FELADATOK

1.) Egy műhelycsarnokban öt munkagép üzemel. A hangtér ugyanazon pontjában külön-külön ezek rendre 92 dB(A), 81 dB(A), 88 dB(A), 77 dB(A) és 90 dB(A) hangnyomásszintet hoznák létre. Együttes üzemeltetés esetén mekkora lesz az eredő hangnyomásszint?

Megoldás:

$$L_{p\Sigma} = 10\lg\sum_{i=1}^{n}10^{0,1\cdot L_{pi}} =$$
$$= 10\lg\left(10^{0,1\cdot 92}+10^{0,1\cdot 81}+10^{0,1\cdot 88}+10^{0,1\cdot 77}+10^{0,1\cdot 90}\right)\approx$$
$$\approx 95,3 \approx \mathbf{95\ dB}.$$

2.) Két zajforrás eredő szintje 84 dB. Az egyik összetevő 77 dB nagyságú. Mekkora a másik?

Megoldás:

$$L_{p\Sigma} = 10\lg\sum_{i=1}^{n}10^{0,1\cdot L_{pi}},$$
$$84 = 10\lg\left(10^{0,1\cdot L_{p1}}+10^{0,1\cdot 77}\right),$$
$$10^{0,1\cdot 84} = 10^{0,1\cdot L_{p1}}+10^{0,1\cdot 77},$$
$$10^{0,1\cdot L_{p1}} = 10^{0,1\cdot 84}-10^{0,1\cdot 77},$$
$$L_{p1} = 10\lg\left(10^{0,1\cdot 84}-10^{0,1\cdot 77}\right)\approx 83,03 \approx \mathbf{83\ dB}.$$

3.) Ugyanabban a hangtérben két zajforrást külön-külön üzemeltetve az általunk létrehozott hangnyomásszintek különbsége 17 dB. Hogyan viszonylanak egymáshoz a forrásteljesítmények?

Megoldás:

$$L_{p1}-L_{p2} = 17\ \text{dB},$$
$$20\lg\frac{p_1}{p_0}-20\lg\frac{p_2}{p_0} = 17,$$
$$\lg\frac{p_1}{p_0}-\lg\frac{p_2}{p_0} = \frac{17}{20},$$
$$\frac{\frac{p_1}{p_0}}{\frac{p_2}{p_0}} = 10^{17/20} = 10^{0,85},$$
$$\frac{p_1}{p_2} = 10^{0,85}\approx 7,08,$$
$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 = 7,08^2 \approx 50,13 \approx \mathbf{50}.$$

4.) Három munkagép együttes üzemeltetése esetén a hangtér egy tetszőleges pontjában 80 dB hangnyomásszintet hoz létre. Mekkora hangnyomásszinteket keltenek ezek külön-külön ugyanott, ha a forrásteljesítmények arány 1:2:3?

Megoldás (1):

Az eredő

$$10\lg\left(10^{0,1\cdot L_{p1}}+10^{0,1\cdot L_{p2}}+10^{0,1\cdot L_{p3}}\right)=80\mathrm{dB}\,.$$

Tételezzünk fel visszavert hangteret, így

$$L_{p\Sigma}=L_{I\Sigma}=80=10\lg\frac{4\cdot\Sigma P}{R_T}\,,$$

amelyből

$$R_T=\frac{4\sum P}{10^{0,1\cdot L_{p\Sigma}}}=\frac{4(P_1+P_2+P_3)}{10^{0,1\cdot L_{p\Sigma}}}=\frac{4(P_1+P_2+P_3)}{10^{0,1\cdot L_{p\Sigma}}}=$$
$$=\frac{4(P_1+2\cdot P_1+3\cdot P_1)}{10^{0,1\cdot L_{p\Sigma}}}=\frac{4\cdot 6P_1}{10^{0,1\cdot 80}}=\frac{24}{10^8}P_1\,.$$

