + c_{\alpha\alpha}}{r^2\omega_\alpha^2(1 + i2\xi_\alpha)} \end{bmatrix} \quad 49.$$

$$\text{Az } \mathbf{A} \text{ mátrixban } c_{hh} = \frac{2}{\pi} H_4^* + i \frac{2}{\pi} H_1^*, \quad c_{h\alpha} = \frac{4}{\pi} H_3^* + i \frac{4}{\pi} H_2^*, \quad c_{\alpha h} = \frac{4}{\pi} A_4^* + i \frac{4}{\pi} A_1^*,$$

$$c_{\alpha\alpha} = \frac{8}{\pi} A_3^* + i \frac{8}{\pi} A_2^*, \quad \xi_h \text{ és } \xi_\alpha \text{ a hajlításhoz és csavaráshoz tartozó csillapítási paraméterek,}$$

$$r = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{I}{m}}, \quad i = \sqrt{-1}, \quad \mu = \frac{m}{\pi \rho b^2}.$$



Az 50. egyenletből minden k redukált frekvenciára számítható az egyenletrendszer sajátértéke:

$$\lambda_{1,2}^e(k) = -\frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_0} \quad 50.$$

$$a_0 = \frac{(\mu + c_{hh})(\mu^2 + c_{aa}) - c_{ha}c_{ah}}{\mu^2 \varepsilon^2 r^2 \omega_h^4 \gamma} \quad 51.$$

$$a_1 = \frac{\varepsilon^2 r^2 (\mu + c_{hh})(1 + i2\xi_a) + (\mu\mu^2 + c_{aa})(1 + i2\xi_h)}{\mu^2 \varepsilon^2 r^2 \omega_h^2 \gamma} \quad 52.$$

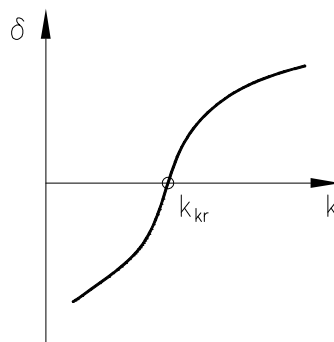
Az a_0 , a_1 képletekben szereplő változók: $\varepsilon = \frac{\omega_a}{\omega_h}$ a rendszer sajátfrekvenciáinak aránya, $\gamma = (1 + i2\xi_h)(1 + i2\xi_a)$. A sajátértékekből meghatározható a mozgás komplex sajátfrekvenciája:

$$\omega = \frac{\operatorname{Re}(\sqrt{\lambda_e})}{|\lambda_e|} - i \frac{\operatorname{Im}(\sqrt{\lambda_e})}{|\lambda_e|} \quad 53.$$

A sajátfrekvenciák valós és komplex részeinek felhasználásával számíthatjuk a rendszer logaritmikus dekrementumát (csillapítását):

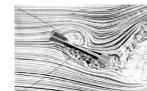
$$\delta = -2\pi \frac{\operatorname{Im}(\sqrt{\lambda})}{|\operatorname{Re}(\sqrt{\lambda})|} \quad 54.$$

Az utolsó lépés, hogy az adott k redukált frekvenciákra kiszámítjuk az 54. algoritmussal a logaritmikus csillapítást, és ábrázoljuk δ - k koordináta rendszerben. Ahol a δ értéke átlépi a k tengelyt és a negatív tartományba kerül, ott veszt el a rendszer a stabilitását, és harmonikus mozgásba kezd. Szemléltetésül tekintsük az 16. ábrán látható sematikus rajzot.



16. ábra: A kritikus redukált frekvencia meghatározása grafikusán

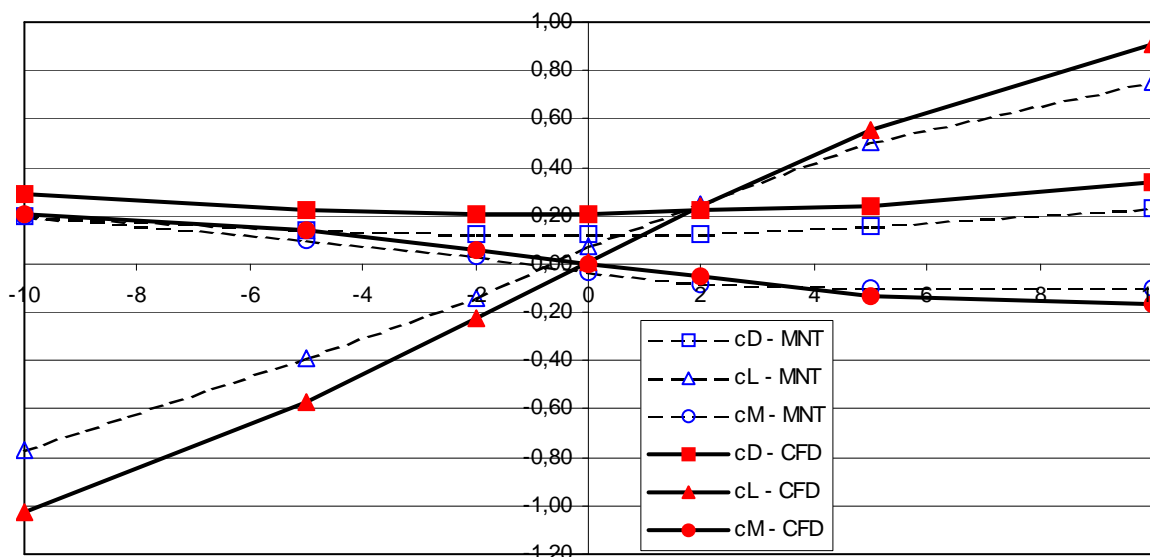
A kritikus redukált frekvencia birtokában $U_{kr} = \frac{b\omega}{k_{kr}}$ képlettel meghatározható a kritikus sebesség, ami a hosszadalmas számítások végét jelenti. Ennek az értéknek kell a szabványban rögzített mértékadó szélsősebességnél nagyobb lenni a flutter elkerülése érdekében.



