

Alkalmazott áramlástan és akusztika

(önálló felkészülést segítő tananyag az akusztika részhez)

Összeállította: Dr. Koscsó Gábor c. egyetemi docens (BME Áramlástan Tanszék)

10. előadás

Tartalom:

10.1. Egyszerű hangforrás modellek, monopólus (előadásvázlat)

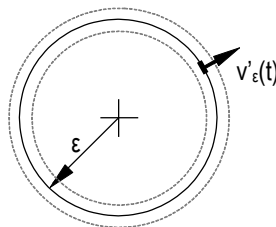
10.2. Egyszerű hangforrás modellek, dipóluspólus és kvadrupólus (előadásvázlat)

10.3. Gyakorló feladatok

10.1. Egyszerű hangforrás modellek, monopólus (előadásvázlat)

A gépészmérnöki zajvédelem egyik fontos feladata a hangforrások környezetében kialakuló zajterhelés meghatározása, szükség esetén a zajterhelés csökkentése. A zajterhelés csökkentésének egyik hatékony módja a zajforrás által kibocsátott hangteljesítmény csökkentése. A zajterhelés számításához, a kibocsátott hangteljesítmény csökkentéséhez a hangforrások, illetve a hangkeltés módjának ismerte fontos. Ez az előadás a hangforrásokra vonatkozó, a gépészmérnöki zajvédelem szempontjából fontos néhány alapvető ismeretet foglal össze. Első lépésben vizsgáljuk az egyik legegyszerűbb hangforrást a monopólust.

A monopólus egy minden irányban egyenletes térfogati zavarást keltő hangforrás. Monopólus létrehozása érdekében vegyünk egy ε sugarú gömbhéjat, amely a nyugalmi helyzethez képest minden irányban egyforma nagyságú sebességgel, ω szögfrekvenciájú periodikus táguló és szűkülő mozgást végez (lélegző pingpong labda).



Monopólus hangforrás, koncentrikusan bővülő és szűkülő ε sugarú gömbhéj felület

A monopólus hangsugárzó rezgő gömbhéj mozgását leíró függvény,

$$v'_\varepsilon(t) = \hat{v}_\varepsilon e^{i\omega t}$$

Határozzuk meg a rezgő gömbhéj által létrehozott hangtér jellemzőit (hangnyomás, részecskesebesség, átlagintenzitás és hangteljesítmény). A rezgő gömbhéj gömbhullám hangteret hoz létre, ezek hullámfüggvényeit az előző részben határoztuk meg. A hangnyomás és a részecskesebesség függvényekben egyaránt megtalálható a skalárpotenciál amplitúdó, amelyet a gömbhéj felületén sebességi peremfeltétel alapján határozhatunk meg. A peremfeltétel, az áramlástan tapadás törvénye alapján, a gömbhéj felület sebessége és a vele éppen szomszédos folyadék réteg sebessége megegyezik.

$$v'_\varepsilon(t) = v'(\varepsilon, t)$$

$$\hat{v}_\varepsilon e^{i\omega t} = -\left(\frac{1}{\varepsilon} + ik\right) \frac{\hat{\Phi}}{\varepsilon} \cdot e^{i(\omega t - k\varepsilon)}$$

Amelyből a részecskesebesség skalárpotenciál amplitúdó,

$$\hat{\Phi} = -\frac{4\pi\varepsilon^2\hat{v}_\varepsilon}{4\pi} \frac{e^{ik\varepsilon}}{1+ik\varepsilon} = -\frac{\hat{Q}_M}{4\pi} \frac{e^{ik\varepsilon}}{1+ik\varepsilon}$$

ahol \hat{Q}_M a monopólus forrásbőség, a gömbhéj felület által létrehozott térfogatáram ingadozás amplitúdója. A skalárpotenciál amplitúdó ismeretében a rezgő gömbhéj által létrehozott hangtér hangnyomás megoszlása,

$$p' = -i\rho_0\omega \frac{\hat{\Phi}}{r} \cdot e^{i(\omega t - kr)} = -i\rho_0\omega \frac{-\frac{\hat{Q}_M}{4\pi} \frac{e^{ik\varepsilon}}{1+ik\varepsilon}}{r} \cdot e^{i(\omega t - kr)} = \frac{\hat{Q}_M}{4\pi r} \cdot \frac{i\omega\rho_0}{1+ik\varepsilon} \cdot e^{i(\omega t - k(r-\varepsilon))}$$

illetve a részecskesebesség megoszlás,

$$\begin{aligned} v' &= -\left(\frac{1}{r} + ik\right) \frac{\hat{\Phi}}{r} \cdot e^{i(\omega t - kr)} = -\left(\frac{1}{r} + ik\right) \frac{-\frac{\hat{Q}_M}{4\pi} \frac{e^{ik\varepsilon}}{1+ik\varepsilon}}{r} \cdot e^{i(\omega t - kr)} \\ &= \frac{\hat{Q}_M}{4\pi r^2} \cdot \frac{1+ikr}{1+ik\varepsilon} \cdot e^{i(\omega t - k(r-\varepsilon))} \end{aligned}$$