Így az egyes összetevők

$$L_{p1}=10\lg\left(\frac{4P_1}{R_T}\right)=10\lg\left(\frac{4P_1}{24P_1}10^8\right)\approx\mathbf{72{,}22dB}\,,$$

$$L_{p2}=10\lg\left(\frac{4P_2}{R_T}\right)=10\lg\left(\frac{4\cdot 2P_1}{24P_1}10^8\right)\approx\mathbf{75{,}23dB}\,,$$

$$L_{p3}=10\lg\left(\frac{4P_3}{R_T}\right)=10\lg\left(\frac{4\cdot 3P_1}{24P_1}10^8\right)\approx\mathbf{76{,}99dB}\,.$$

Ellenőrzés:

$$L_{p\Sigma}=79{,}997\ \mathrm{dB}\,!$$

Megoldás (2):

Az eredő

$$10\lg\left(10^{0,1\cdot L_{p1}}+10^{0,1\cdot L_{p2}}+10^{0,1\cdot L_{p3}}\right)=80\mathrm{dB}\,.$$

Tételezzünk fel visszavert hangteret, így

$$L_{p\Sigma}=L_{I\Sigma}=80=10\lg\frac{4\cdot\Sigma P}{R_T}\,,$$

amelyből

$$R_T=\frac{4\sum P}{10^{0,1\cdot L_{p\Sigma}}}=\frac{4(P_1+P_2+P_3)}{10^{0,1\cdot L_{p\Sigma}}}=\frac{4(P_1+P_2+P_3)}{10^{0,1\cdot L_{p\Sigma}}}=$$
$$=\frac{4(P_1+2\cdot P_1+3\cdot P_1)}{10^{0,1\cdot L_{p\Sigma}}}=\frac{4\cdot 6P_1}{10^{0,1\cdot 80}}=\frac{24}{10^8}P_1\,.$$

Így az egyes összetevők

$$L_{p1}=10\lg\left(\frac{4P_1}{R_T}\right)=10\lg\left(\frac{4P_1}{24P_1}10^8\right)\approx\mathbf{72{,}22dB}\,,$$

$$L_{p2}=10\lg\left(\frac{4P_2}{R_T}\right)=10\lg\left(\frac{4\cdot 2P_1}{24P_1}10^8\right)\approx\mathbf{75{,}23dB}\,,$$

$$L_{p3}=10\lg\left(\frac{4P_3}{R_T}\right)=10\lg\left(\frac{4\cdot 3P_1}{24P_1}10^8\right)\approx\mathbf{76{,}99dB}\,.$$

Ellenőrzés:

$$L_{p\Sigma}=79{,}997\ \mathrm{dB}\,!$$

$$L_{p\Sigma}=10\lg\frac{6p_1^2}{p_0^2}\,,$$

amelyből

$$p_1^2=\frac{1}{6}p_0^2\cdot 10^{0,1\cdot L_{p\Sigma}}=\frac{1}{6}\left(2\cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pa}\right)^2\cdot 10^{0,1\cdot 80}\approx 6{,}67\cdot 10^{-3}\ (\mathrm{Pa})^2\,.$$

Így az egyes összetevők:

$$L_{p1}=10\lg\left(\frac{p_1^2}{p_0^2}\right)=10\lg\frac{6{,}67\cdot 10^{-3}(\mathrm{Pa})^2}{\left(2\cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pa}\right)^2}\approx\mathbf{72{,}22\ dB}\,,$$

$$L_{p2}=10\lg\left(2\frac{p_1^2}{p_0^2}\right)=10\lg\left[2\cdot\frac{6{,}67\cdot 10^{-3}(\mathrm{Pa})^2}{\left(2\cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pa}\right)^2}\right]\approx\mathbf{75{,}23\ dB}\,,$$

$$L_{p3}=10\lg\left(3\frac{p_1^2}{p_0^2}\right)=10\lg\left[3\cdot\frac{6{,}67\cdot 10^{-3}(\mathrm{Pa})^2}{\left(2\cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pa}\right)^2}\right]\approx\mathbf{76{,}99\ dB}\,.$$