3. Saját eredmények

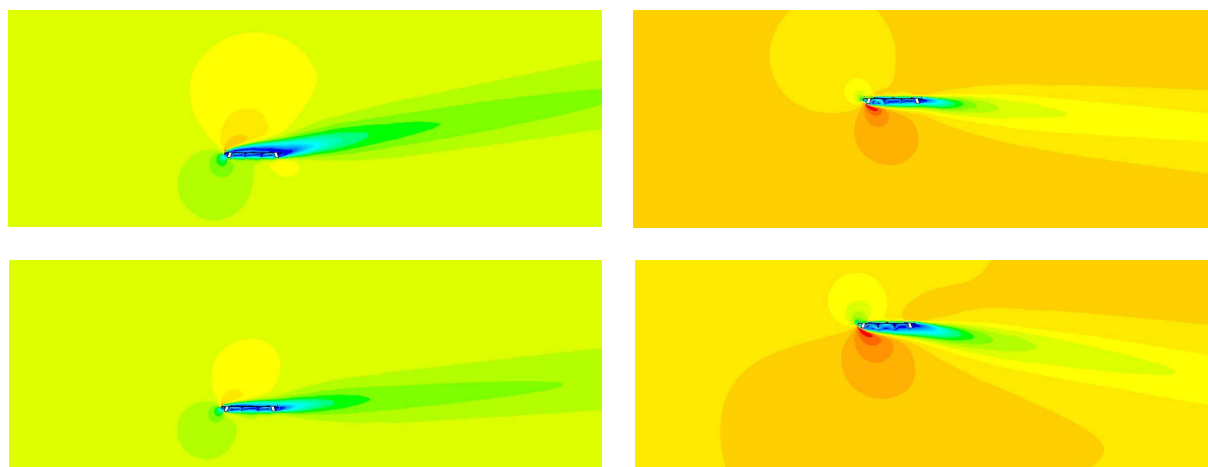
3. 1. Hídsekció alaki tényezőinek számítása különböző állásszögeknel

Az "áramlások numerikus modellezése" tárgy keretében vizsgáltam a dunaújvárosi híd szekcióját 2D, stacionárius esetben. Követtem a szélcsatorna kísérletekben alkalmazott megfújási szögeket a számítások során. Számítottam a testre ható erőket, amiből a felhajtó-és szélirányú- valamint nyomatéki erőtevényezőket ki tudtam fejezni. Az értékeket a 17. ábrán hasonlítottam össze. (MNT: Mesasurement, CFD: saját CFD számítás).

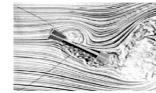


17. ábra: Erőtevényezők különböző támadásszögeknel

Tekintettel arra, hogy az első találkozásom volt áramlástani szoftverrel, az eredmény építómérnöki szempontból kielégítőnek mondható. A grafikon a 2. 4. 5. pontban bemutatott eljáráshoz nagyszerűen alkalmazható. A módszer előnye, hogy a különböző megfújási szögek modellezése egy hálózással megoldható, és a nem-időfüggő számítás 2D esetben gyorsan lefut. Így előtervezéshez a módszer bátran ajánlható. A 18. ábrán a különböző megfújási szögekhez tartozó sebességmezők szíkontúrja látható:

