

2. Példa:

Egy sík felületre ható nyomóerőt akarjuk meghatározni. A felület három felületemre bontható, amelyeknek megmértük a területét, illetve mérésrel meghatároztuk az ezekre ható nyomást. A mért területeket és nyomásokat, valamint ezeknek a mérési hibából eredő bizonytalanságát a mellékelt táblázat tartalmazza. Határozzuk meg a teljes felületre ható nyomóerőt és ennek bizonytalanságát („hibáját”)!
A teljes nyomóerő meghatározása:

	terület	nyomás
i	A_i	p_i
	[cm ²]	[Pa]
1	50,0±0,3	152,25±1,5
2	24,0±0,2	137,61±1,4
3	36,0±0,25	118,98±1,2

$$F = \sum_{i=1}^3 p_i \cdot A_i = p_1 \cdot A_1 + p_2 \cdot A_2 + p_3 \cdot A_3 = 15198,42 \text{ Pa} \cdot \text{cm}^2 = 1,519842 \text{ N}$$

Természetesen ennyi tizedesjegy kiírásának nincs értelme, az eredmény pontosságát a most következő hibaszámítás adja majd meg.

A fenti eredmény hat, egymástól függetlenül mért, bemenő adattól függ:

$$F = F(A_1, A_2, A_3, p_1, p_2, p_3).$$

A végeredmény érzékenységet az A_1 bemenő paraméter változására vonatkozóan a

$$\frac{\partial F}{\partial A_1} = p_1 \approx 150 \text{ N/m}^2$$

érzékenységi együttható jellemzi, ennek segítségével lehet kiszámítani, hogy az A_1 bemenő paraméter értékében a mérési hiba miatt meglévő δA_1 bizonytalanság az eredményben

$$\frac{\partial F}{\partial A_1} \cdot \delta A_1 \approx (150 \text{ N/m}^2) \cdot (0,3 \text{ cm}^2) = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

bizonytalanságot okoz. A többi bemenő paraméterhez tartozó érzékenységi együtthatót és a végeredmény bizonytalanságához adott járulékát hasonlóképpen számíthatjuk ki, ezeket az alábbi táblázatban foglaltuk össze. (Megjegyezzük, hogy ennél a számításnál kettőnél több tizedesjegyet nem érdemes használni.)

bemenő változó	érzékenységi együttható	bizonytalansági összetevő
A_1	$\frac{\partial F}{\partial A_1} = p_1$	$\frac{\partial F}{\partial A_1} \cdot \delta A_1 \approx 4,5 \text{ mN}$
A_2	$\frac{\partial F}{\partial A_2} = p_2$	$\frac{\partial F}{\partial A_2} \cdot \delta A_2 \approx 2,8 \text{ mN}$
A_3	$\frac{\partial F}{\partial A_3} = p_3$	$\frac{\partial F}{\partial A_3} \cdot \delta A_3 \approx 3,0 \text{ mN}$
p_1	$\frac{\partial F}{\partial p_1} = A_1$	$\frac{\partial F}{\partial p_1} \cdot \delta p_1 \approx 7,5 \text{ mN}$
p_2	$\frac{\partial F}{\partial p_2} = A_2$	$\frac{\partial F}{\partial p_2} \cdot \delta p_2 \approx 3,4 \text{ mN}$
p_3	$\frac{\partial F}{\partial p_3} = A_3$	$\frac{\partial F}{\partial p_3} \cdot \delta p_3 \approx 4,3 \text{ mN}$

A táblázatból láthatjuk, hogy a legnagyobb járuléka a p_1 mérési hibájából származik. A végeredmény eredő bizonytalanságát a hibaterjedés törvénye alapján az egyes független összetevők bizonytalanságának négyzetösszegéből kapjuk:

$$(\delta F)^2 = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial F}{\partial A_i} \cdot \delta A_i \right)^2 + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial F}{\partial p_i} \cdot \delta p_i \right)^2 = (p_1 \cdot \delta A_1)^2 + (p_2 \cdot \delta A_2)^2 + (p_3 \cdot \delta A_3)^2 + (A_1 \cdot \delta p_1)^2 + (A_2 \cdot \delta p_2)^2 + (A_3 \cdot \delta p_3)^2$$

$$\delta F \approx 11 \text{ mN}$$

A nyomóerőre kapott eredményt tehát, a mérés pontosságát is figyelembe véve, az

$$F = (1,52 \pm 0,01) \text{ N}$$

alakban adjuk meg. Tehát két tizedesjegynél többnél nincs értelme használni.