Ellenőrzés:

$$L_{p\Sigma}=79{,}997\ \mathrm{dB}\,!$$

Megoldás (3):

$$P_1 : P_2 : P_3 = 1:2:3 \Rightarrow \quad I_1 : I_2 : I_3 = 1:2:3\,,$$

az intenzitások összege

$$\Sigma I = I_1 + I_2 + I_3 = I_1 + 2\,I_1 + 3\,I_1 = 6\,I_1\,.$$

Továbbá

$$L_{I1}\,,$$

$$L_{I2} = L_{I1} + 10\lg 2 \approx L_{I1} + 10\cdot 0{,}3010 \approx L_{I1} + 3{,}01\,\mathrm{dB}\,,$$

$$L_{I3} = L_{I1} + 10\lg 3 \approx L_{I1} + 10\cdot 0{,}4771 \approx L_{I1} + 4{,}77\ \mathrm{dB}\,.$$

Az eredő hangnyomásszint

$$L_{p\Sigma} = 10\lg\left[10^{0,1\cdot L_{I1}} + 10^{0,1(L_{I1}+3,010)} + 10^{0,1(L_{I1}+4,771)}\right] = 80\,,$$

átrendezve

$$L_{p\Sigma} = 10\lg\left[10^{0,1\cdot L_{I1}}\left(1 + 10^{0,3010} + 10^{0,4771}\right)\right] \approx 10\lg\left(5{,}999715\cdot 10^{0,1\cdot L_{I1}}\right) =$$

$$= 80\ \mathrm{dB};$$

Ez utóbbi alapján az összetevők

$$L_{I1} = L_{p1} = 10\lg\frac{10^{0,1\cdot 80}}{5{,}999715} \approx \mathbf{72{,}22\ \ dB}.$$

$$L_{I2} = L_{p2} = 10\lg\frac{10^{0,1\cdot 80}}{5{,}999715} + 3{,}01 \approx \mathbf{75{,}23\ \ dB}.$$

$$L_{I3} = L_{p3} = 10\lg\frac{10^{0,1\cdot 80}}{5{,}999715} + 4{,}77 \approx \mathbf{76{,}99\ \ dB}.$$

Ellenőrzés:

$$L_{p\Sigma} = 79{,}997\ \mathrm{dB}\,!$$

Megoldás (4):

$$P_1 : P_2 : P_3 = 1:2:3 \Rightarrow \quad I_1 : I_2 : I_3 = 1:2:3\,,$$

az intenzitások összege

$$\Sigma I = I_1 + I_2 + I_3 = I_1 + 2\,I_1 + 3\,I_1 = 6\,I_1\,.$$

Az eredő intenzitás

$$I = I_0\cdot 10^{0,1\cdot 80} = 10^{-12}\ \mathrm{W\,m^{-2}}\cdot 10^{8} = 10^{-4}\ \mathrm{W\,m^{-2}}\,.$$

Az intenzitás komponensek ennek megfelelően

$$I_1 = \frac{I_0}{6} = \frac{10^{-4}\ \mathrm{W\,m^{-2}}}{6} \approx 1{,}67\cdot 10^{-5}\ \mathrm{W\,m^{-2}}\,,$$

$$I_2 = 2\,I_1 = 2\frac{I_0}{6} = 2\frac{10^{-4}\ \mathrm{W\,m^{-2}}}{6} \approx 3{,}33\cdot 10^{-5}\ \mathrm{W\,m^{-2}}\,,$$

$$I_3 = 3\,I_1 = 3\frac{I_0}{6} = 3\frac{10^{-4}\ \mathrm{W\,m^{-2}}}{6} \approx 5{,}00\cdot 10^{-5}\ \mathrm{W\,m^{-2}}\,.$$

A hangnyomások

$$I = \frac{p^2}{\rho\, c}$$

alapján

$$p_1 = \sqrt{I_1\cdot\rho\cdot c} = \sqrt{1{,}67\cdot 10^{-5}\ \mathrm{W\,m^{-2}}\cdot 400\ \mathrm{Nsm^{-3}}} \approx 8{,}17\cdot 10^{-2}\ \mathrm{Pa}\,,$$

$$p_2 = \sqrt{I_2\cdot\rho\cdot c} = \sqrt{3{,}33\cdot 10^{-5}\ \mathrm{W\,m^{-2}}\cdot 400\ \mathrm{Nsm^{-3}}} \approx 11{,}54\cdot 10^{-2}\ \mathrm{Pa}\,,$$

$$p_3 = \sqrt{I_3\cdot\rho\cdot c} = \sqrt{3{,}33\cdot 10^{-5}\ \mathrm{W\,m^{-2}}\cdot 400\ \mathrm{Nsm^{-3}}} \approx 14{,}14\cdot 10^{-2}\ \mathrm{Pa}$$