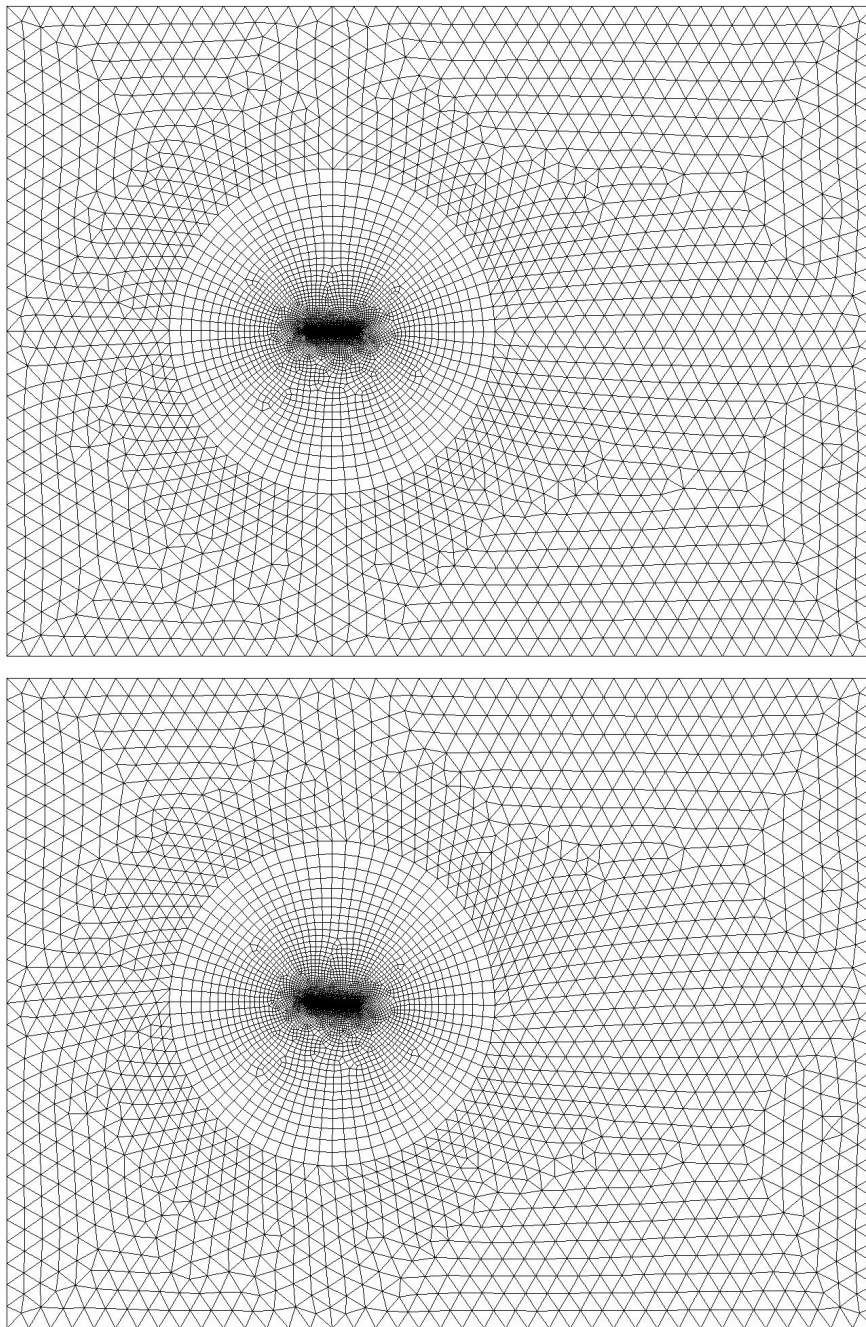


18. ábra: Sebességmezők különböző támadásszögek esetében

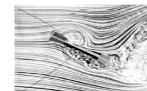


3. 2. Mozgó síklapra ható áramlási erő számítása

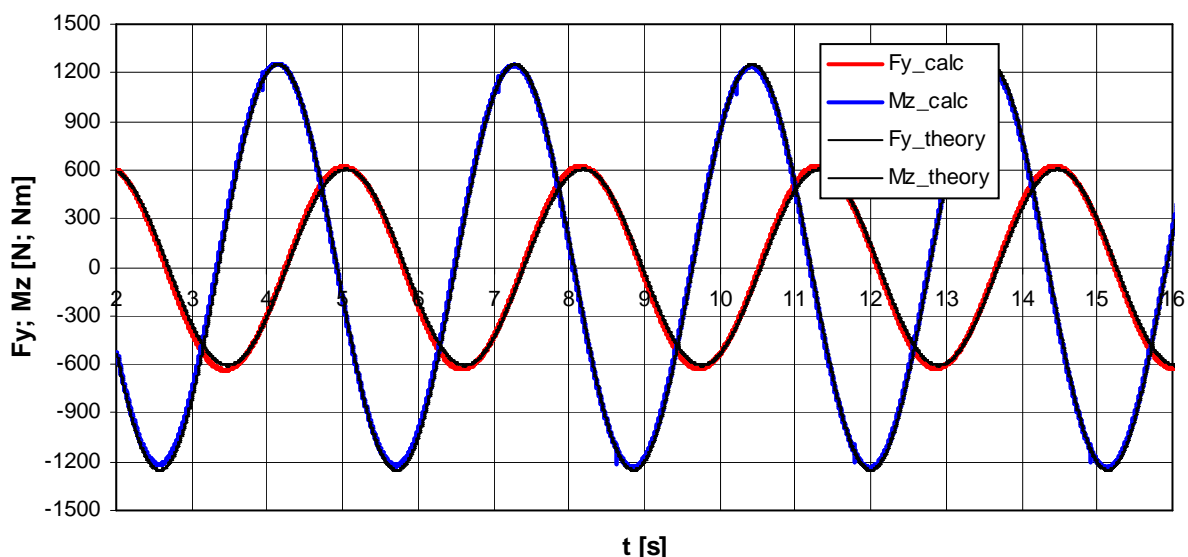
A Fluent szoftver támogatja a háló dinamikus kezelését, ezért a síklap mozgását próbáltam modellezni vele. A modellezés során fontos célkitűzés volt, hogy a test körül a határrétegben lejátszódó nagy gradiensek követésére alkalmas határréteg hálózást, és azt körülvevő még mindig elég finom hálózatot alkossak, de emellett a háló deformációját is meg kellett oldani a lehető legkisebb elemtorzulás létrejöttével. Erre a célra a 19. ábrán látható hálót készítettem. Ennek előnye, hogy a vizsgált test körül a "szokásos" merev testek szimulációjánál fellépő követelményeket teljesíti a hálózás, és ez az egész tömb (a test az azt övező finom hálóval együtt) merevtestszerűen forog. Így a torzulás a nagy elemek régiójában tud lezajlani, emiatt a torzulás nem nagy, és amúgy is távol esik a vizsgált tartománytól. Fent a kiindulási, lent egy elfordult állapot látható.