A monopólus (rezgő gömbhéj) által létrehozott hangtérben az időben átlagolt intenzitás térbeli megoszlása (v'^* a részecskesebesség komplex konjugáltja),

$$\begin{aligned} I_M &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}(p'v'^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left(\frac{\hat{Q}_M}{4\pi r} \cdot \frac{i\omega\rho_0}{1+ik\varepsilon} \cdot e^{i(\omega t - k(r-\varepsilon))} \cdot \frac{\hat{Q}_M}{4\pi r^2} \cdot \frac{1-ikr}{1-ik\varepsilon} \cdot e^{-i(\omega t - k(r-\varepsilon))}\right) \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left(\frac{\hat{Q}_M^2}{16\pi^2 r^3} \cdot \frac{\omega k\rho_0 r - i\omega\rho_0}{1+k^2\varepsilon^2}\right) = \frac{\hat{Q}_M^2}{32\pi^2 r^2} \cdot \frac{\omega k\rho_0}{1+k^2\varepsilon^2} \end{aligned}$$

A monopólus rezgő gömbhéj által kibocsátott hangteljesítmény,

$$P_M = \int_A I_M dA = I_M(r) \cdot A_g(r) = \frac{\hat{Q}_M^2}{32\pi^2 r^2} \cdot \frac{\omega k\rho_0}{1+k^2\varepsilon^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{\hat{Q}_M^2}{8\pi} \cdot \frac{\omega k\rho_0}{1+k^2\varepsilon^2}$$

A hangteljesítmény kifejezésének elemzéséhez a hullámszám (k) értékét fejezzük ki ω -val, továbbá a monopólus forrásbőséget írjuk vissza a sebesség és felület szorzatára,

$$P_M = \frac{\hat{Q}_M^2}{8\pi} \cdot \frac{\rho_0 a \omega^2}{a^2 + \omega^2 \varepsilon^2} = \frac{2\pi \varepsilon^4 \hat{v}_\varepsilon^2 \rho_0 a \omega^2}{a^2 + \omega^2 \varepsilon^2}$$

Megjegyzések:

- Ingadozó térfogatáram be- és elvezetéssel járó folyamatok monopólus hangkeltést hoznak létre.
- A felületi rezgés sebesség amplitúdó (\hat{v}_ε) növelése esetén a monopólus hangforrás által kibocsátott hangteljesítmény nő ($P_M \sim \hat{v}_\varepsilon^2$).
- A gömbhéj sugár (ε) növelése esetén a monopólus hangforrás által kibocsátott hangteljesítmény nő (kis ε esetén: $P_M \sim \varepsilon^4$, nagy ε esetén: $P_M \sim \varepsilon^2$).

- A szögfrekvencia (ω) növelése esetén a monopólus hangforrás által kibocsátott hangteljesítmény egy felső határértékbe simulva aszimptotikusan nő.
- Összegezve, a lomhán mozgó kisméretű kis frekvencián sugárzó monopólusok rossz hangkeltők, illetve a gyorsan mozgó nagyméretű nagy frekvencián sugárzó monopólusok jó hangkeltők.

Modell törvény:

Célunk ugyanolyan monopólus hangkeltési mód esetén a sugárzási jellemzők megváltozása miatt kialakuló hangteljesítmény változás meghatározása. Kisméretű, kis frekvencián sugárzó hangforrás esetén felírható,

$$P_M = \frac{2\pi\varepsilon^4\hat{v}_\varepsilon^2\rho_0 a\omega^2}{a^2 + \omega^2\varepsilon^2} \approx \frac{2\pi\varepsilon^4\hat{v}_\varepsilon^2\rho_0 a\omega^2}{a^2} \approx 2\pi \frac{\varepsilon^4\hat{v}_\varepsilon^2\rho_0\omega^2}{a} \sim \frac{\varepsilon^4\hat{v}_\varepsilon^2\rho_0\omega^2}{a}$$

Áramlási eredetű hangkeltés esetén, a periodikus áramlásokra vonatkozó hasonlóság szám, a Strouhal-szám (Sh),

$$Sh = \frac{f_0 l_0}{v_0}, \quad f_0 = Sh \frac{v_0}{l_0}$$

Továbbá legyen, $\varepsilon \sim l_0$ és $\hat{v}_\varepsilon \sim v_0$

A monopólus és a hangkeltést befolyásoló változók jellemző értéke közötti arányos kapcsolat,

$$P_M \sim \frac{l_0^4 v_0^2 \rho_0 \frac{v_0^2}{l_0^2}}{a_0} \sim \frac{\rho_0 l_0^2 v_0^4}{a_0}$$