és a keresett hangnyomásszintek

$$L_{p1} = 20\lg\frac{p_1}{p_0} = 20\lg\frac{8{,}17\cdot 10^{-2}\ \mathrm{Pa}}{2\cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pa}} \approx \mathbf{72{,}22\ \ dB},$$

$$L_{p2} = 20\lg\frac{p_2}{p_0} = 20\lg\frac{11{,}54\cdot 10^{-2}\ \mathrm{Pa}}{2\cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pa}} \approx \mathbf{75{,}22\ \ dB},$$

$$L_{p3} = 20\lg\frac{p_3}{p_0} = 20\lg\frac{14{,}14\cdot 10^{-2}\ \mathrm{Pa}}{2\cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pa}} \approx \mathbf{76{,}99\ \ dB}.$$

Ellenőrzés:

$$L_{p\Sigma} = 79{,}997\ \mathrm{dB}\,!$$

5.) Valamely hangteret három zajforrás együttesen hozza létre. Itt egy tetszőleges helyen az eredő szint 82 dB. A forrásteljesítmények aránya 1:3:5. Mekkora lesz abban az esetben ugyanitt a hangnyomásszint, ha a legnagyobb teljesítményű zajforrást kikapcsoljuk?

Megoldás:

A megoldáshoz a kiindulási összefüggés a hangnyomásszintek összege

$$10\ \lg\left(10^{0,1\cdot L_{p1}}+10^{0,1\cdot L_{p2}}+10^{0,1\cdot L_{p3}}\right)=82$$

vagy ez utóbbit átalakítva

$$10^{0,1\cdot L_{p1}}+10^{0,1\cdot L_{p2}}+10^{0,1\cdot L_{p3}}=10^{8,2}.$$

Felirható a hangteljesítmények aránya

$$p_1^2 : p_2^2 : p_3^2 = 1:3:5\ ,$$

s ennek alapján az egyes hangnyomásszintek

$$L_{p1},$$

$$L_{p2}=10\ \lg\left(3\frac{p_1^2}{p_0^2}\right)=L_{p1}+10\ \lg 3\ ,$$

$$L_{p3}=10\ \lg\left(5\frac{p_1^2}{p_0^2}\right)=L_{p1}+10\ \lg 5\ .$$

Az összegfüggvény

$$10^{0,1\cdot L_{p1}}+10^{0,1\left(L_{p1}+10\lg 3\right)}+10^{0,1\left(L_{p1}+10\lg 5\right)}=10^{8,2}.$$

Kiemelés után

$$10^{0,1\,L_{p1}}\left(1+10^{\lg 3}+10^{\lg 5}\right)=10^{8,2}$$

és beírva a konkrét értékeket

$$10^{0,1\,L_{p1}}(1+3+5)=10^{8,2}.$$

Ennek megfelelően

$$10^{0,1\,L_{p1}}=\frac{1}{9}10^{8,2},$$

amelyből

$$L_{p1}=10(8,2-\lg 9)=72,46\ \text{dB}\ ,$$

$$L_{p2}=L_{p1}+10\ \lg 3=77,23\ \text{dB}\ ,$$

$$L_{p3}=L_{p1}+10\ \lg 5=79,45\ \text{dB}\ .$$

Ellenőrzés

$$L_{p\Sigma}=80,002\ \text{dB}\ .$$

A legnagyobb teljesítményű zajforrás L_{p3}, így annak kikapcsolásával az eredő szint

$$L^*_{p\Sigma}=10\lg\left(10^{0,1\cdot L_{p1}}+10^{0,1\cdot L_{p2}}\right)=78,48\ \text{dB}\approx \mathbf{78dB}\ .$$