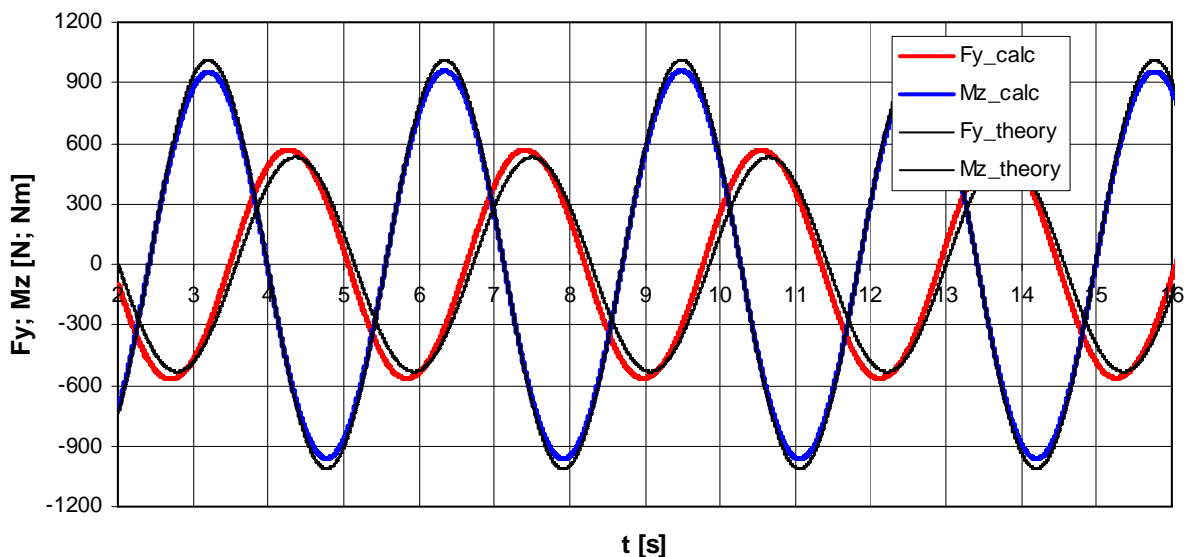
19. ábra: Dinamikus háló két különböző időlépésben



Az áramlástani számítás eredményeképpen a Fluent szolgáltatja számunkra az időfüggő nyomatókokat és felhajtóerőket. A síklapra bemutatott analitikus megközelítéssel számolt eredményekkel összehasonlítás végezhető, amit a 20. és 21. ábrákon mutatok be. A 20. ábrán a síklap forgatásából keletkező dinámokat hasonlítottam össze, a 21. ábrán a fel-le való mozgatásból származókat. Mindkét esetben $U=10\text{m/s}$ volt a megfújási sebesség. A mozgatási körfrekvencia: $\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. A "calc" jelölés az általam számolt, a "theory" a Theodorsen-féle analitikus számítás eredményét jelöli.