Csoportosítsuk át több lépésben a kifejezés jobb oldalát,

$$P_M \sim \rho_0 v_0^2 l_0^2 v_0 \frac{v_0}{a_0} \sim p_{din} l_0^2 v_0 \frac{v_0}{a_0} \sim p_{din} A_0 v_0 \frac{v_0}{a_0} \sim F_{din} v_0 \frac{v_0}{a_0} \sim P_{mech} \frac{v_0}{a_0} \sim P_{mech} Ma$$

A monopólus által kibocsátott hangteljesítmény (P_M) és az azt létrehozó mechanikai teljesítmény (P_{mech}) hányadosa a monopólus hangkeltés hatásfoka (η_M),

$$\eta_M \sim \frac{P_M}{P_{mech}} \sim Ma$$

Monopólus hangforrás esetén az akusztikai hatásfok arányos a Mach-számmal (a kitevő „csak” egy), így viszonylag kis áramlási sebességgel is hatékony hangkeltés hozható létre.

10.2. Egyszerű hangforrás modellek, dipóluspólus és kvadrupólus






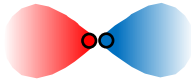
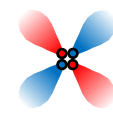

Az előző részben részletesen bemutatott akusztikai monopólus felhasználásával további egyszerű hangforrásokat hozhatunk létre.

Dipólus: Két egymás mellett elhelyezett, ellentett fázisban működő monopólus hangforrás dipólust hoz létre. A dipólusban a pozitív monopólus térfogatáram kibocsátás nagysága megegyezik a negatív elszívás nagyságával, így távoli megfigyelési pontból szemlélve az ellentétes előjelű monopólusok térfogati zavarásai kiegyenlítik egymást. Fél periódussal később a monopólusok előjelet váltanak és a dipólus környezetében a korábbi áramlás iránya megfordul. A periodikus irányváltások során a folyadékreszkek folyamatosan gyorsulnak, majd lassulnak, amelyet a folyadékreszkekre ható periodikus erőhatás hoz létre. Amíg a monopólus hangkeltés az ingadozó

térfogatáram be- és elvezetéséhez társult, a dipólus hangkeltés a folyadékrezekre ható, időben ingadozó erőhatással járó folyamatok során alakul ki.

Kvadrupólus: Két egymás mellett elhelyezett, ellentett fázisban működő dipólus hangforrás kvadrupólust hoz létre. Ha a dipólusok tengelye közös (a monopólusok egy egyenes mentén vannak felfűzve) longitudinális kvadrupólus, ha a dipólusok tengelye egymás mellett, párhuzamosan helyezkedik el (a monopólusok egy négyzet sarkain helyezkednek el), laterális kvadrupólus jön létre. A kvadrupólus azonos számú pozitív és negatív monopólusai a távotérben térfogati zavarást nem hoznak létre. Ehhez hasonlóan az ellentett dipólusokhoz kapcsolódó erők is kioltják egymást. A longitudinális kvadrupólus esetében az egybeeső hatástengelyeken elhelyezkedő húzó-nyomó erőpár húzó-nyomó feszültséget, illetve a laterális kvadrupólusnál az egymással párhuzamos hatástengelyű ellentett erőpár nyírófeszültséget hoz létre. Kvadrupólus hangkeltés a folyadékterben előforduló, időbeli mechanikai feszültség ingadozással járó folyamatok során alakul ki.

Az egyszerű akusztikai hangforrás modellek (monopólus, dipólus és kvadrupólus) legfontosabb tulajdonságait és példákat a következő táblázat foglalja össze. (Jelen előadás keretei között a dipólus és kvadrupólus hangforrások intenzitás megoszlás és hangteljesítmény kifejezéseit levezetés nélkül, csak a végeredményeket adjuk meg.) A táblázatban a dipólusban a monopólusok közötti távolság (d), a kvadrupólusban a dipólusok távolsága (h).