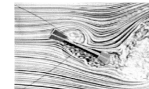


20. ábra: Dinamikus erők az idő függvényében a síklap forgatása során

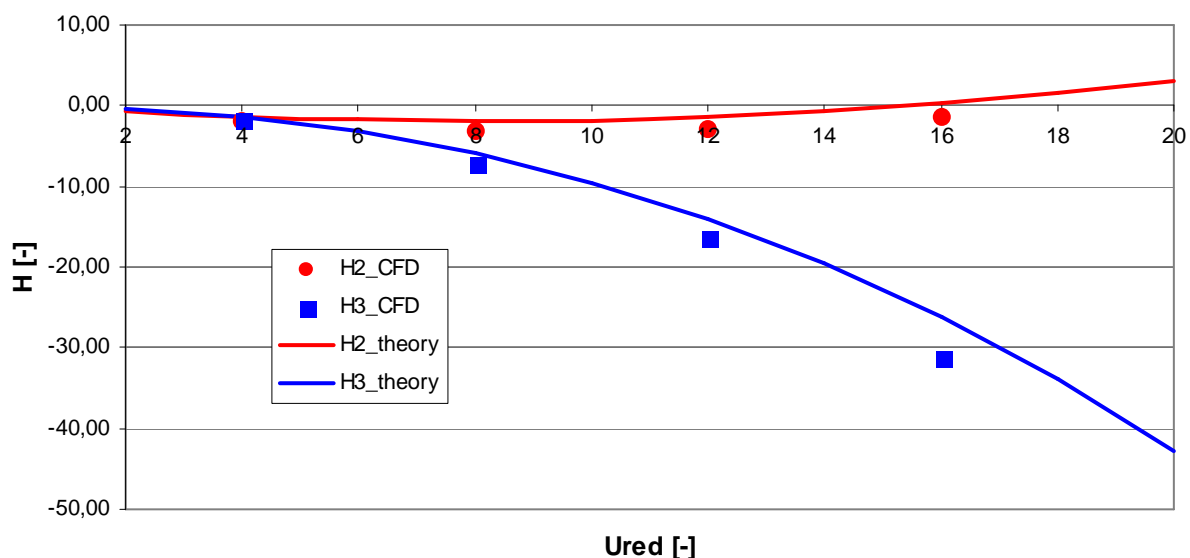


21. ábra: Dinamikus erők az idő függvényében a síklap függőleges mozgása során

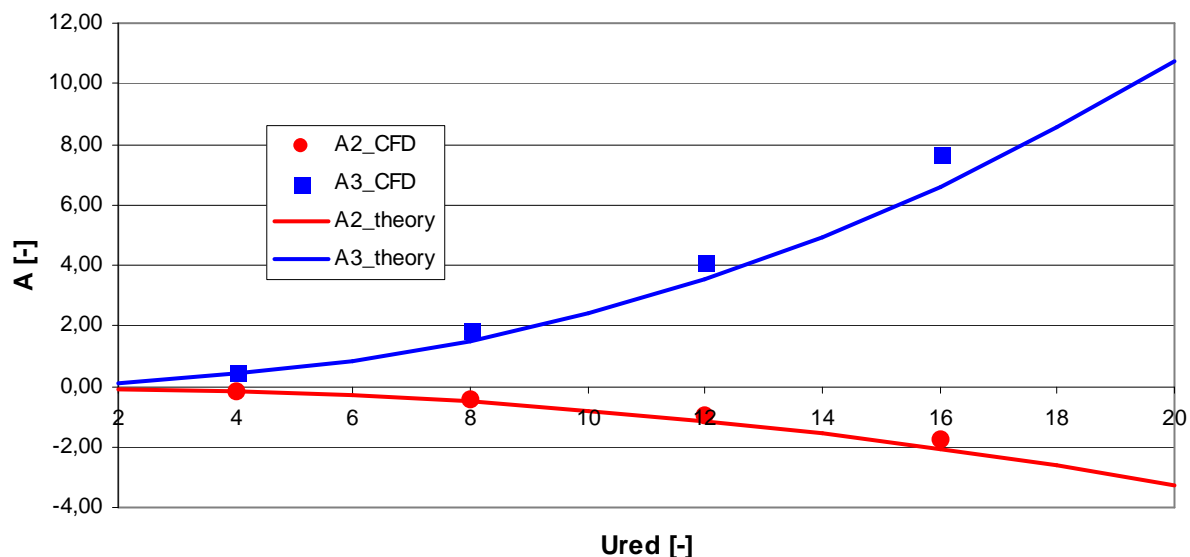
Az ábrákat elnézve megállapítható, hogy igen jó egyezések láthatók mérnöki szempontból. A forgató mozgás esetében kifejezetten jó egyezést találtam. A keletkező erők nagyok, 1 kN és kNm nagyságrendbe esik, de emlékezzünk, a síklap szélessége 10m.



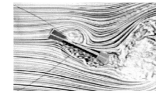
A dinamikai stabilitás ellenőrzéséhez nem elegendő az időfüggő erők meghatározása, hanem elő kell állítani a frekvenciafüggő aerodinamikai együtthatókat. Ha rendelkezésre állnak az időfüggő erő és nyomaték, akkor az együtthatók a 2.4.6.2. szerint meghatározhatók. Az analitikus úton meghatározott értékekkel itt is összehasonlítást végeztem. Tekintettel arra, hogy különböző sebességekre kell elvégezni az számításokat, csak a H_2^* , H_3^* , A_2^* , A_3^* együtthatókat számítom és hasonlítom össze. A 22. és 23. ábrán a redukált sebességek függvényében láthatóak az adott együtthatók. Megállapítható, hogy lényegesebb eltérések a nagyobb redukált sebességek régiójában tapasztalhatóak.



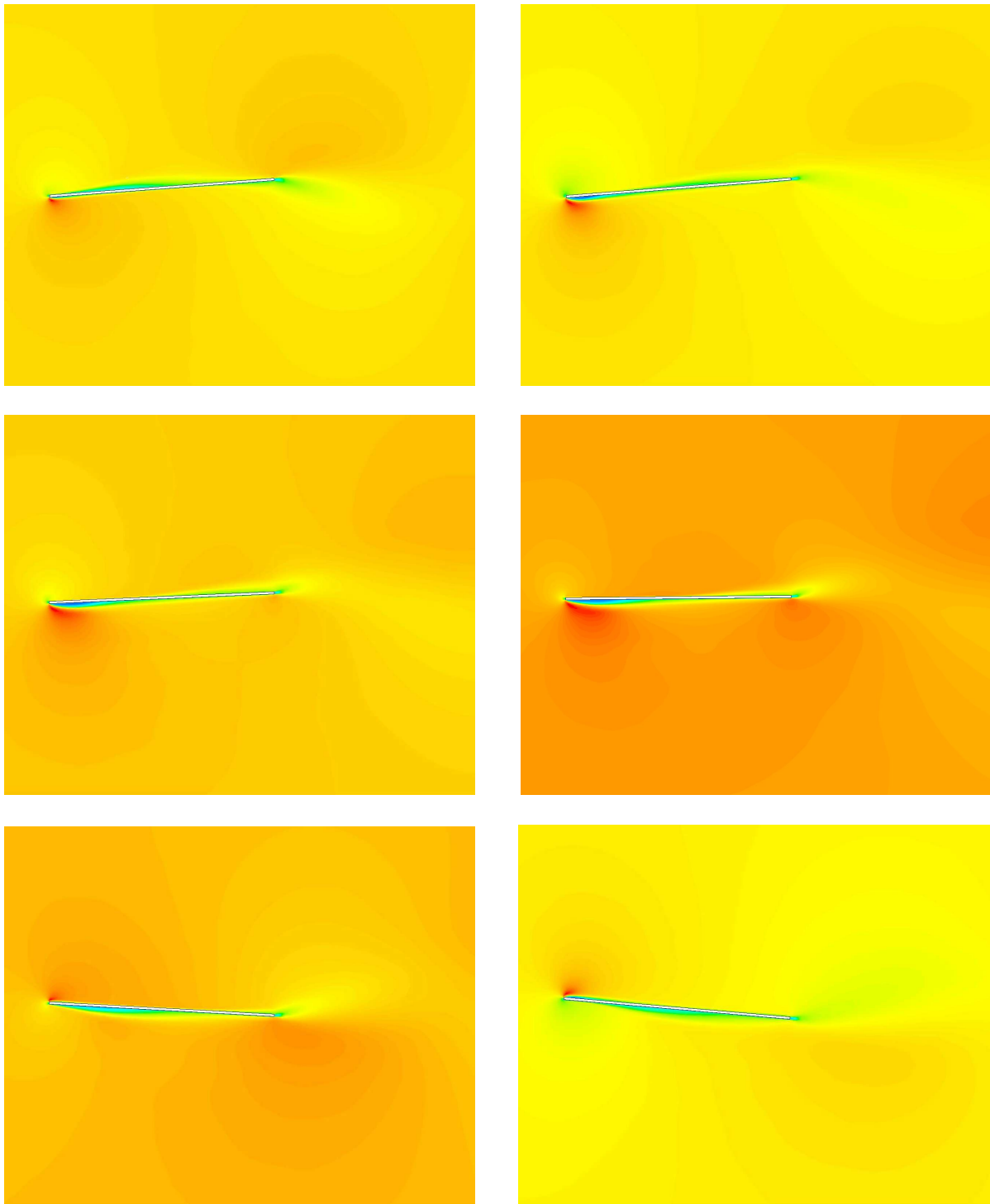
22. ábra: H_2^* és H_3^* meghatározása CFD számítással és analitikus összefüggésekkel



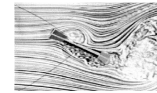
23. ábra: A_2^* és A_3^* meghatározása CFD számítással és analitikus összefüggésekkel



A 24. ábrán bemutatom a síkklap körüli sebességmezőt különböző forgásszögek esetében. A forgásszög maximális 0.1744 értékéről -0.1744 értékére csökken sin függvény szerint (ez +/- 10 fokos mozgás).



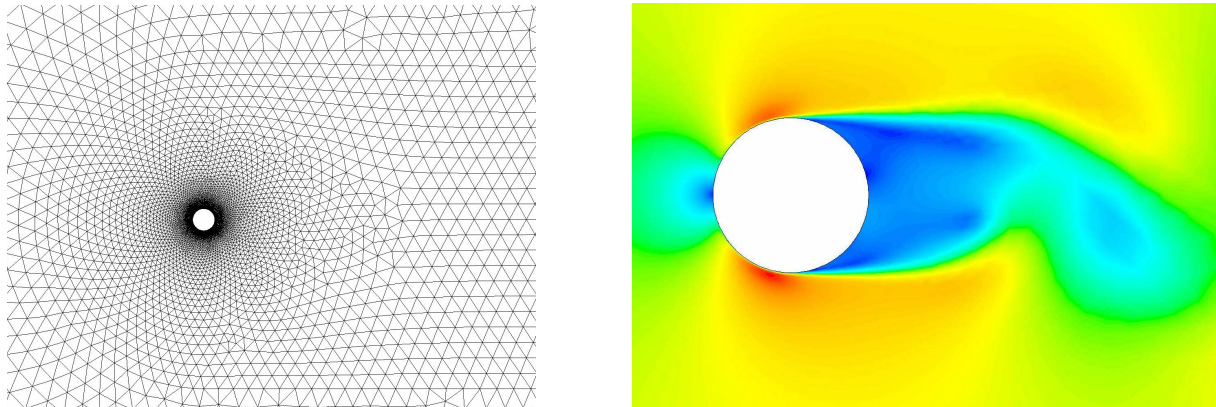
24. ábra: Sebességmező a síkklap forgatása során különböző időlépésekben



3. 3. Vasbeton kémény aerodinamikai vizsgálata

Egy 100 m magas vasbeton kémény szabványos vizsgálata során ellenőrzésképpen számítást végeztünk 2D CFD szimulációval is. A fő cél az adott szélességhez tartozó örvényleválási frekvencia, és a kereszt- és hosszirányú erőtenyezők számítása volt. A 25. ábrán az alkalmazott hálót, és egy időpillanatban keletkezett örvényt szemléltettem.