Elemi hangforrás	Monopólus	Dipólus	Laterális kvadrupólus	Longitudinális kvadrupólus
Felépítés				
Hangkeltés módja	$\frac{\partial q_v}{\partial t} \neq 0 \left[\frac{m^3}{s^2} \right]$	$\frac{\partial F_f}{\partial t} \neq 0 \left[\frac{N}{s} \right]$	$\frac{\partial \tau_f}{\partial t} \neq 0 \left[\frac{Pa}{s} \right]$	$\frac{\partial \sigma_f}{\partial t} \neq 0 \left[\frac{Pa}{s} \right]$
Hangintenzitás	$I_m = \frac{\hat{q}_m^2 \rho_0 \omega^2}{32\pi^2 r^2 a}$	$I_d = \frac{\hat{q}_m^2 \rho_0 \omega^4}{8\pi^2 r^2 a^3} d^2 \cos^2 \theta$	$I_{k\ lat} = \frac{\hat{q}_m^2 \rho_0 \omega^6}{2\pi^2 r^2 a^5} d^2 h^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta \cos^2 \varphi$	$I_{k\ lon} = \frac{\hat{q}_m^2 \rho_0 \omega^6}{2\pi^2 r^2 a^5} d^2 h^2 \cos^4 \theta$
Íránykarakterisztika				
Hangteljesítmény	$P_m = \frac{\hat{q}_m^2 \rho_0 \omega^2}{8\pi a}$	$P_d = \frac{\hat{q}_m^2 \rho_0 \omega^4}{6\pi a^3} d^2$	$P_{k\ lat} = \frac{2\hat{q}_m^2 \rho_0 \omega^6}{15\pi a^5} d^2 h^2$	$P_{k\ lon} = \frac{2\hat{q}_m^2 \rho_0 \omega^6}{5\pi a^5} d^2 h^2$
Modell törvény	$P_m \sim \frac{\rho_0 l_0^2 v_0^4}{a_0}$	$P_d \sim \frac{\rho_0 l_0^2 v_0^6}{a_0^3}$	$P_k \sim \frac{\rho_0 l_0^2 v_0^8}{a_0^5}$	
Akusztikai hatásfok	$\eta_m \sim Ma$	$\eta_d \sim Ma^3$	$\eta_k \sim Ma^5$	
Áramlás jellege	Ingadozó térfogatáram	Szilárd test áramlásban	Sebességi nyíróréteg áramlás	
Példa	Puskalövés, motor kipufogó, hangfal	Légbefúvóracs, fuvola, szabad hangszóró	Szabadsugár, áramlási nyom zaj	

Az egyszerű akusztikai hangforrás modellek legfontosabb tulajdonságai

10.3. Gyakorló feladat

Gy.1. Vezesse le a pontszerű monopólus által kibocsátott hangteljesítmény kifejezését a sugárzófelület sugár, -sebesség amplitúdó és a frekvencia függvényében!

Gy.2. Egy ventilátor szabadból szív levegőt, amelyet egy szellőztetett helyiség felé továbbít. A légmennyiség növelése érdekében a járókerék fordulatszámát a másfélszeresére növeljük. Szabad térben, a ventilátor

szívónyílásától megadott távolságban határozza meg a fordulatszám növelés miatt bekövetkező hangnyomásszint változást, ha a hangkibocsátás és hangterjedés egyéb körülményei változatlanok maradtak!

Megoldás: A feladat a hangnyomásszint változás (nem a konkrét hangnyomás) meghatározása. Az új és az eredeti állapot közötti eltérést az áramlásakusztikai modell-törvény segítségével számítjuk át. A ventilátor meghatározó zajkeltési mechanizmusa az időben változó áramlásba helyezett szilárd test felületén kialakuló erő, illetve a folyadékrezecskékre ható reakció erő ingadozás. Ezért a ventilátor dipólus jellegű hangforrás. A fordulatszám másfélszeres növelése a zajt keltő áramlás jellemző sebességének másfélszeres növekedését okozza. A szabad térben elhelyezett pontszerű hangforrás környezetében kialakuló hangnyomásszint összefüggés felhasználásával,

$$\Delta L = L_2 - L_1 = L_{W2} - 10 \lg r_2^2 + 10 \lg D_2 - 11 - L_{W1} + 10 \lg r_1^2 - 10 \lg D_1 + 11 =$$

a hangforrás hangteljesítményszint (L_W) kibocsátás kivételével minden állandó marad,

$$L_{W2} - L_{W1} = 10 \lg \frac{P_2}{P_0} - 10 \lg \frac{P_1}{P_0} = 10 \lg \frac{P_2}{P_1} = 10 \lg \frac{\text{Konst.} \cdot \frac{\rho_2 l_2^2 v_2^6}{a_2^3}}{\text{Konst.} \cdot \frac{\rho_1 l_1^2 v_1^6}{a_1^3}} = 10 \lg \frac{v_2^6}{v_1^6} =$$

$$60 \lg \frac{v_2}{v_1} = 60 \lg \frac{1,5 v_1}{v_1} = 60 \lg 1,5 \approx 10,6 \text{ [dB]}$$