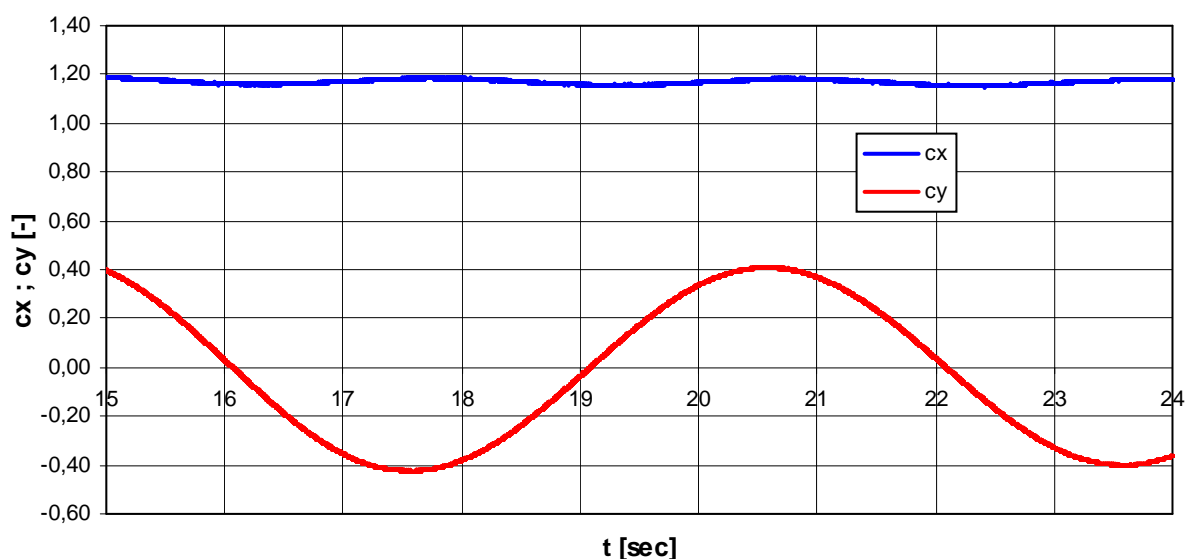
A háló a kör kerületén egy határréteg hálóból áll, amelyeket négyszög elemekből állítottam össze. Ehhez háromszögelemek kapcsolódnak. Az örvényleválás modellezése miatt a kör mögötti nyomot egy csóva-szerű finomabb hálóval próbáltam helyesen modellezni.



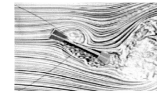
25. ábra: Alkalmazott numerikus háló és számított sebességmező 2D kör esetén

A kémény átmérője $B=5.2\text{m}$, a megfújási sebesség 1m/s . A számítások kezdetén oldalirányú megfújást alkalmaztam néhány időlépésben, ami elegendőnek bizonyult a periodikus leválás kialakulásához.

A 26. ábrán a szélirányú (kék) és a keresztirányú (piros) erőtenyezők alakulását láthatjuk. Látható a keresztirányú tényező ingadozásán a tényező maximális értéke, és leolvasható a frekvencia is, amelyből pedig a Strouhal szám számítható. Természetesen a szélirányú tényező is periodikusan ingadozik, ennek mértéke azonban jól érezhetően elhanyagolható a mérnöki alkalmazásoknál.



26. ábra: Számított szél- és keresztirányú erőtenyezők az idő függvényében



4. Összefoglalás

A tanulmányban a hídszerkezetekkel kapcsolatos aerodinamikai jelenségekkel foglalkoztam. A hosszas irodalomkutatás következményeképpen általános képet próbáltam alkotni a jelenségekről. Az örvénygerjesztést és a széllekkést szabványos vizsgálatok útján mutattam be, mivel erre voltak számításaim, amelyek készítésében részt vettem [14]. Ezek a számítások igen hasznosak, hiszen a gyakorlati mérnöki megközelítést próbálják segíteni annak ellenére, hogy körülményesek, fáradságosak.

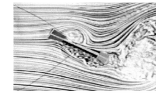
Az örvénygerjesztés esetére kör keresztmetszet körüli áramlást vizsgáltam időfüggő analízissel, Fluent használatával. A fő célkitűzés az örvényleválás "létrehozása". Az örvényleválás észlelése után számítottam az erőirányú és a keresztirányú tényezőket valamint a Strouhal számot. Irodalmi értékekkel összevetve igen jó egyezést találtam. A táncolást igen röviden ismertettem az alap elméleti összefüggések bemutatásával.

A belebegést részletesen tanulmányoztam, mert igen összetett, izgalmas feladat a megértése, ráadásul lehetőségem nyílt áramlástani számításokat végezni erre vonatkozóan. Két részletesebb, de még egy "átlag" tervezőmérnök által elérhető módszert ismertettem, amely erős közelítéseket alkalmaz ugyan a gerjesztő erőket illetően, viszont egy kis energiaráfordítással akár egy excel segítségével készíthetünk egy programot, amellyel a kritikus szélesség becsülhető. Ha nem akarunk erős közelítésekkel élni, akkor CFD szimulációval, különböző támadásszögekre számíthatók az erők, nyomatékok. Az így előálló diagrammok segítségével az említett két közelítő módszer pontosítható.

A legkorrektebb, nemzetközileg elismert módszer az aerodinamikai együtthatók meghatározásán alapszik. Ehhez szélcsatorna modellezés a legelterjedtebb, de egyre inkább teret hódítani látszanak a CFD szimuláción alapuló eljárások. Konkrét számításokat végeztem mozgó és forgó síklap esetére, amelyekből származó eredményeket analitikus eredményekkel vettem össze, és meglepően jó egyezést találtam. Ez azonban csak adott redukált szélességhez tartozott. A számítást ezért több redukált szélességre is elvégeztem, és most az aerodinamikai együtthatókat hasonlítottam össze. Ebben az esetben voltak eltérések, de a tendenciákat kiválóan követte a CFD szimuláció.

Az általam elvégzett szimulációk kizárólag 2D futtatások voltak. A 2D szimuláció mellett a kis cellaszámból következő kis futási idő miatt döntöttem. Emellett egyszerű turbulencia modellekkel kísérleteztem. A 2D szimuláció nemcsak a csekély tapasztalat, hanem a futtatások többszöri ismétlése miatt is fontos volt. Az aerodinamikai együtthatók esetében például a forgás és a mozgás szabadságfokok szerint külön-külön 10-12 futtatás kellene, hogy az együtthatók függvényei szépen előálljanak. Ebből következik, hogy bonyolult, nagy elemszámot tartalmazó modellel nem reális célkitűzés a feladat kezelése. Emiatt a problémára kizárólag 2D modellt javaslok. A 2D futtatás valószínűleg nem ad rossz eredményt, amíg nincsenek nagy méretű örvények, mint például a Coupled Flutter (9., 10. típusok az 1. ábra szerint) esete. Sajnos azonban a Low Speed Torsional Flutter (6. típus az 1. ábra szerint) esetében nem ez a helyzet, ahogyan a Tacoma-hídnál láttuk. Itt a széloldali élekről igen nagy energiatartalmú örvények válnak le, amelyek alapján határozzák meg a flutter jellegét. Ebben az esetben feltehetően nem kapunk pontos eredményt 2D futtatással. Erre talán a LES lehetne javasolható, azonban a számítási idő miatt egyelőre nem jön számításba.

Távoli célként érdemes lenne egy mechanikai tulajdonsággal rendelkező hídszekciót vizsgálni, amelyre turbulens szélterhelést alkalmazunk CFD szimuláció során. A szekció mozgását a gerjesztő erőkből számítjuk a rezgésegyenlet megoldásával megkerülve ezzel az aerodinamikai együtthatók számítását.



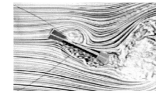
5. Felhasznált irodalom

Magyar nyelvű irodalom:

- [1] Lajos Tamás: Az áramlástan alapjai
- [2] Györgyi József: Szerkezetek dinamikája
- [3] Bojtár Imre – Gáspár Zsolt: Végelelemmódszer építőmérnököknek
- [4] Stépán Gábor: Órai jegyzet, Nemlineáris rezgések c. tárgy
- [5] Kovács János, Zelei Ambrus, Stépán Gábor:
Szélbe helyezett hídmodell analitikus és kísérleti vizsgálata
- [6] Kollár Lajos: A szél dinamikus hatása az építményekre
- [7] Jerzy Antoni Zuranski: A szél hatása az építményekre

Külföldi irodalom:

- [8] Masaru Matsumoto:
Aeroelasticity and bridge aerodynamics, Genova, Italy, June 12-16, 2000
- [9] O. P. Le Maitre, R. H. Scanlan, O. M. Knio
Estimation of the flutter derivatives of an NACA airfoil by means of
Navier-Stokes simulation
- [10] C. Borri, C. Costa
Bridge aerodynamics and aeroelastic phenomena: chapter 1:BRIDGES
CISM, 2006,UDINE
- [11] James Mark William Brownjohn, Cheong Chuen Choi
Wind tunnel model study of aeroelastic performance for Ting Kau Bridge Deck
- [12] Eurocode 1: Actions on structures - General actions – Part 1-4: Wind actions
- [13] K. J. Bathe: Finite Element Procedures, 1996
- [14] J. Györgyi, G. Szabó
Calculation of wind effect by dynamic analysis using the artificial wind function
2007, Bratislava
- [15] U. Starossek, Brückendynamik – Winderregte Schwingungen von Seilbrücken, 1992
- [16] Sarkar, P. P. "New identification method applied to the response of flexible bridges to wind." PhD thesis, The John Hopkins University, Baltimore, Md, 1992



6. Köszönetnyilvánítás

A szerző köszönetét fejezi ki a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gépészmérnöki karának Áramlástan Tanszékének a Fluent kereskedelmi áramlástan szoftver használati feltételeinek biztosításához.

Zárásul egy gyönyörű kép a hetvenes évekből: Az Erzsébet híd merevítő tartójának szerelése. A képet azért tettem a tanulmány végére, mert ugyan erre nem tértem ki, de a széldinamikai számításoknál az adott szerkezetet nem szabad csak és kizárólag annak végleges kialakításaként felfogni, hanem ki kell térni az egyes szerelési állapotok vizsgálatára is. Ebben az állapotukban az építmények adott esetben sokkal sebezhetőbbek, mint a végállapotban!

